

Теоретические основы геометрической модели объекта

ЛИТЕРАТУРА

Краснопевцев Б.В. Фотограмметрия. М.: МИИГАиК, 2008.
Запрос в интернете: фотограмметрия краснопевцев.

. Принцип построения геометрической модели объекта

- На прошлом занятии приведены формулы преобразования координат из систем координат снимков в систему координат объекта.
 - Эти формулы позволяют решить **прямую фотограмметрическую засечку** и определить координаты точек объекта.
 - Однако это возможно, если известны элементы внешнего ориентирования снимков. Если элементы внешнего ориентирования неизвестны или точность их определения низка, то задачу решают в два этапа.
 - 1: по стереопаре строят **геометрическую модель объекта**
 - 2: по координатам опорных точек ориентируют её в системе координат объекта и определяют элементы внешнего ориентирования снимков.
- Этот процесс называют **обратной фотограмметрической засечкой**. Далее, используя элементы внешнего ориентирования снимков, определяют координаты точек объекта, т.е. решают прямую фотограмметрическую засечку. Весь процесс называют **двойной фотограмметрической засечкой**.

Принцип построения геометрической модели следующий. Предположим, что при съёмке из центра проекции $S_{\text{Л}}$ (рис. 5.1) был получен снимок $P_{\text{Л}}$. Опти-

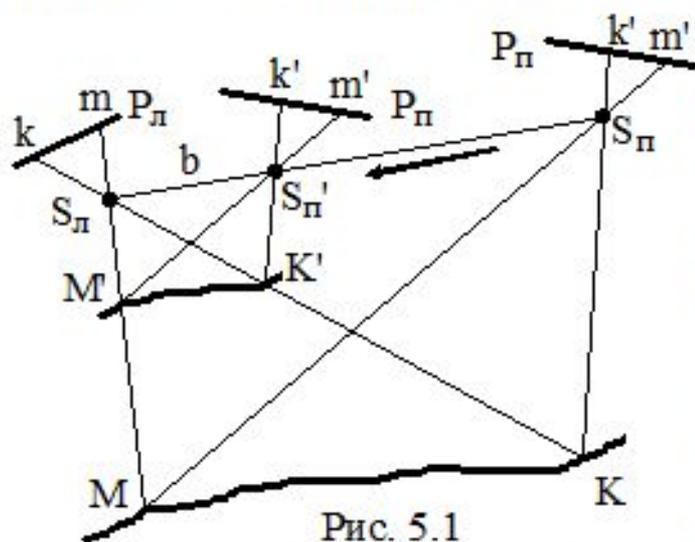


Рис. 5.1

ческие лучи, идущие от точек объекта M и K , пройдя центр проекции $S_{\text{Л}}$, зафиксировали на снимке $P_{\text{Л}}$ их изображения в точках m и k . После пролёта базиса фотографирования $S_{\text{Л}}S_{\text{П}} = B$ из центра проекции $S_{\text{П}}$ был получен второй снимок $P_{\text{П}}$. Оптические лучи, идущие от точек M и K , пройдя центр проекции $S_{\text{П}}$, зафиксировали на снимке $P_{\text{П}}$ их изображения в точках m' и k' . Таким образом, для каждой точки объекта два соответственных оптических луча (в описываемом примере $MS_{\text{Л}}m$ и $MS_{\text{П}}m'$, $KS_{\text{Л}}k$ и $KS_{\text{П}}k'$), а также базис фотографирования B составляют треугольник засечки, лежащий в **базисной плоскости**, проведённой через базис и точку объекта.

мом примере $MS_{\text{Л}}m$ и $MS_{\text{П}}m'$, $KS_{\text{Л}}k$ и $KS_{\text{П}}k'$), а также базис фотографирования B составляют треугольник засечки, лежащий в **базисной плоскости**, проведённой через базис и точку объекта.

Геометрическая модель сфотографированного объекта это поверхность, образованная точками пересечения соответственных проектирующих лучей. Расстояние $S_{л}S_{п'} = b$ называется базисом проектирования. Его отношение к базису фотографирования определяет масштаб модели.

$$\frac{1}{M} = \frac{b}{B} = \frac{1}{B/b}. \quad (5.1)$$

Т.к. величину базиса фотографирования изменить нельзя, изменение масштаба модели выполняют изменением базиса проектирования.

Необходимо обратить внимание на следующее. Геометрическая модель, сохраняющая геометрию объекта, не видна оператору, а видна стереоскопическая модель, которая под действием различных источников, описанных в главе 2, представляет искажённое изображение объекта. Обе модели не совпадают друг с другом. Однако стереоскопическая модель обладает пластичностью (см. 1.2), что позволяет измерять геометрическую модель. В момент наведения стереоскопической марки на измеряемую точку стереоскопическая модель совпадает в этой точке с геометрической моделью.

Построение, ориентирование и измерение геометрической модели состоит из следующих процессов: 1) внутреннее ориентирование снимков, 2) взаимное ориентирование снимков, 3) внешнее ориентирование модели, 4) съёмка контуров и рельефа путём измерения точек модели.

Внутреннее ориентирование снимков стереопары

Геометрический смысл внутреннего ориентирования снимка заключается в том, что в результате его выполнения **восстанавливается связка проектирующих лучей, которая существовала в момент экспонирования.**

Математическое решение процесса заключается в преобразовании координат точек снимка в пространственную систему координат $Sxyz$ снимка с началом в центре проекции с одновременным введением поправок в координаты точек снимка, учитывающих дисторсию объектива фотокамеры, деформацию снимка.

Для снимков, полученных с помощью цифровой фотокамеры, внутреннее ориентирование выполнять не нужно, т.к. этот процесс включён в калибровку фотокамеры. Перед измерением цифровых снимков данные калибровки фотокамеры записывают в файл фотокамеры.

Для фотоснимков, преобразованных в цифровую форму с помощью сканера внутреннее ориентирование заключается в преобразовании координат из системы координат сканера в пространственную систему координат $Sxyz$ снимка с началом в его центре проекции

Условие и уравнение взаимного ориентирования пары снимков

Геометрический смысл взаимного ориентирования пары снимков заключается в том, что необходимо установить связи проектирующих лучей обоих снимков относительно друг друга в положения, которые они имели во время экспонирования. В результате соответственные проектирующие лучи должны расположиться в одной базисной плоскости и точки их пересечения (см. п. 5.1) должны образовать геометрическую модель объекта.

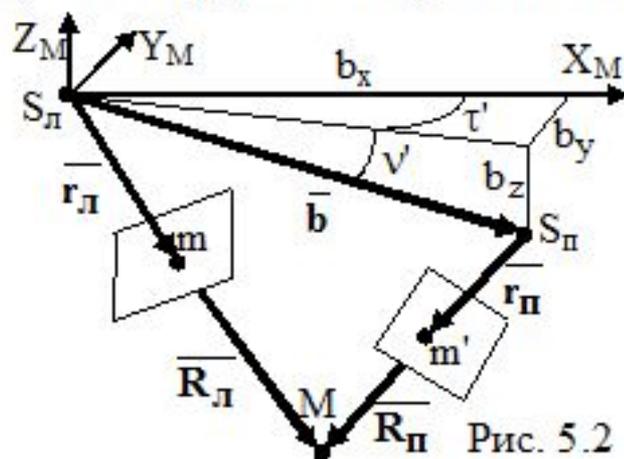


Рис. 5.2

Следовательно, условием взаимного ориентирования является расположение трёх векторов \overline{R}_L , \overline{R}_P и \overline{b} (рис. 5.2) в одной плоскости. Такие векторы называются компланарными. Признаком компланарности векторов является обращение в нуль их смешанного произведения, т.е. уравнение взаимного ориентирования в векторном виде будет следующим:

$$\dot{\mathbf{b}}(\mathbf{R}_L \times \mathbf{R}_P) = \dot{\mathbf{b}}(\mathbf{r}_L \times \mathbf{r}_P) = 0.$$

Чтобы перейти от векторов к координатам, необходимо определить, в какой системе координат должна быть построена геометрическая модель. В п. 3.7 указывалось, что для построения модели используют **базисную систему координат** или **систему координат левого снимка** и что для задания положений пары связок проектирующих лучей необходимо знать значения не равных нулю шести элементов ориентирования (3.7) или (3.8). Линейный элемент - базис проектирования - определяет масштаб модели (формула 5.1). Пять угловых элементов называют элементами **взаимного ориентирования** (см. 3.7), т.к. они задают ориентацию связок проектирующих лучей относительно друг друга в заданной системе координат.

Таким образом, элементы **взаимного ориентирования**

$$\alpha'_{\text{Л}}, \kappa'_{\text{Л}}, \omega'_{\text{П}}, \alpha'_{\text{П}}, \kappa'_{\text{П}} \quad (5.3)$$

определяют положения обеих связок проектирующих лучей в **базисной системе координат** $S_{\text{Л}}X_{\text{М}}Y_{\text{М}}Z_{\text{М}}$, а элементы **взаимного ориентирования**

$$\nu', \tau', \omega'_{\text{П}}, \alpha'_{\text{П}}, \kappa'_{\text{П}}. \quad (5.4)$$

определяют положения базиса проектирования и правой связки проектирующих лучей относительно левой связки в **системе координат левого снимка** $S_{\text{Л}}X_{\text{М}}Y_{\text{М}}Z_{\text{М}}$.

Уравнения внешнего ориентирования модели объекта. Элементы внешнего ориентирования модели

Геометрическая модель объекта, построенная в результате выполнения взаимного ориентирования, имеет произвольные масштаб и пространственную ориентацию. Поэтому в задачу внешнего ориентирования модели входит приведение модели к заданному масштабу и ориентирование её в системе координат объекта.

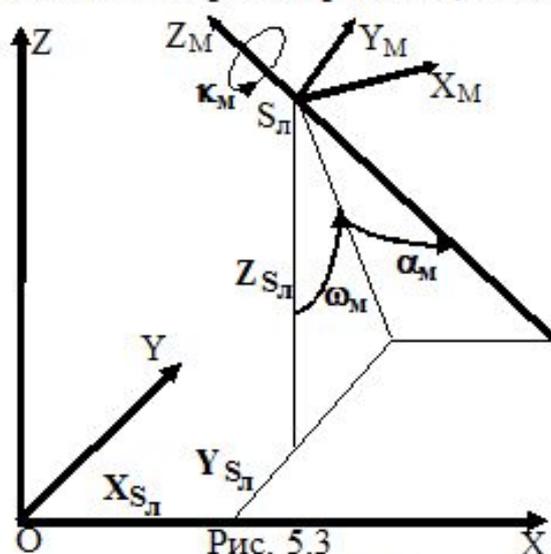


Рис. 5.3

В ходе выполнения внешнего ориентирования модели осуществляют преобразование координат точек из модельной системы координат $S_L X_M Y_M Z_M$ (рис. 5.3) в систему координат $OXYZ$ объекта с учётом масштаба модели.

Для выполнения этих преобразований используют уравнения внешнего ориентирования модели:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}_L + A_{\omega_M \alpha_M \kappa_M} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_M t_M, \quad (5.15)$$

где X_{S_L} , Y_{S_L} , Z_{S_L} - координаты левого центра проекции S_L в системе координат $OXYZ$ объекта,

ω_M , α_M , κ_M - углы поворота системы координат $S_L X_M Y_M Z_M$ модели относительно системы координат $OXYZ$ объекта и t_M - масштабный коэффициент являются элементами внешнего ориентирования модели (ЭВОМ).

При наличии на модели опорных точек начало системы координат модели можно перенести в одну из этих точек, например, под номером один. В результате уравнения (5.15) примут вид:

$$\begin{bmatrix} X - X_1 \\ Y - Y_1 \\ Z - Z_1 \end{bmatrix} = A_{\omega_M \alpha_M \kappa_M} \begin{bmatrix} X_i - X_1 \\ Y_i - Y_1 \\ Z_i - Z_1 \end{bmatrix}_M t_M, \quad (5.16)$$

где X_1, Y_1, Z_1 - координаты опорной точки 1 в системе координат $OXYZ$;
 X_M, Y_M, Z_M - координаты точки 1 на модели в системе координат $S_{д}X_M Y_M Z_M$.

Матрицу $A_{\omega_M \alpha_M \kappa_M}$ поворота системы координат модели составляют из направляющих косинусов, зависящих от угловых элементов внешнего ориентирования $\omega_M, \alpha_M, \kappa_M$ модели. Их подставляют в (4.16) вместо углов ω, α, κ и вычисляют значения направляющих косинусов.

Для вычисления семи ЭВОМ необходимо составить систему из семи уравнений (5.15). Одна опорная точка с координатами X, Y, Z позволяет составить три уравнения. Следовательно, для нахождения **семи неизвестных** нужно иметь **три** ($7:3 = 2,3 \Rightarrow 3$) **опорные точки**.

Внешнее ориентирование модели выполняют в два этапа:

- 1)** используя расхождения известных и вычисленных координат опорных точек, по уравнениям (5.15) или (5.16) определяют ЭВОМ;
- 2)** вычисленные значения ЭВОМ подставляют в уравнения (5.15) или (5.16) и перевычисляют координаты точек модели из её системы координат в систему координат объекта.

Вычисление элементов внешнего ориентирования снимка

Элементы внешнего ориентирования снимка можно вычислить

- 1) по опорным точкам
- 2) с использованием элементов взаимного ориентирования стереопары и элементов внешнего ориентирования модели.

1. При вычислении элементов внешнего ориентирования снимка **по опорным точкам** используют уравнения (4.30), содержащие также три элемента внутреннего ориентирования, значения которых уточняют одновременно с определением ЭВО.
2. Уравнения приводят к линейному виду и составляют уравнения поправок.

$$\left. \begin{aligned} X &= X_S + (Z - Z_S) \frac{c_{11}(x - x_0) + c_{12}(y - y_0) - c_{13}f}{c_{31}(x - x_0) + c_{32}(y - y_0) - c_{33}f} \\ Y &= Y_S + (Z - Z_S) \frac{c_{21}(x - x_0) + c_{22}(y - y_0) - c_{23}f}{c_{31}(x - x_0) + c_{32}(y - y_0) - c_{33}f} \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

Изображение одной опорной точки позволяет составить два уравнения (4.30). Следовательно, для определения девяти неизвестных нужно иметь на снимке не менее пяти ($9:2 = 4,5 \Rightarrow 5$) опорных точек. Четыре точки располагают в углах рабочей площади снимка (см. 1.4), а пятую точку - в центре снимка.

Если опорных точек больше пяти, то по уравнениям поправок составляют нормальные уравнения и из решения этих уравнений под условием $[vv] = \min$ находят значения поправок. Прибавив их к приближённым значениям элементов ориентирования, получают новые приближённые значения этих элементов и, используя их, вычисляют коэффициенты при искомым поправкам, а также координаты X' и Y' . Вычисленные значения подставляют в уравнения поправок и повторяют решение. С увеличением числа приближений величины поправок и разности координат $X'-X$ и $Y'-Y$ стремятся к нулю. **Вычисления считаются законченными, если на опорных точках среднее значение остаточных расхождений координат $X'-X$ и $Y'-Y$ не превышает 0,15 мм в масштабе карты.**

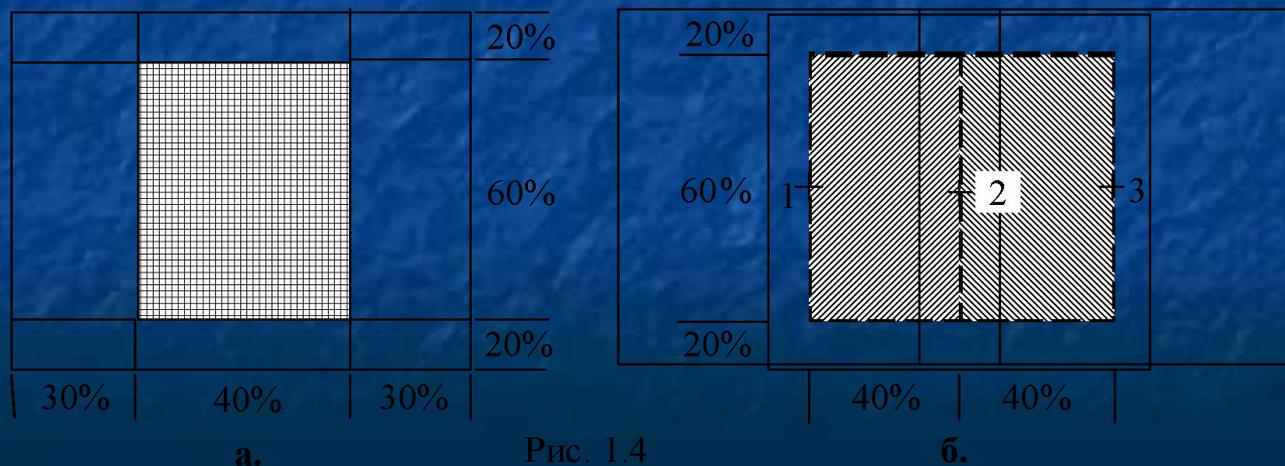


Рис. 1.4

2. Вычисление угловых элементов внешнего ориентирования снимка по угловым элементам взаимного ориентирования и угловым элементам внешнего ориентирования модели основано на том, что элементы взаимного ориентирования определяют угловые положения систем координат каждого снимка в системе координат модели, а её положение в системе координат объекта определяют её угловые элементы внешнего ориентирования. Следовательно, матрицы направляющих косинусов угловых элементов внешнего ориентирования левого и правого снимков можно получить следующим образом

$$\left. \begin{aligned} A_{\omega_L \alpha_L \kappa_L} &= A_{\omega_M \alpha_M \kappa_M} A_{\alpha_L ' \kappa_L ' } \\ A_{\omega_P \alpha_P \kappa_P} &= A_{\omega_M \alpha_M \kappa_M} A_{\alpha_P ' \kappa_P ' } \end{aligned} \right\}$$

Значения соответствующих направляющих косинусов из матриц $A_{\omega_L \alpha_L \kappa_L}$ и $A_{\omega_P \alpha_P \kappa_P}$ подставляют в формулы (4.17) и вычисляют угловые элементы внешнего ориентирования левого и правого снимков.

$$\omega = -\arctg \frac{c_{23}}{c_{33}}, \quad \alpha = \arcsin c_{13}, \quad \kappa = -\arctg \frac{c_{12}}{c_{11}}. \quad (4.17)$$

Точность определения координат точек объекта по измерениям стереопары

Чтобы получить формулы, по которым можно рассчитать точность определения координат точек сфотографированного объекта по измерениям стереопары, воспользуемся формулами (4.23) идеального случая аэросъёмки в системе координат S_{LXYZ} . Опустив индексы у координат и параллакса, запишем

$$X = \frac{Bx}{p}, \quad Y = \frac{By}{p}, \quad Z = -\frac{Bf}{p}. \quad (5.20)$$

Из формул (5.20) видно, что точность вычисления плановых координат X и Y зависит от точности измерения координат x , y и продольного параллакса p , а точность вычисления высоты Z - только от точности измерения продольного параллакса p . С учётом этого, продифференцировав формулы (5.20), получим

$$dX = \frac{B}{p} dx - \frac{Bx}{p^2} dp, \quad dY = \frac{B}{p} dy - \frac{By}{p^2} dp, \quad dZ = \frac{Bf}{p^2} dp.$$

Перейдем к средним квадратическим погрешностям, учитывая следующую: $\frac{B}{p} = \frac{-Z}{f} = \frac{H}{f}$, $\frac{Bf}{H} = p = b$ и $p^2 = \frac{B^2 f^2}{H^2}$. В результате получим

$$m_X = \frac{H}{f} \sqrt{m_x^2 + \left(\frac{x}{b}\right)^2 m_p^2}, \quad m_Y = \frac{H}{f} \sqrt{m_y^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 m_p^2}, \quad m_Z = \frac{H}{b} m_p.$$

где m_x , m_y , m_z - средние квадратические погрешности определения координат точек объекта,

m_x , m_y , m_p - средние квадратические погрешности измерения координат и продольного параллакса на стереопаре,

b - базис фотографирования в масштабе съёмки.

Если принять, что погрешности измерений примерно равны: $m_x \approx m_y \approx m_p$, то

$$m_X = \frac{Hm_x \sqrt{1 + x^2/b^2}}{f}, \quad m_Y = \frac{Hm_y \sqrt{1 + y^2/b^2}}{f}, \quad m_Z = \frac{Hm_p}{b}.$$

Второй член подкоренного выражения будет иметь максимальную величину при максимальных значениях координат x и y , т.е. погрешности m_x и m_y будут иметь максимальную величину в углах стереопары. В этом случае $x \approx y \approx b$, и $\frac{x^2}{b^2} = \frac{y^2}{b^2} = 1$. В результате формулы расчёта точности определения координат точек сфотографированного объекта по измерениям стереопары принимают вид:

$$m_X = \frac{Hm_x \sqrt{2}}{f}, \quad m_Y = \frac{Hm_y \sqrt{2}}{f}, \quad m_{XY} = \frac{Hm_{xy} \sqrt{2}}{f}, \quad m_Z = \frac{Hm_p}{b}, \quad (5.21)$$

где $m_{XY} = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2}$ и $m_{xy} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$ - средние квадратические погрешности планового положения точек на объекте и на стереопаре.

Если предположить, что:

- 1) снимки получены в идеальной центральной проекции,
- 2) построенная по ним модель объекта не имеет погрешностей, вызванных погрешностями взаимного ориентирования,
- 3) измерительный прибор не вносит своих погрешностей,

то m_x , m_y и m_p в формулах (5.21) будут погрешностями наведения измерительной марки на точки стереопары, значения которых $m_x \approx m_y \approx m_p \approx 5$ мкм

Подставив эту величину в формулы (5.21) и приняв $b = 70$ мм (для формата 18x18 см и продольного перекрытия 60%), можно рассчитать ожидаемую точность определения координат точек объекта по измерениям стереопары.

$$m_x = m_y = 0,007 \frac{H}{f}, \quad m_z = \frac{H}{14000}. \quad (5.22)$$

Для формата снимков 23x23 см и продольного перекрытия 60% базис фотографирования в масштабе снимков $b = 90$ мм, и ожидаемая точность определения высот точек объекта будет $m_z = \frac{H}{18000}$.

Однако полученные значения погрешностей будут завышенными, т.к. не учитывались влияния источников погрешностей, описание которых дано в главе 2. В результате у реальных снимков указанная точность будет ниже.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Стереоскопическая и геометрическая модели, их взаимосвязь и отличие.
2. Условия получения стереомодели по паре снимков.
3. Способы наблюдения стереомодели по стереопаре. Виды стереоэффекта.
4. Способы стереоскопического измерения стереопары.
5. Технологическая цепочка систем координат, используемых при фотограмметрической обработке снимков.
6. Фотограмметрический сканер, его назначение и система координат.
7. Две системы координат аналогового снимка. Элементы внутреннего ориентирования снимка.
8. Системы координат цифрового снимка. Элементы внутреннего ориентирования снимка.
9. Элементы внешнего ориентирования снимка. В какой системе координат их определяют. Методы определения ЭВнешОр снимка во время фотосъёмки.
10. Назначение и условие взаимного ориентирования стереопары снимков.
11. Элементы взаимного ориентирования снимков в базисной системе координат.
12. Элементы взаимного ориентирования снимков в системе координат левого снимка.
13. Определение идеального случая аэрофотосъёмки.
14. Продольный и поперечный параллаксы и их смысл. Величину чего можно вычислить на местности, измерив на стереопаре продольные параллаксы двух точек.
15. Внутреннее ориентирование снимка, назначение процесса.
16. Отличие выполнения процесса для аналогового и цифрового снимков.
17. Взаимное ориентирование пары снимков: назначение процесса, минимальное количество измеряемых точек и их расположение по площади модели.
18. Внешнее ориентирование модели. Элементы внешнего ориентирования модели.
19. Минимальное количество опорных точек и их расположение на площади модели.
20. Источники ошибок при фотограмметрических измерениях снимков.
21. Какие источники вызывают смещения точек на горизонтальном снимке.
22. Дисторсия объектива фотокамеры, виды дисторсии и способы её учёта при фотограмметрических измерениях.