

Урок 3

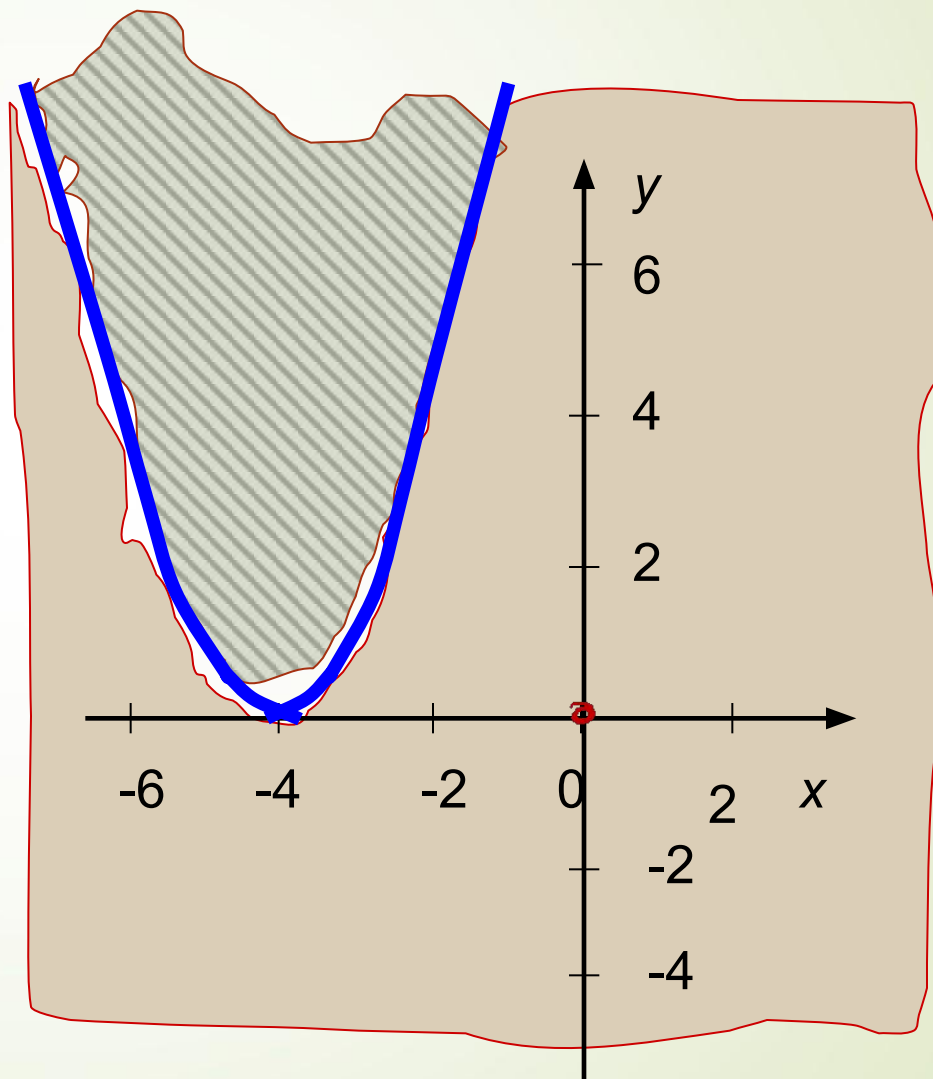
Неравенства с двумя переменными и их системы



Найдите ошибку!

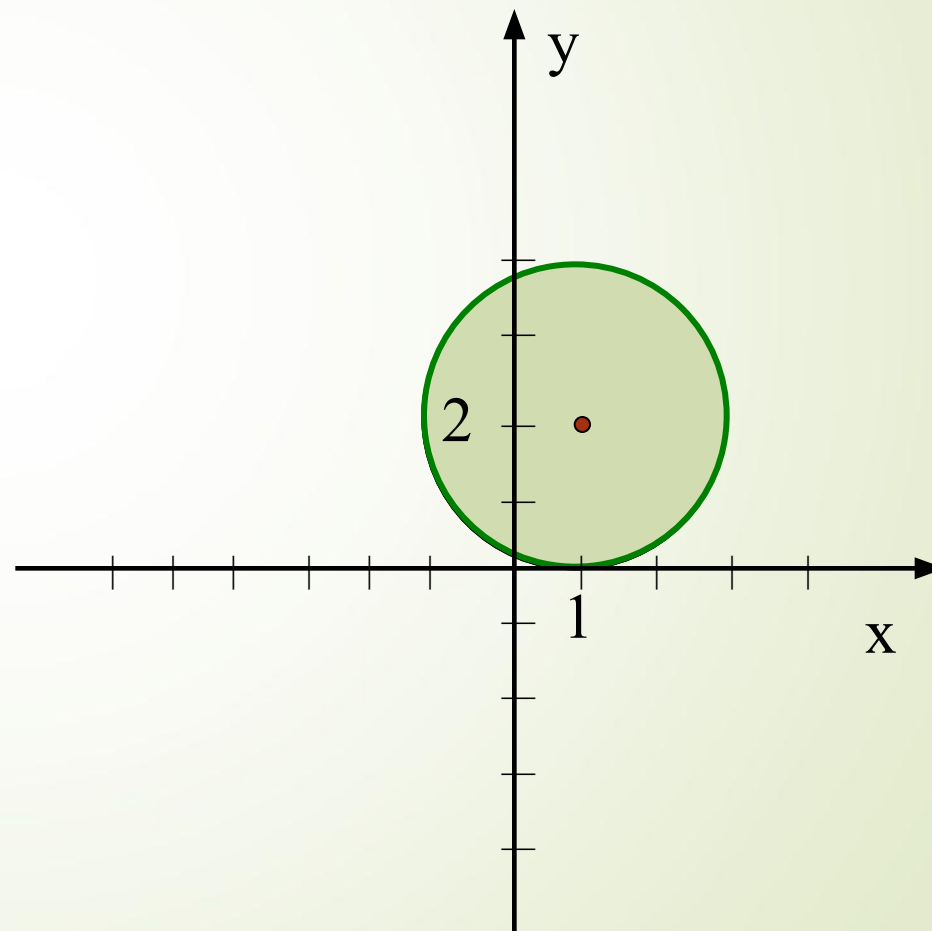
$$y \leq (x + 4)^2$$

$(0; 0)$ $0 \leq (0+4)^2$
 $0 \leq 16 \Rightarrow$
 $(0; 0) \in \text{области}$



Найдите ошибку!

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 4$$



$$xy - 6 = 0$$

$$xy = 6$$

$$y = \frac{6}{x}$$

Определите неравенство

$$1 > 6 \quad y > \frac{6}{x} \quad +$$

$$xy - 6 > 0$$

$$+ 1 < 6 \quad y < \frac{6}{x}$$

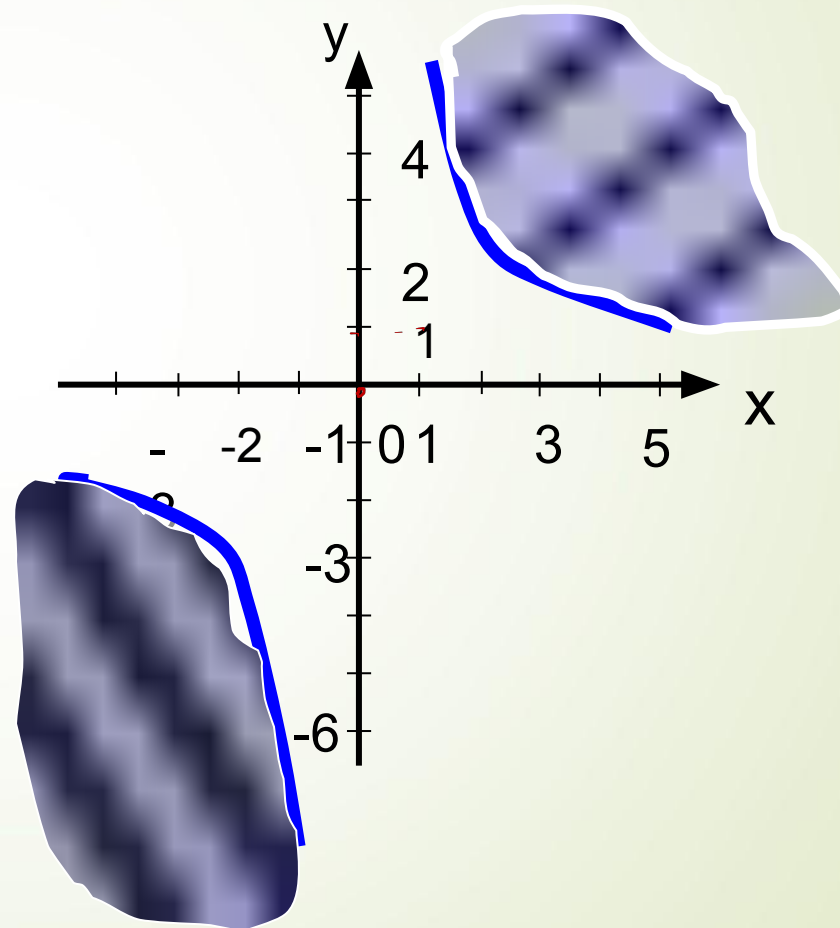
$$xy - 6 < 0$$

$$1 \geq \quad y \geq \frac{6}{x}$$

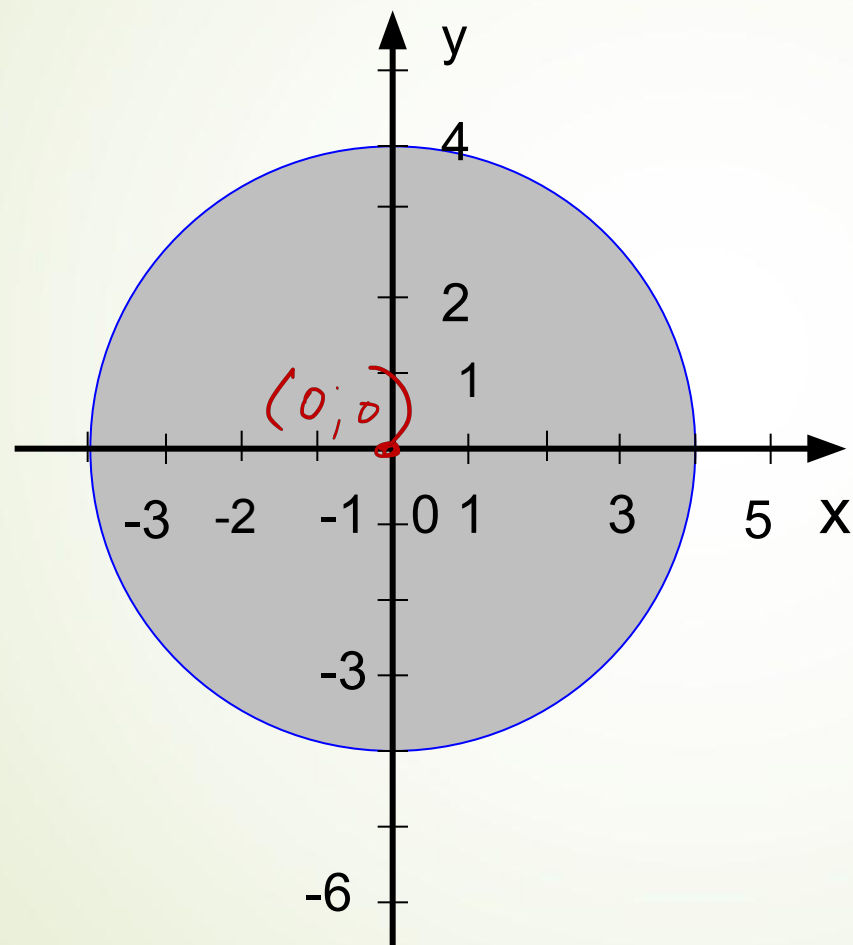
$$xy - 6 \geq 0$$

$$y \leq \frac{6}{x}$$

$$xy - 6 \leq 0$$



Определите неравенство



~~$x^2 + y^2 < 16$~~

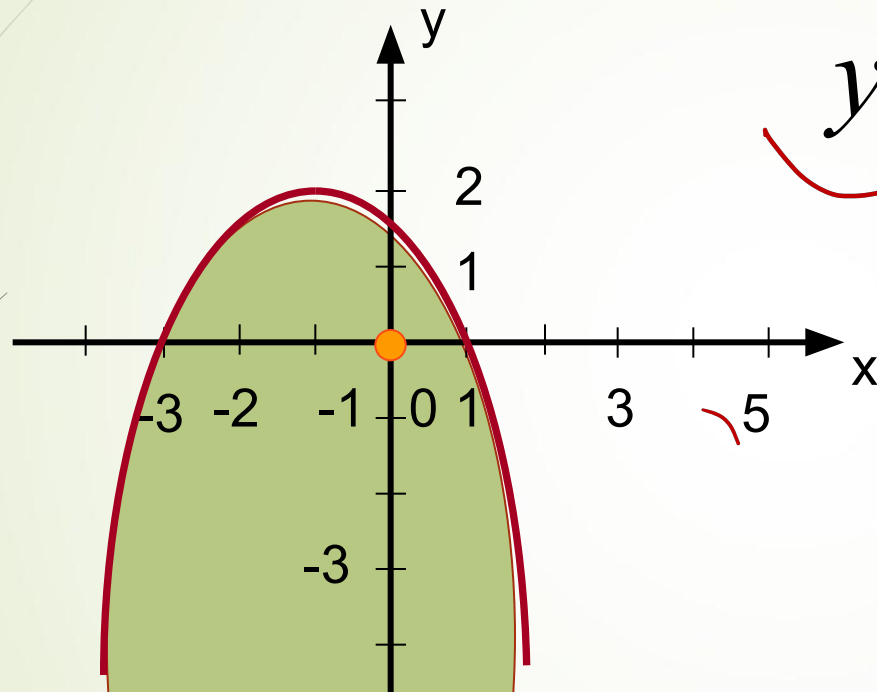
$x^2 + y^2 \leq 16$

~~$x^2 + y^2 \geq 16$~~

~~$x^2 + y^2 > 16$~~

$0 \leq 16 +$

Определите знак неравенства




$$y \leq -x^2 - 2x + 1$$

$(0; 0)$

$$0 \quad 0 - 0 + 1$$

$$0 \leq 1$$



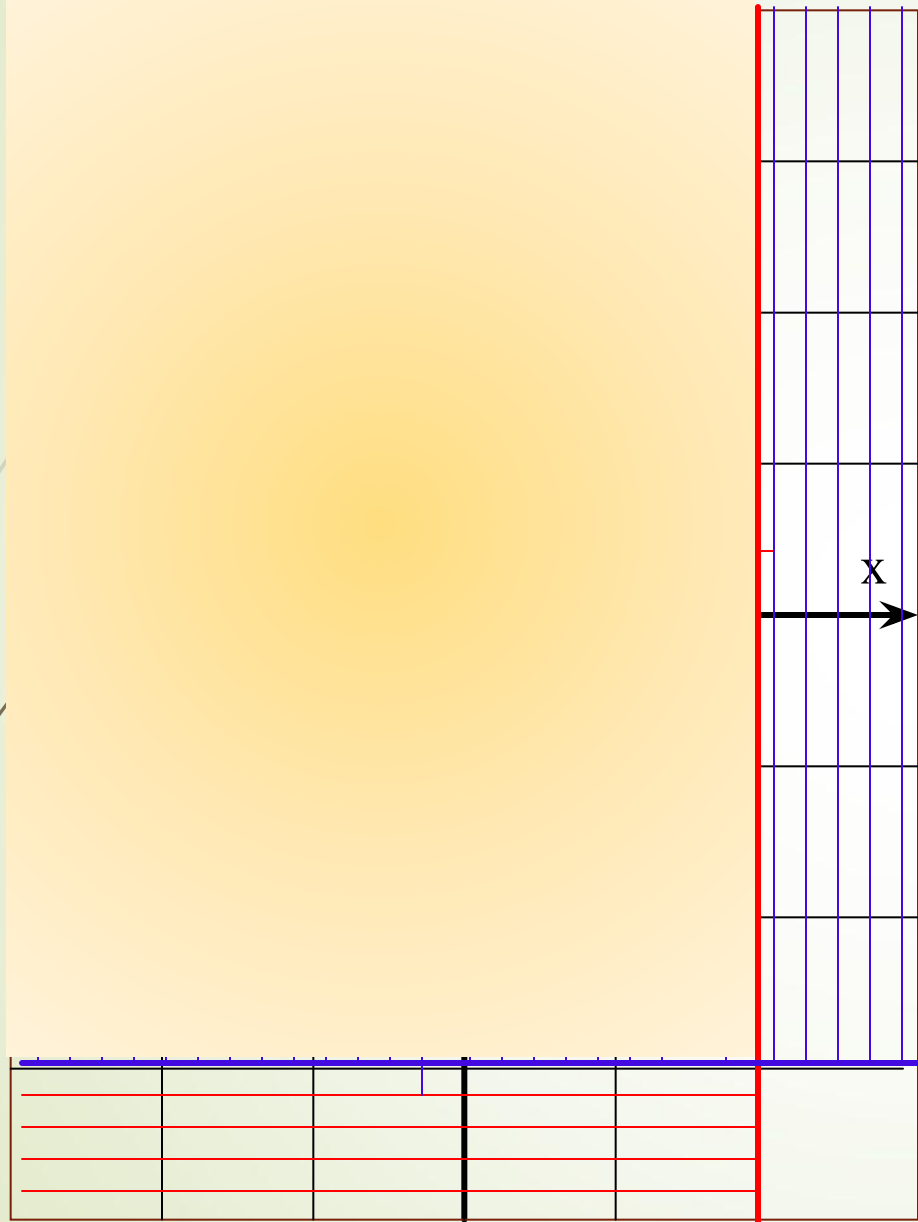
Изображение множества решений системы неравенств с двумя переменными на координатной плоскости

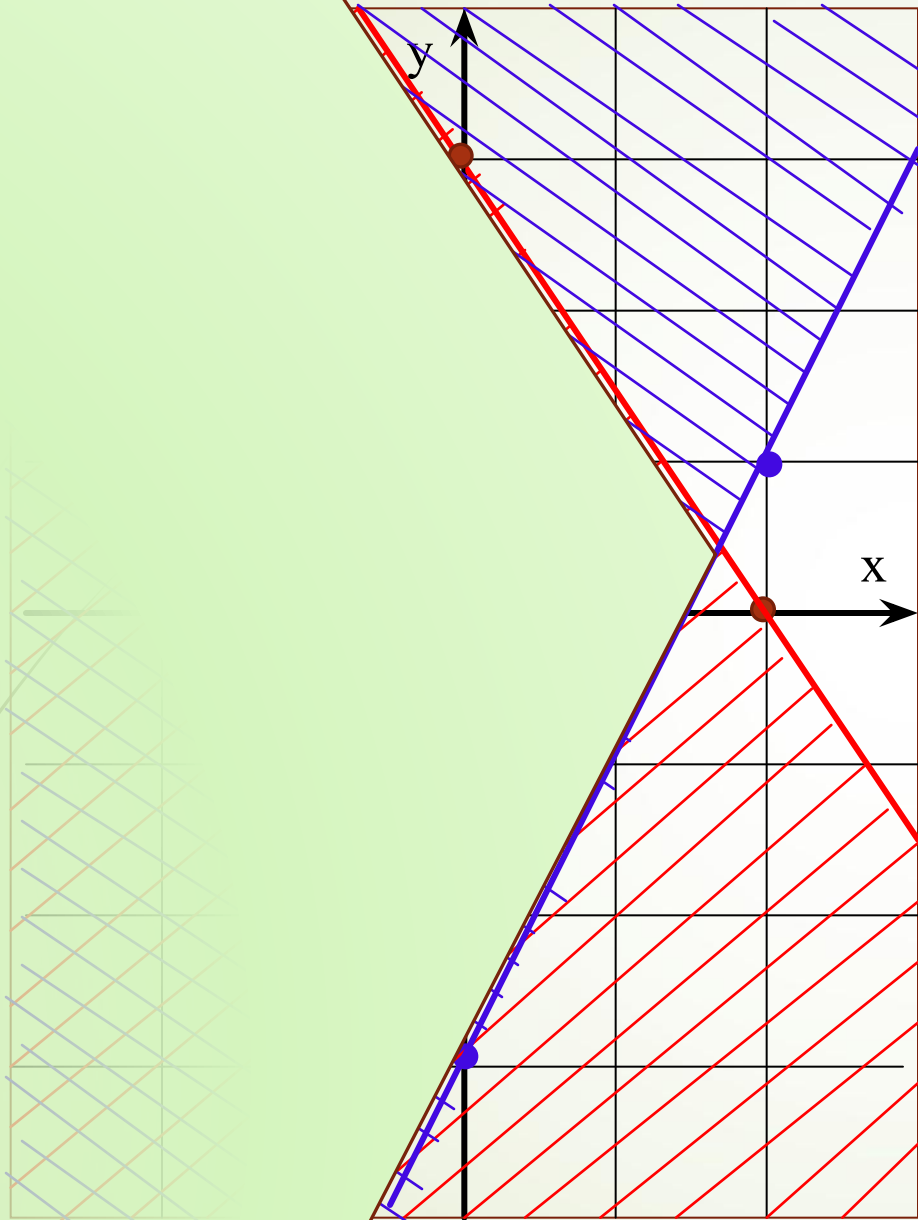
Множеством решений системы неравенств с двумя переменными является пересечение множеств решений неравенств, входящих в систему. На координатной плоскости множество решений системы неравенств изображается множеством точек, являющихся общей частью множеств, представляющих собой решения каждого неравенства системы.

$$\begin{cases} x \leq 2 & x = 2 \text{ (прямая)} \\ y \geq -3 & y = -3 \text{ (прямая)} \end{cases}$$

1. Построим прямую $x = 2$.
2. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку
3. Построим прямую $y = -3$.
4. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку

Решениями данной системы являются координаты точек пересечения множеств решений неравенств системы (прямой угол)





$$\begin{cases} 2y + 3x \leq 6 \\ y - 2x \geq -3 \end{cases}$$

$$2y + 3x = 6 \quad (\text{прямая})$$

$$y = \frac{6 - 3x}{2}$$

x	0	2
y	3	0

1. Построим прямую $2y + 3x = 6$
2. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку

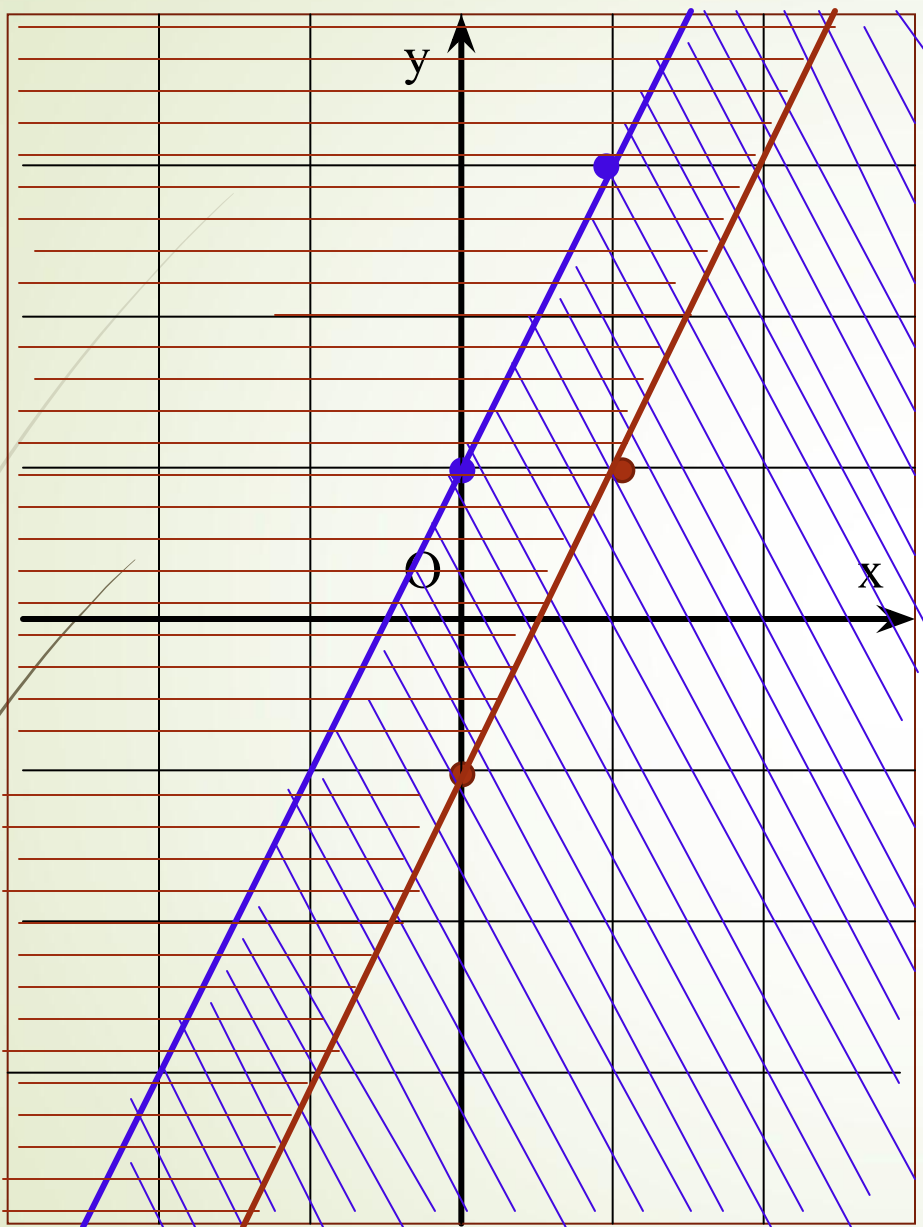
$$y - 2x = -3 \quad (\text{прямая})$$

$$y = 2x - 3$$

x	0	2
y	-3	1

3. Построим прямую $y - 2x = -3$
4. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку

Решениями данной системы являются координаты точек пересечения множеств решений неравенств системы (угол)



$$\begin{cases} y \leq 2x + 1 \\ y \geq 2x - 1 \end{cases}$$

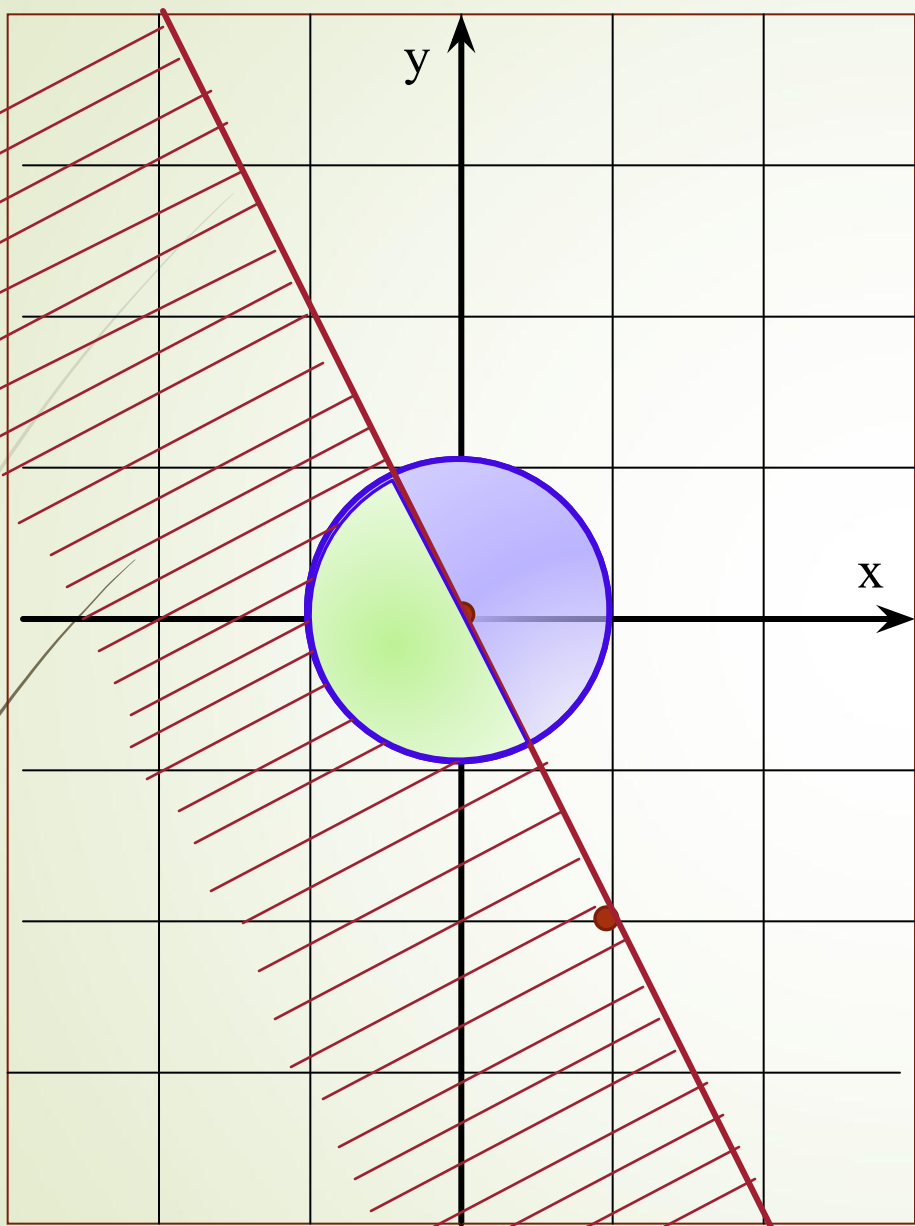
$$y = 2x + 1 \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & 1 & 3 \end{array}$$

1. Построим прямую $y = 2x + 1$
2. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку

$$y = 2x - 1 \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & -1 & 1 \end{array}$$

3. Построим прямую $y = 2x - 1$
4. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку

Решениями данной системы являются координаты точек пересечения множеств решений неравенств системы (полоса)



$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ 2x + y \leq 0 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 = 1$ (окружность)

центр – (0;0), $R = 1$

1. Построим окружность $x^2 + y^2 = 1$
2. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку

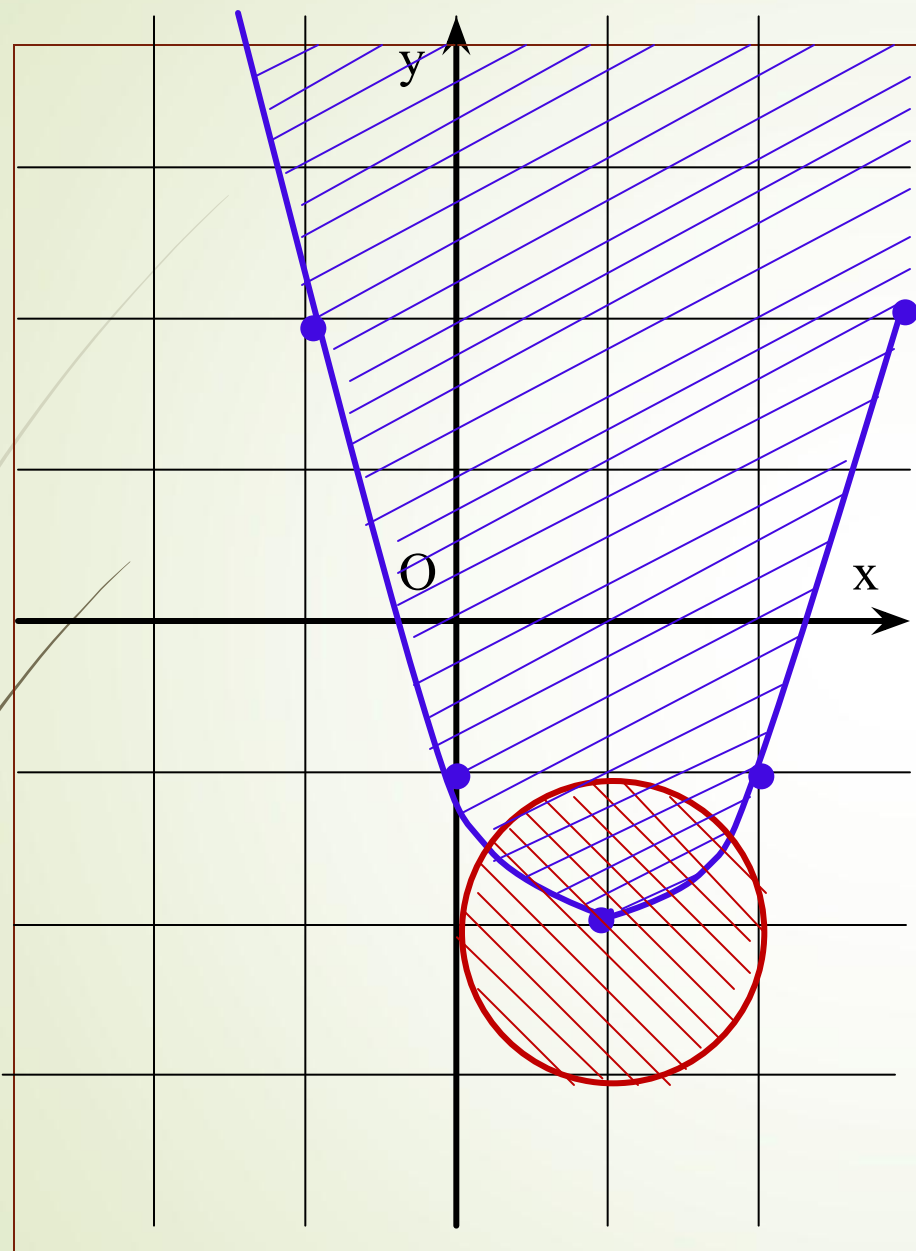
$2x + y = 0$ (прямая)

$y = -2x$

x	0	1
y	0	-2

3. Построим прямую $2x + y = 0$
4. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку

Решениями данной системы являются точки полукруга



$$\begin{cases} y \geq x^2 - 2x - 1 \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$y = x^2 - 2x - 1 \quad (\text{парабола})$$

$$y = (x-1)^2 - 2 \quad \text{Вершина } (1; -2)$$

1. Построим параболу $y = (x - 1)^2 - 2$
2. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1 \quad (\text{окружность})$$

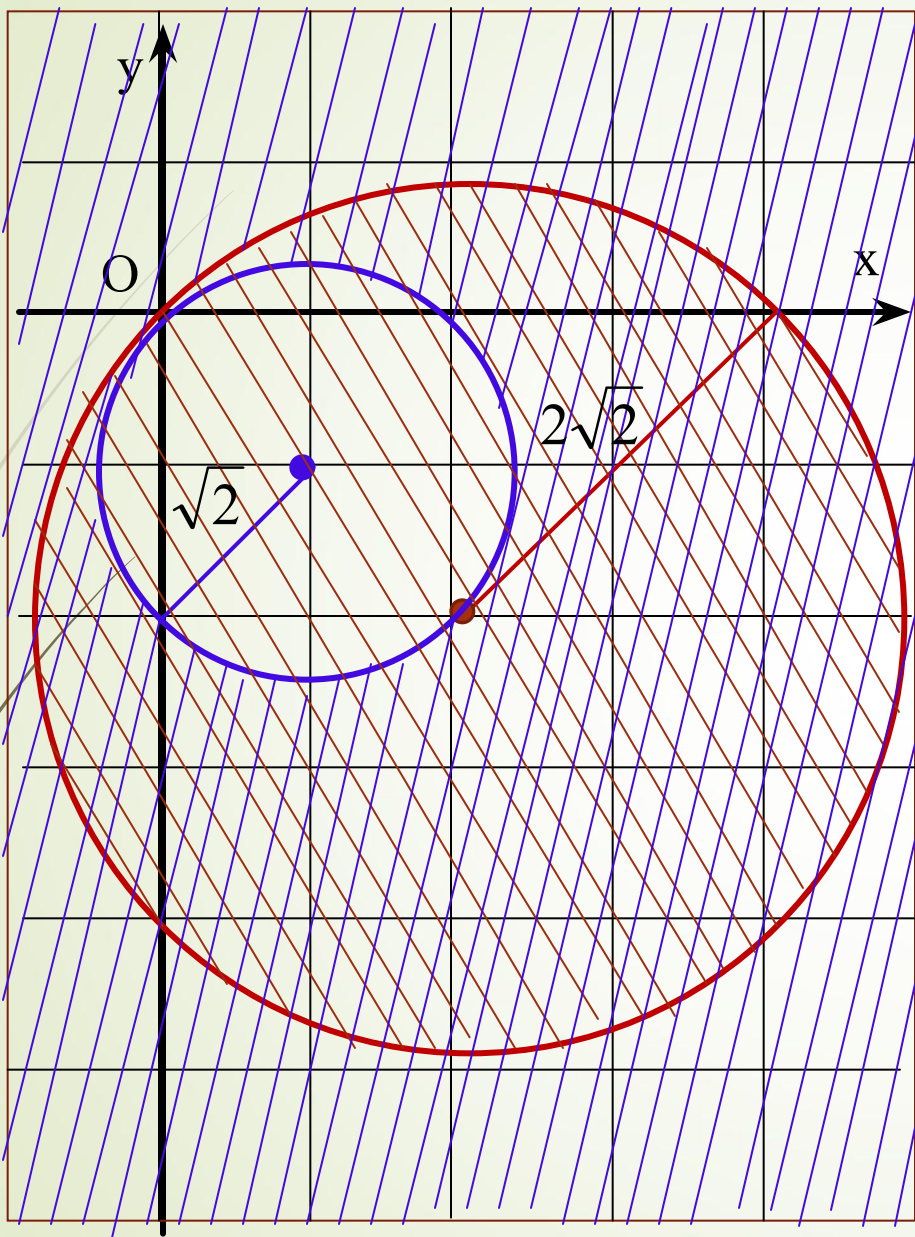
$$\text{центр} - (1; -2), \quad R = 1$$

3. Построим окружность $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$
4. Она разбивает плоскость на две области, выбираем нужную нам область и наносим штриховку

Решениями данной системы являются точки пересечения множеств решений неравенств системы

Изобразить множество точек, которые являются решениями системы и вычислить площадь получившейся фигуры

$$\begin{cases} x^2 - 4x + y^2 + 4y \leq 0 \\ x^2 - 2x + y^2 + 2y \geq 0 \end{cases}$$



$$R_1 = 2\sqrt{2} \quad R_2 = \sqrt{2}$$

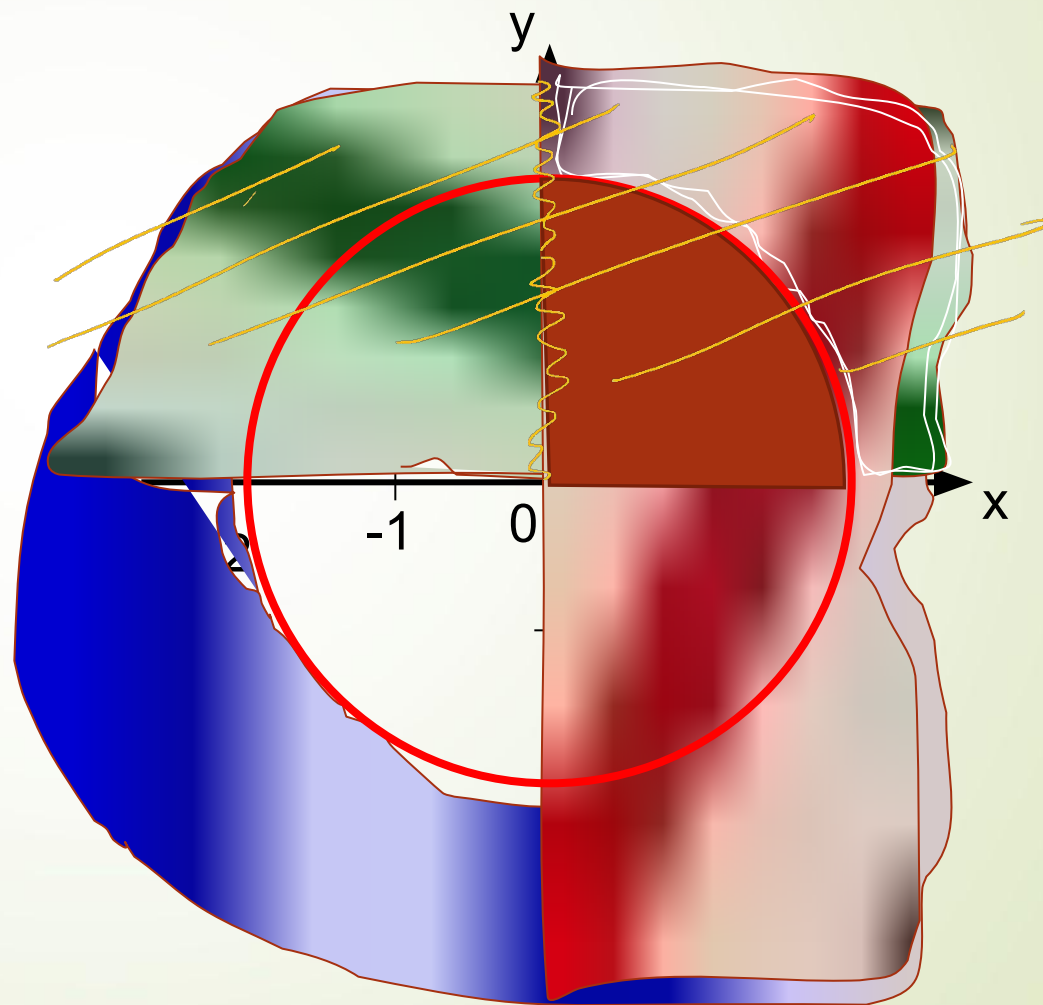
$$S = \pi R_1^2 - \pi R_2^2$$

$$S = \pi (2\sqrt{2})^2 - \pi (\sqrt{2})^2$$

$$S = 8\pi - 2\pi = 6\pi$$

Решить графически систему неравенств

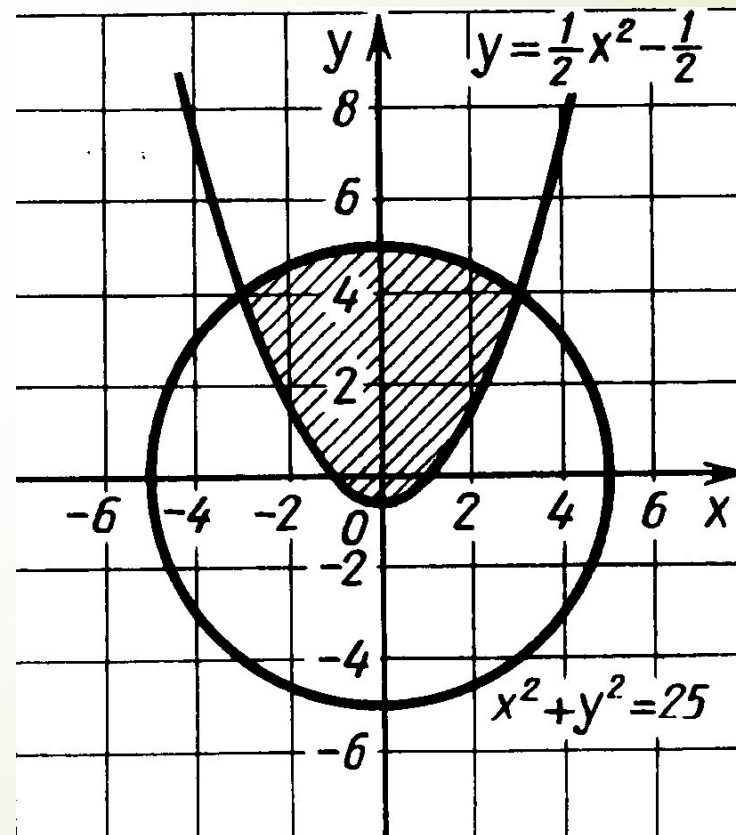
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 > 0, \\ y > 0, \\ x > 0 \end{cases}$$



Неравенства и системы неравенств высших степеней с двумя переменными

- №1. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемых системой неравенств

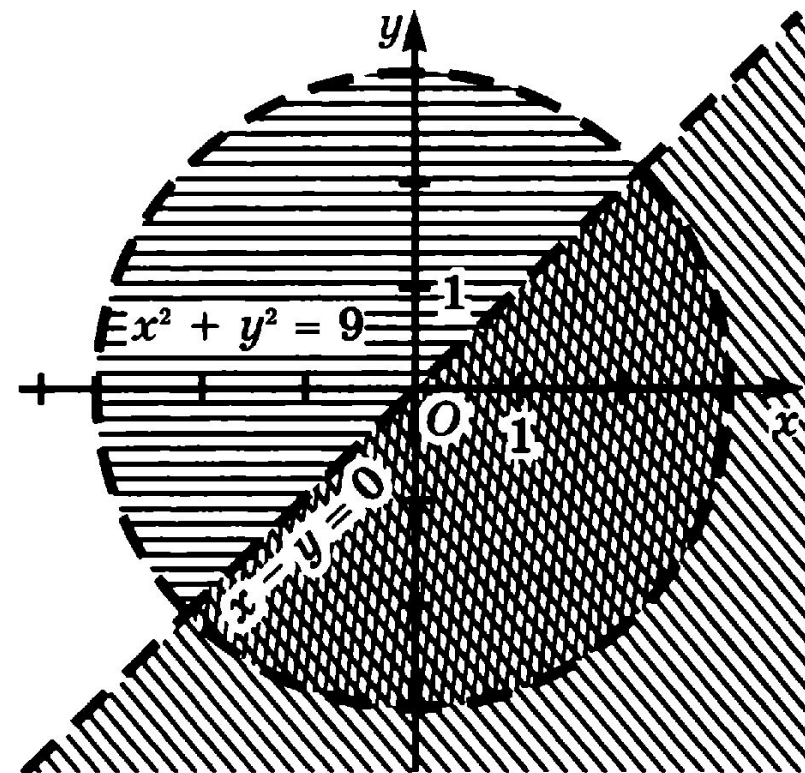
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25, \\ 2y - x^2 + 1 \geq 0. \end{cases}$$



Неравенства и системы неравенств высших степеней с двумя переменными

- № 2. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемых системой неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 9, \\ x - y > 0. \end{cases}$$



Неравенства и системы неравенств высших степеней с двумя переменными

- № 3. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемых системой неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4, \\ x^2 + y^2 - 6x \leq 0. \end{cases}$$

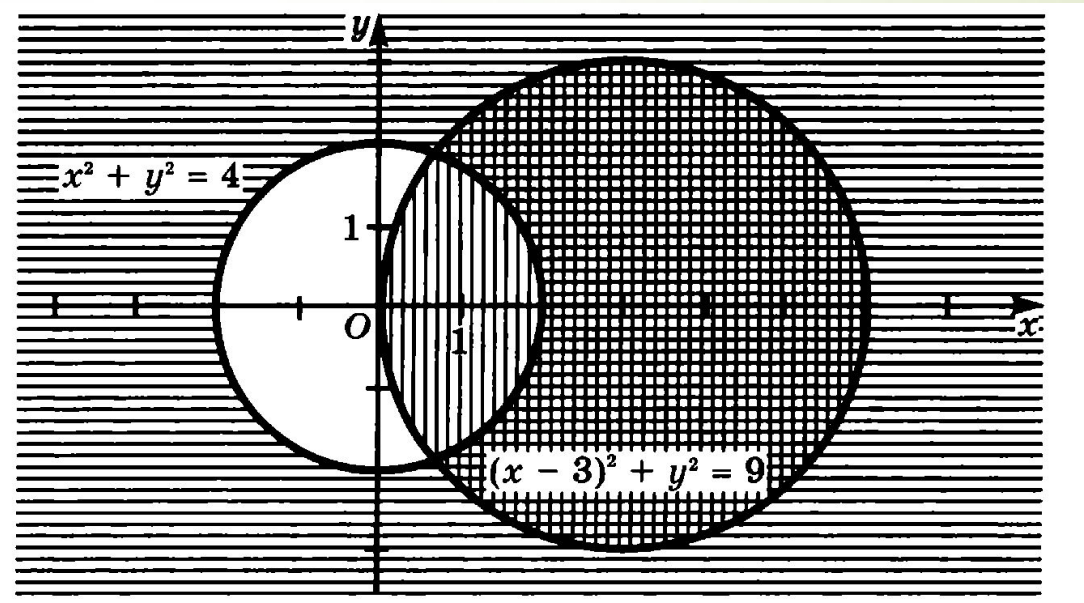
Преобразуем второе неравенство системы:

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 \leq 9$$

$$(x - 3)^2 + y^2 \leq 9$$

Неравенства и системы неравенств высших степеней с двумя переменными

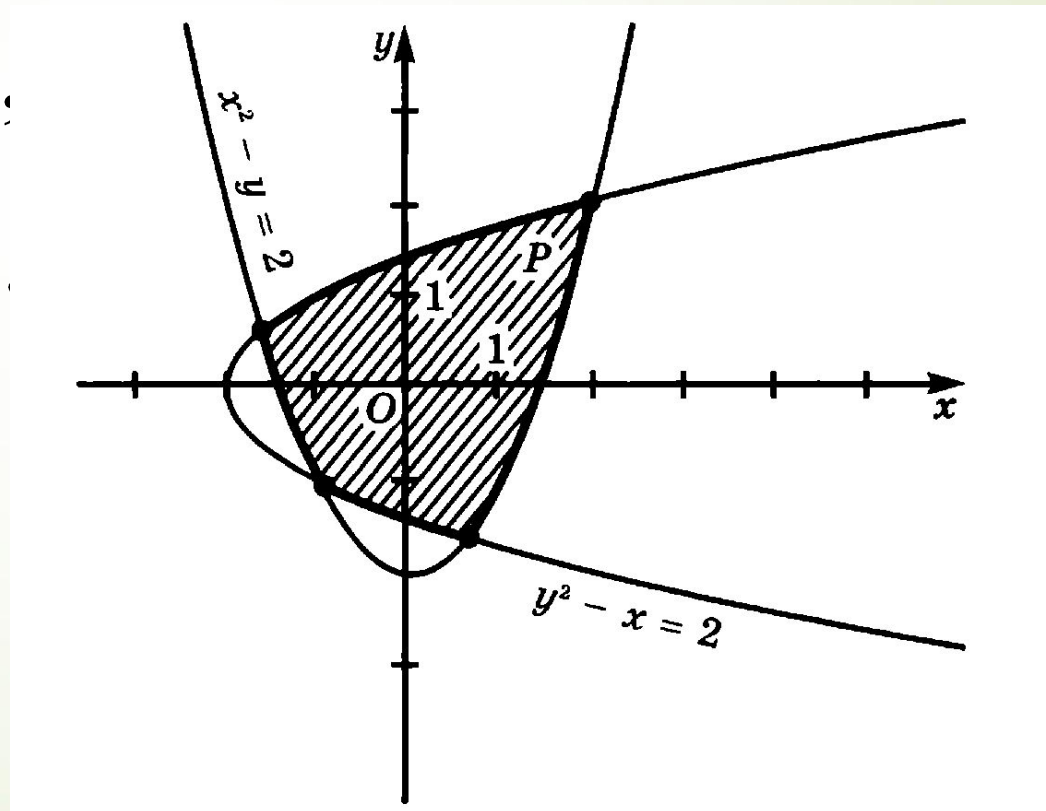
Получим равносильную систему
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4, \\ (x - 3)^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$



Неравенства и системы неравенств высших степеней с двумя переменными

- № 4. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемых системой неравенств

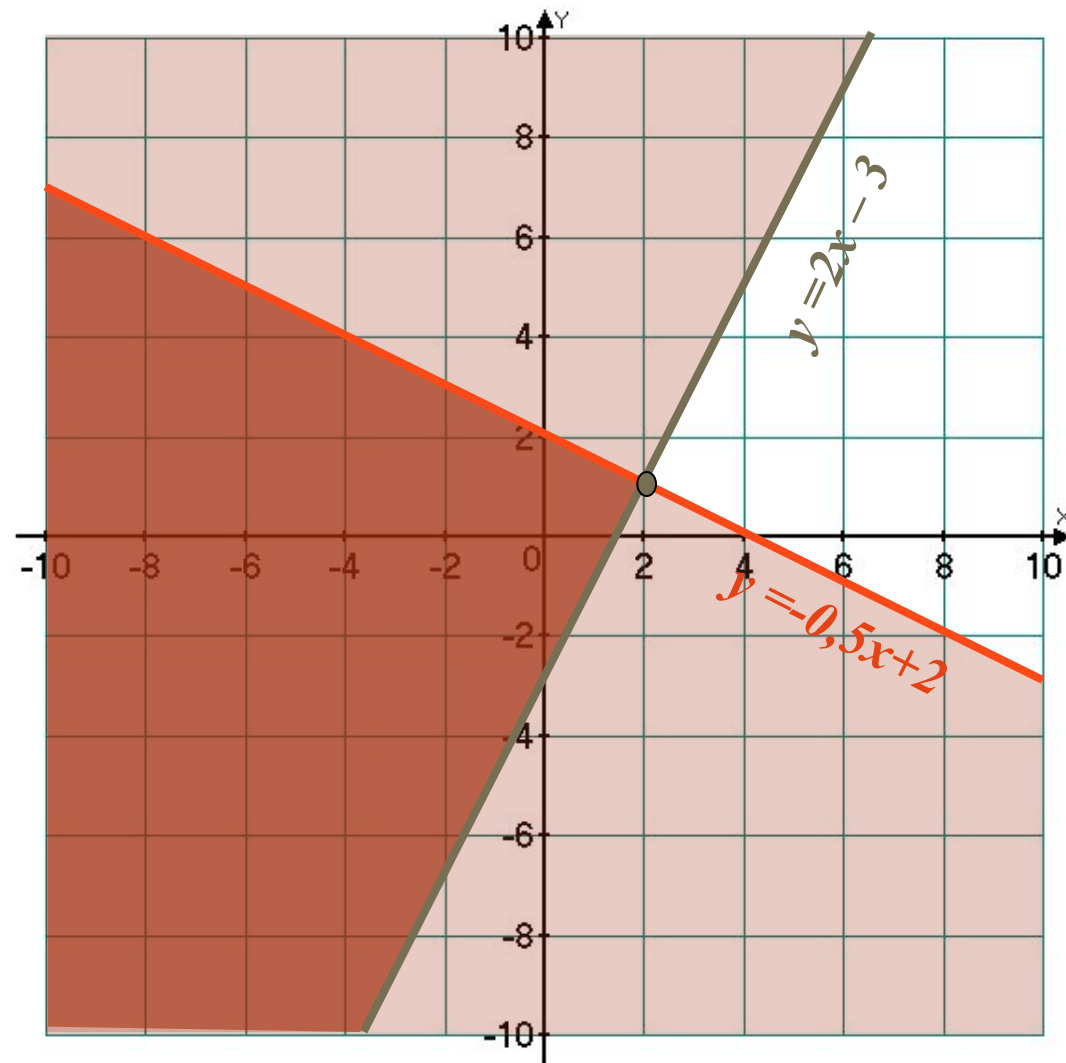
$$\begin{cases} x^2 - y \leq 2, \\ y^2 - x \leq 2. \end{cases}$$



Изображение на координатной плоскости множества решений системы неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2x - 3, \\ y \leq -0,5x + 2. \end{cases}$$

Первое неравенство задает открытую полуплоскость, расположенную выше прямой $y = 2x - 3$. Второе неравенство задает открытую полуплоскость, расположенную ниже прямой $y = -0,5x + 2$. Пересечением этих множеств является угол — множество решений данной



Изображение на координатной плоскости множества решений системы неравенств

$$\begin{cases} y - 3x + 4 \geq 0, \\ 2y - 6x - 7 \leq 0. \end{cases}$$

Запишем систему

$$\begin{cases} y \geq 3x - 4, \\ y \leq 3x + 3,5. \end{cases}$$

Первое неравенство в виде: $y \geq 3x - 4$ задает

открытую

полуплоскость $y = 3x - 4$

расположенную выше

второе неравенство

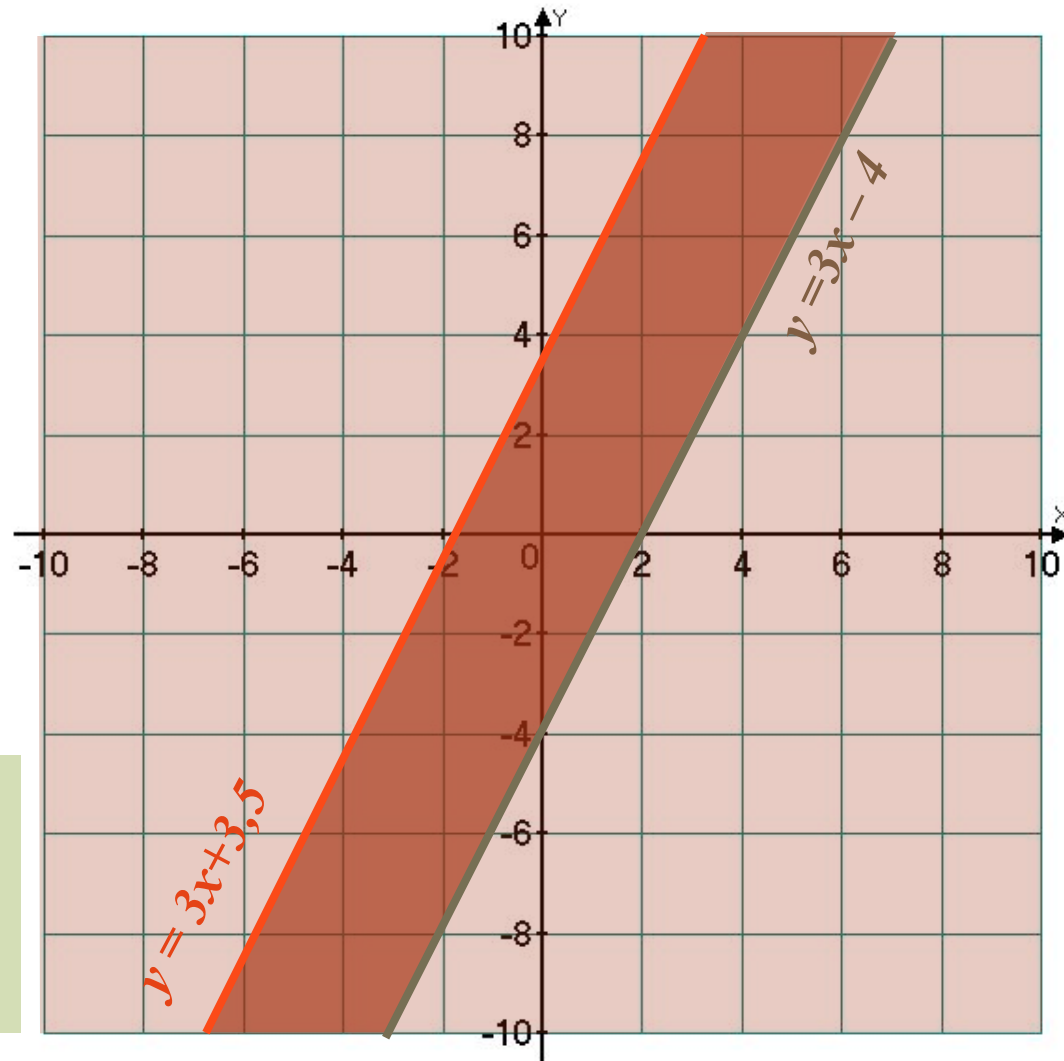
прямой задает

открытую

полуплоскость $y = 3x + 3,5$

расположенную ниже

Пересечением этих множеств является полоса, ограниченная этими прямыми, — множество решений данной системы неравенств



Изображение на координатной плоскости множества решений системы неравенств

Запишем систему

$$\begin{cases} y \leq 3x - 4, \\ y \geq 3x + 3,5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 3x + 4 \leq 0, \\ 2y - 6x - 7 \geq 0. \end{cases}$$

Первое неравенство в виде:

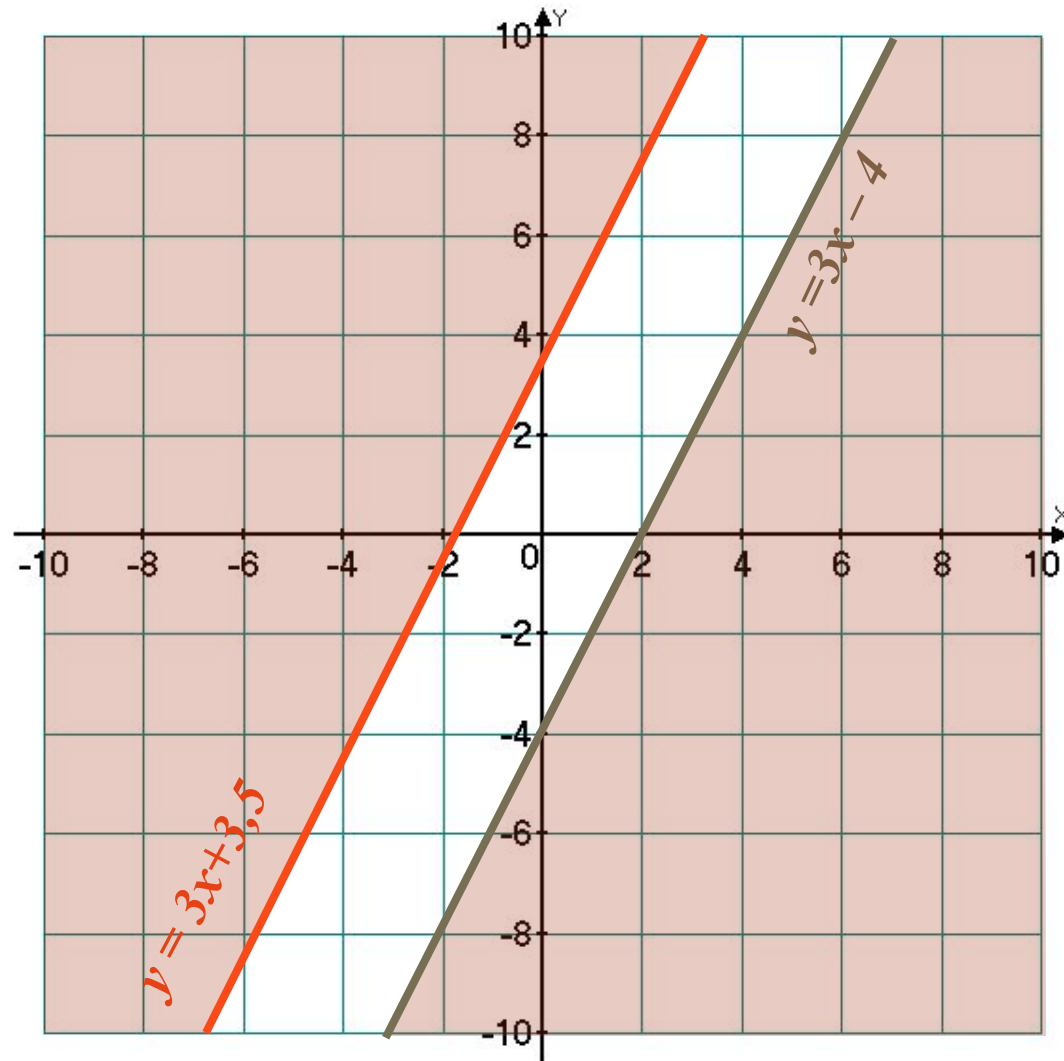
открытую полуплоскость, расположенную ниже прямой

$$y = 3x - 4$$

открытую полуплоскость, расположенную выше прямой

$$y = 3x + 3,5$$

Множество точек, заданное данной системой неравенств – пустое множество.



Изображение на координатной плоскости множества решений системы неравенств

$$\begin{cases} 3x - y - 6 \leq 0, \\ x - 4y + 16 \geq 0, \\ x + y + 4 \geq 0. \end{cases}$$

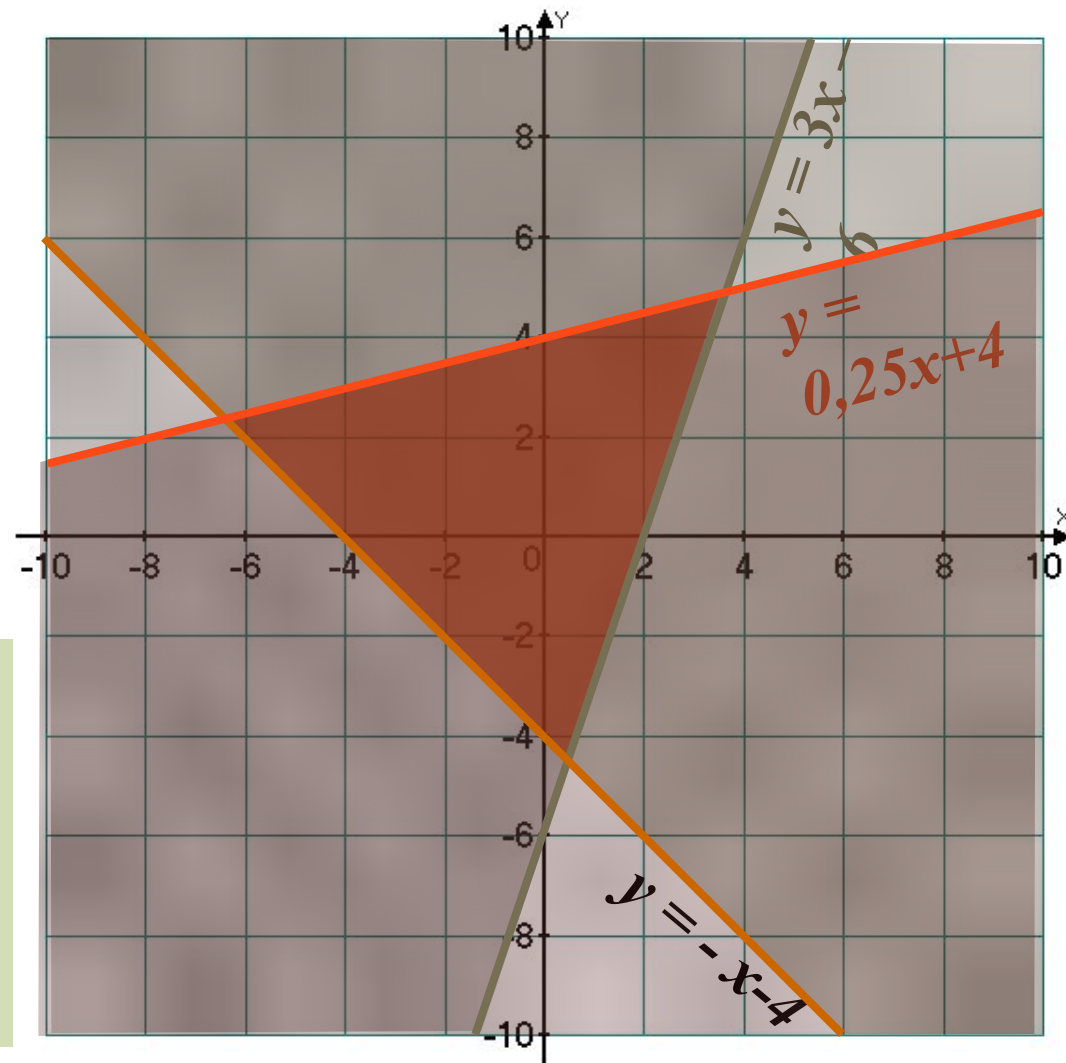
Запишем систему неравенств в виде точек решений каждого неравенства:

$$\begin{cases} y \geq 3x - 6, \\ y \leq 0,25x + 4, \\ y \geq -x - 4. \end{cases}$$

$$y \geq 3x - 6 \quad y \leq 0,25x + 4$$

$$y \geq -x - 4$$

Пересечением этих множеств является треугольник, образованный прямыми, — множество решений данной системы неравенств.



Изображение на координатной плоскости множества решений системы неравенств

$$\begin{cases} y > x^2 + 8x + 12, \\ x + 2 < 0. \end{cases}$$

Запишем систему

$$\begin{cases} y > x^2 + 8x + 12, \\ y < -x - 2. \end{cases}$$

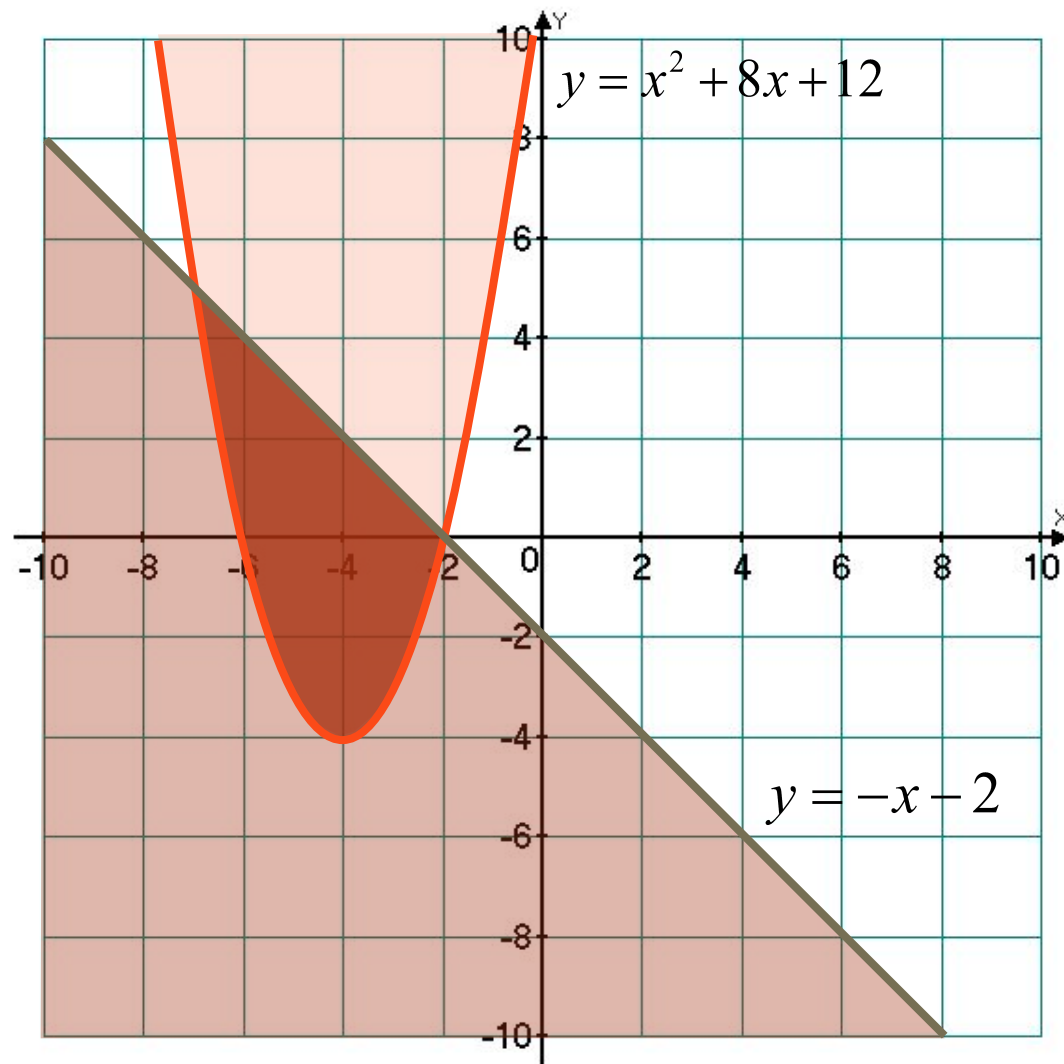
неравенств в виде. Изобразим множества точек

решений каждого

неравенства: $y > x^2 + 8x + 12$

$$y < -x - 2$$

Данная система неравенств задает ту из образовавшихся областей, которая расположена выше параболы и ниже прямой.



Изображение на координатной плоскости множества решений системы неравенств

$$\begin{cases} xy + 5 \leq 0, \\ x^2 + y^2 < 36. \end{cases}$$

Изобразим множества

точек

решений каждого

неравенства:

$$xy + 5 \leq 0$$

$$x^2 + y^2 < 36$$

Данная система задает две области, образовавшиеся при пересечении множеств решений ее неравенств.

