

Алгебра

Урок № 66

Раздел: «Тригонометрия»

Тема: *Формулы тригонометрии*



Цели Обучения

- 9.2.4.3 выводить и применять тригонометрические формулы суммы и разности углов, формулы двойного и половинного угла;

Цели урока

- Совершенствование навыков и умений применения формул тригонометрии для преобразования выражений.

Блиц опрос

1. Какой угол называется углом в 1 радиан?
2. Какие из тригонометрических функций являются чётными?
3. Определите знак выражения:
а) $\cos 300^\circ \sin 300^\circ$ б) $\operatorname{ctg}(-3)\cos(-5)$ в)
 $\cos 40^\circ \sin 120^\circ \operatorname{tg} 150^\circ$
4. Какова область значений $\sin \alpha$; $\cos \alpha$; $\operatorname{tg} \alpha$
5. Какова область определения $\sin \alpha$; $\cos \alpha$; $\operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{ctg} \alpha$
6. Найти $\sin \alpha$; $\cos \alpha$; $\operatorname{tg} \alpha$, если точка лежит на ед. окружности и имеет координаты $(\frac{3}{5}; \frac{4}{5})$
7. Может ли $\sin \alpha = \frac{5}{7}$; а $\cos \alpha = \frac{3}{7}$
8. Назовите периоды $\sin \alpha$; $\cos \alpha$; $\operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{ctg} \alpha$
9. Найдите области определения данных функций

$$y = \operatorname{tg}(2x) \text{ и } y = \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right).$$

$$1) \cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{4\pi}{9}$$

$$2) \frac{2 \sin 20^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ}{\sin 80^\circ}$$

$$3) 2 \sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ$$

$$K) \frac{\sin 25^\circ \cdot \sin 65^\circ}{\cos 40^\circ}$$

$$L) \frac{(\cos^2 10^\circ - \cos^2 80^\circ)^2 + \cos^2 70^\circ}{3}$$

$$M) \sin 20^\circ + 2 \sin^2 35^\circ$$

$$H) \frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$O) \cos^4 20^\circ - \sin^4 20^\circ$$

Задания на повторение

Пример № 1

Найдите значение выражения:

$$\text{a) } \left(\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right)^{-1};$$

$$\text{b) } \frac{\operatorname{tg}(-45^{\circ}) + \sin(-270^{\circ}) - \cos(-90^{\circ})}{\operatorname{ctg}(-60^{\circ}) + \sin(-180^{\circ})}.$$

Пример № 2

Упростите выражение:

$$\text{a) } 3 \sin \frac{x}{3} \cdot \cos \frac{x}{3};$$

$$\text{b) } \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha};$$

$$\text{c) } \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \gamma} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \gamma};$$

$$\text{d) } \frac{1 + \cos^2 \beta + \cos 2\beta}{\cos 2\beta + 1}.$$

Пример № 3

Вычислите:

$$\text{a) } \sin 225^{\circ} \cos 120^{\circ} \operatorname{tg} 330^{\circ} \operatorname{ctg} 240^{\circ};$$

$$\text{b) } \sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) - \cos \frac{11\pi}{2} + \operatorname{tg} \frac{4\pi}{5} \operatorname{ctg} \frac{6\pi}{5}.$$

Пример № 4

Упростите выражение:
$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cos^2(\pi + x) \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\operatorname{tg}(\pi - x) \cos(x - \pi) \sin(2,5\pi + x)}$$

Пример № 5 Преобразуйте выражение, используя формулу половинного угла:

1) $\sin^2 4\alpha$;

2) $\cos^2 6\alpha$;

3) $\operatorname{tg}^2 5\alpha$;

4) $\operatorname{ctg}^2 8\alpha$;

5) $\sin^2\left(5\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$;

6) $\cos^2\left(7\alpha + \frac{3\pi}{4}\right)$;

7) $\operatorname{tg}^2\left(6\alpha + \frac{5\pi}{4}\right)$;

8) $\operatorname{ctg}^2\left(5\alpha + \frac{7\pi}{4}\right)$.

Решаем самостоятельно

Преобразуйте каждое из выражений с помощью формул двойного угла:

№ 1

а) $\sin 10\alpha$; б) $\sin 7\alpha$; в) $\cos 6\alpha$;
г) $\cos \frac{\alpha}{2}$; д) $\operatorname{tg} 3\alpha$; е) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$.

№ 2

С помощью формулы синуса двойного угла упростите выражение:

а) $2\sin 3\alpha \cos 3\alpha$; б) $\sin \alpha \cos \alpha$; в) $2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$;
г) $\frac{\sin 2\alpha}{\cos^2 \alpha}$; д) $\frac{\sin 2\alpha - 2\sin \alpha}{\cos \alpha - 1}$; е) $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

№ 3 Упростите выражение:

1) $\frac{\cos(\alpha + \beta) + \sin \alpha \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta) - \cos \alpha \cos \beta}$;

3) $\frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\sin(\pi - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)}$

5) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} + \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}$;

6) $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)(1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta) + \operatorname{tg}(\alpha - \beta)(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)$.

Д.3

1 Найдите значение выражения, используя формулы двойных углов:

а) $2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}$;

б) $6\sin 15^\circ \cos 15^\circ$;

в) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$;

г) $\sin^2\frac{\pi}{8} - \cos^2\frac{\pi}{8}$;

д) $\frac{2\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}}{\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{12} - 1}$;

е) $\frac{2\operatorname{tg}165^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 165^\circ}$.

а) $\cos 19^\circ 30' \cos 25^\circ 30' - \sin 19^\circ 30' \sin 25^\circ 30'$;

б) $\sin 113^\circ \cos 323^\circ + \cos 247^\circ \cos 307^\circ$;

в) $\frac{\operatorname{tg} 273^\circ - \operatorname{ctg} 207^\circ}{1 - \operatorname{ctg} 3^\circ \operatorname{tg} 63^\circ}$.

3. Докажите тождество
$$\frac{\cos \alpha - \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} \sin \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha.$$

4. Найдите значение выражения:

4.

1) $1 - 2\sin^2 15^\circ$;

2) $2\cos^2\frac{\pi}{12} - 1$;

3) $\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$;

4) $\sin^2\frac{\pi}{8} - \cos^2\frac{\pi}{8}$;

5) $6\sin 75^\circ \cos 75^\circ$;

6) $4\sin^2 75^\circ$;

7) $\frac{2\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}}{1 - \operatorname{tg}^2\frac{\pi}{12}}$;

8) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2\frac{\pi}{8}}{2\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}}$.