05.11.20.

Тема:
Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Свойства логарифмов.

Учащиеся должны освоить теоретическую часть, прислать ответы на вопросы и решение задач, содержащиеся в практической части.

Видео для усвоения материала:
https://infourok.ru/videouroki/1224

Теоретическая часть:

Прочитать и понять.

Выделенное жирным шрифтом – выучить.

Задача 1 Найти положительный корень уравнения $x^4 = 81$.

▶ По определению арифметического корня имеем $x = \sqrt[4]{81} = 3$. ◁

Задача 2 Решить уравнение $3^x = 81$.

▶ Запишем данное уравнение так: $3^x = 3^4$, откуда $x = 4$. ◁

В задаче 1 неизвестным является основание степени, а в задаче 2 — показатель степени.

Способ решения задачи 2 состоял в том, что левую и правую части уравнения удалось представить в виде степени с одним и тем же основанием 3. Но уже, например, уравнение $3^x = 80$ таким способом решить не удаётся. Однако это уравнение имеет корень. Чтобы уметь решать такие уравнения, вводится понятие логарифма числа. В § 11 было сказано, что уравнение $a^x = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, имеет единственный корень. Этот корень называют *логарифмом числа b по основанию a* и обозначают $\log_a b$. Например, корнем уравнения $3^x = 81$ является число 4, т. е. $\log_3 81 = 4$.

Логарифмом положительного числа b по основанию a, где $a > 0$, $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить b.

Например, $\log_2 8 = 3$, так как $2^3 = 8$; $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, так как $3^{-2} = \frac{1}{9}$; $\log_7 7 = 1$, так как $7^1 = 7$; $\log_4 1 = 0$, так как $4^0 = 1$.

Определение логарифма можно записать так:

$$a^{\log_a b} = b.$$

Это равенство справедливо при $b > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$. Его обычно называют *основным логарифмическим тождеством*.

Например, $4^{\log_4 5} = 5$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3} = 3$, $13^{\log_{13} \frac{3}{4}} = \frac{3}{4}$.

Задача 3 Вычислить $\log_{64} 128$.

▶ Обозначим $\log_{64} 128 = x$. По определению логарифма $64^x = 128$. Так как $64 = 2^6$, $128 = 2^7$, то $2^{6x} = 2^7$, откуда $6x = 7$, $x = \frac{7}{6}$.

Ответ $\log_{64} 128 = \frac{7}{6}$. ◁

Задача 4 Вычислить $3^{-2 \log_3 5}$.

▶ Используя свойства степени и основное логарифмическое тождество, находим

$$3^{-2 \log_3 5} = \left(3^{\log_3 5}\right)^{-2} = 5^{-2} = \frac{1}{25}.$$ ◁

Задача 5 Решить уравнение $\log_3 (1 - x) = 2$.

▶ По определению логарифма $3^2 = 1 - x$, откуда $x = -8$. ◁

Практическая часть.

267 1) $\log_2 16$; 2) $\log_2 64$; 3) $\log_2 2$; 4) $\log_2 1$.

268 1) $\log_2 \frac{1}{2}$; 2) $\log_2 \frac{1}{8}$; 3) $\log_2 \sqrt{2}$; 4) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

269 1) $\log_3 27$; 2) $\log_3 81$; 3) $\log_3 3$; 4) $\log_3 1$.

270 1) $\log_3 \frac{1}{9}$; 2) $\log_3 \frac{1}{3}$; 3) $\log_3 \sqrt[4]{3}$; 4) $\log_3 \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

271 1) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 4$; 3) $\log_{0,5} 0{,}125$;

4) $\log_{0,5} \frac{1}{2}$; 5) $\log_{0,5} 1$; 6) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{2}$.

272 1) $\log_5 625$; 2) $\log_6 216$; 3) $\log_4 \frac{1}{16}$; 4) $\log_5 \frac{1}{125}$.

273 1) $\log_{\frac{1}{5}} 125$; 2) $\log_{\frac{1}{3}} 27$; 3) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64}$; 4) $\log_{\frac{1}{6}} 36$.

274 1) $3^{\log_3 18}$; 2) $5^{\log_5 16}$; 3) $10^{\log_{10} 2}$; 4) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 6}$.

275 1) $3^{5\log_3 2}$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{6\log_{\frac{1}{2}} 2}$; 3) $0{,}3^{2\log_{0,3} 6}$; 4) $7^{\frac{1}{2}\log_7 9}$.

276 1) $8^{\log_2 5}$; 2) $9^{\log_3 12}$; 3) $16^{\log_4 7}$; 4) $0{,}125^{\log_{0,5} 1}$.