Тема урока:Приращение функции

Цели урока:

- Формирование понятия приращения функции и приращения аргумента, секущей, геометрического смысла приращения функции;
- Развитие вычислительных навыков;
- Воспитание познавательного интереса к предмету.

задание

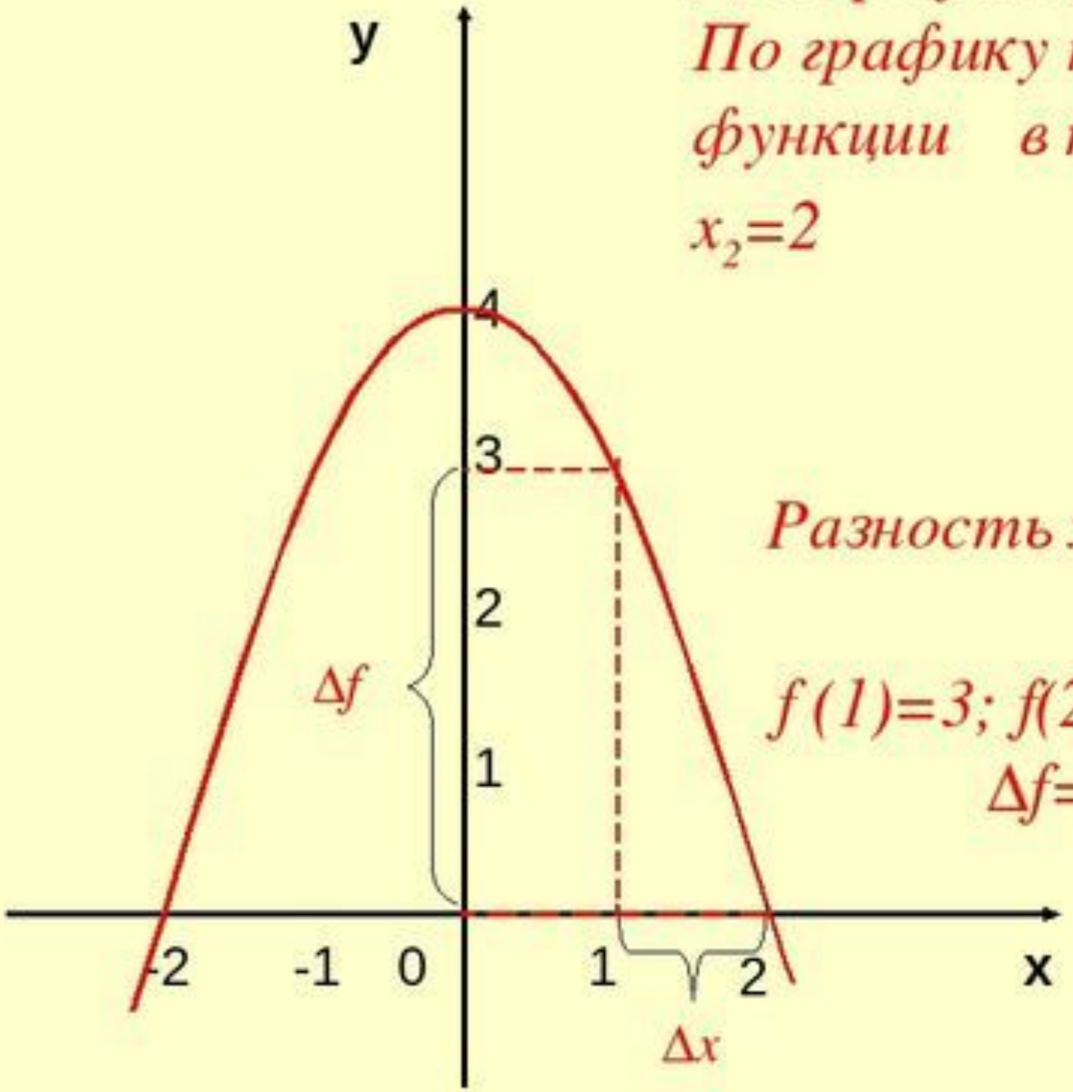
- Прочитать презентацию
- Написать конспект
- Выполнить дз (вариант 1 из самостоятельной работы слайд №17)
- Прислать на проверку в вк и конспект и выполненное дз до 16.30

Нахождение значения функции в точке.

Найти значение функции $f(x)= x^2 + 2x$ в точке $x_0 = -3$.

Решение: $f(x_0) = f(-3) = (-3)^2+ 2\cdot(-3) = 9 - 6 = 3$

Ответ: $f(-3) = 3$



Дан график функции $y=\mathbf{4-x^2}$
По графику найти значение функции в точке $x_1=1$ *и* $x_2=2$

Разность $x_2 - x_1=2-1=1$; $\Delta x=1$

$f(1)=3$; $f(2)=0$; $f(2)-f(1)=0-3=-3$

$\Delta f=-3$

Приращение аргумента, приращение функции.

Пусть x – произвольная точка, лежащая в некоторой окрестности фиксированной точки x_0. Разность $x-x_0$ называется приращением независимой переменной

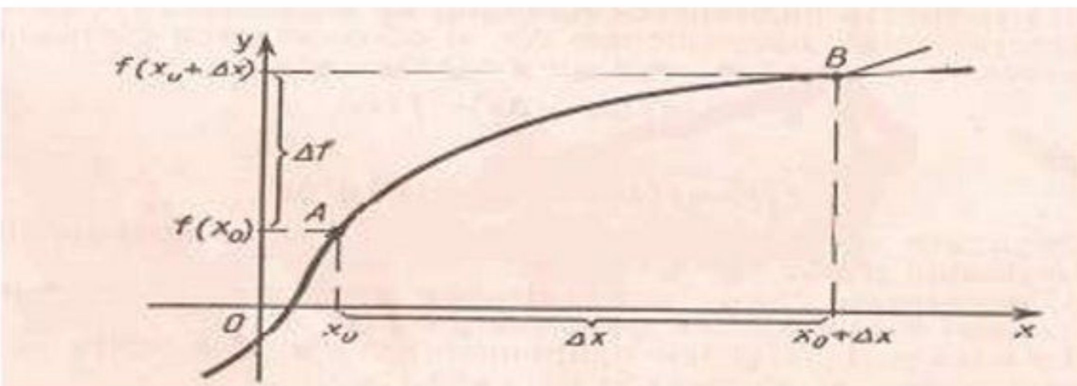
(или приращением аргумента) в точке x_0 и обозначается Δx.

$\Delta x = x - x_0$ – *приращение независимой переменной*

Приращением функции f в точке x_0 называется разность между значениями функции в произвольной точке и значением функции в фиксированной точке.

$f(x) - f(x_0) = f(x_0+\Delta x) - f(x_0)$ – *приращение функции f*

$$\Delta f = f(x_0+\Delta x) - f(x_0)$$



Δδ

Дельта

- Δ, (название: **де льта**, греч.) — 4-я буква греческого алфавита. В системе греческой алфавитной записи чисел имеет числовое значение 4. Происходит от Финикийской буквы — *далет*, название которой означало «дверь» или «вход в палатку». От буквы «дельта» произошли латинская буква D и кириллическая Д. Обозначение приращения функции (аргумента) буквой дельта впервые применил швейцарский математик и механик Иоганн Бернулли (1667-1748)

Пример 1

- Найти приращение аргумента и приращение функции $y=x^2$ при переходе от $x_0=1,2$ к точке $x=2,5$

Решение: $\Delta x= x-x_0$

$\Delta x=2,5-1,2=1,3,$

$\Delta f =f(x) - f(x_0)$

$\Delta f=2,5^2-1,2^2=6,25-1,44= 4,81$

Ответ: 1,3; 4,81

Пример 2:
Найти приращение аргумента и приращение функции в точке x_0, если $f(x) = x^2$

$x = 1,9 \qquad x_0 = 2$

Решение:

$$\Delta x = x - x_0;$$

$$\Delta x = 1,9 - 2 = -0,1;$$

$$\Delta f = f(x) - f(x_0);$$

$$\Delta f = f(1,9) - f(2) = 1,9^2 - 2^2 = 3,61 - 4 = -0,39$$

$$\text{Ответ}: \Delta x = -0,1; \Delta f = -0,39$$

Геометрический смысл приращения функции

$y=kx+b$

$$k = tg\alpha$$

ΔABC ***- прямоугольный***

$$tg\alpha = \frac{BC}{AC}$$

$$\boxed{k = tg\alpha = \frac{\Delta f}{\Delta x}}$$

-угловой коэффициент секущей к графику функции

Найти угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ проходящей через точки с данными абсциссами x_1 и x_2. Какой угол (острый или тупой) образует секущая с осью Ox.

$f(x) = x^2;\ x_1 = 0;\ x_2 = 1$

Решение $tg\alpha = \frac{\Delta f}{\Delta x}$;

$\Delta x = x - x_0$; $\Delta f = f(x) - f(x_0)$;

$\Delta x = 1 - 0 = 1$; $\Delta f = f(1) - f(0) = \frac{1}{2}\cdot 1^2 - \frac{1}{2}\cdot 0^2 = \frac{1}{2}$

$k = tg\alpha = \frac{1}{2} > 0$, значит – острый

Ответ: $tg\alpha = \frac{1}{2}$; - острый

Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x) = 3x+1$, $x_0 = 5$, $\Delta x = 0,01$.

Решение: $x=x_0+\Delta x$, $x= 5+0,01=5,01$

$f(x_0)=f(5)=3\cdot 5+1=16$;

$f(x)=f(5,01)= 3\cdot 5,01+1=16,03$

$\Delta f = f(x) - f(x_0)$; $\Delta f = 16,03-16=0,03$

Ответ: 0,03

Найти приращение функции $y=f(x)$ при переходе от точки x к точке $x+\Delta x$, если $f(x)= x^2$.

Решение: $\Delta f = f(x) - f(x_0)=f(x+ \Delta x)-(x)$

$f(x)=x^2$

$f(x+ \Delta x) =(x+ \Delta x)^2=x^2+2x\Delta x+\Delta x^2$

$\Delta f= x^2+2x\Delta x+\Delta x^2 - x^2=2x\Delta x+\Delta x^2$

Ответ: $2x\Delta x+\Delta x^2$

Ответить на вопросы

- 1. Что такое приращение функции?
- 2. Что такое приращение аргумента?
- 3. Объяснить в чём заключается геометрический смысл отношения приращения функции и приращения аргумента

Самостоятельная работа

Вариант 1

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если:

$a)\ \ f(x) = -\frac{6}{x},\ \ x_0 = 3,\ \ \varrho x = 0,2;$

$б)\ \ f(x) = x^2 + x - 5,\ \ x_0 = -2,\ \ \varrho x = 0,4.$

2. Найдите приращение функции f в точке x_0, если:

$a)\ \ f(x) = x^2 - 4x,\ \ x_0 = 1,5,\ \ x = 1,6;$

$б)\ \ f(x) = \cos 2x,\ \ x_0 = \frac{\pi}{4},\ \ x = \frac{\pi}{3}.$

3. Стороны прямоугольника равны 6 см и 12 см. Найдите приращение его площади, если каждую из сторон увеличили на 0, 8 см.

4. Найдите угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ проходящей через точки x_0= -1, x=2. Какой угол (острый или тупой) образует секущая с осью Ox?

Вариант 2

1. Найдите приращение функции f в точке x0, если:

$a)\ \ f(x) = \frac{4}{x},\ \ x_0 = -2,\ \ \varrho x = 0,5;$

$б)\ \ f(x) = x^2 - 2x + 2,\ \ x_0 = 3,\ \ \varrho x = -0,2.$

2. Найдите приращение функции f в точке x0, если:

$a)\ \ f(x) = x^2 + 3x,\ \ x_0 = -2,5,\ \ x = -2,6;$

$б)\ \ f(x) = \sin 2x,\ \ x_0 = \frac{\pi}{4},\ \ x = \frac{\pi}{3}.$

3. Стороны прямоугольника равны 5 см и 8 см. Найдите приращение его периметра, если каждую из сторон увеличили на 0, 7 см.

4. Найдите угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$, проходящей через точки x_0=0, x= -2. Какой угол (острый или тупой) образует секущая с осью Ox?


5