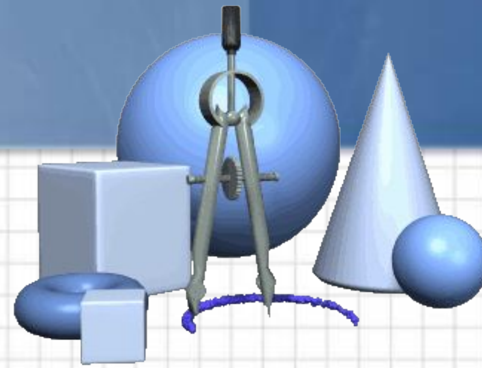
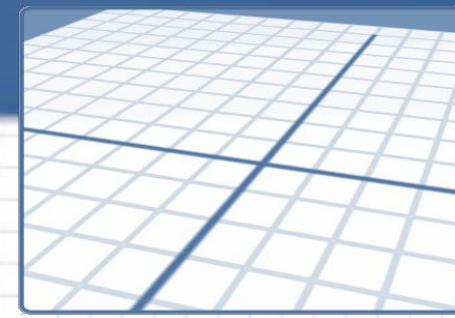




Методическая разработка урока геометрии

«Уравнение плоскости»

(профильный уровень)

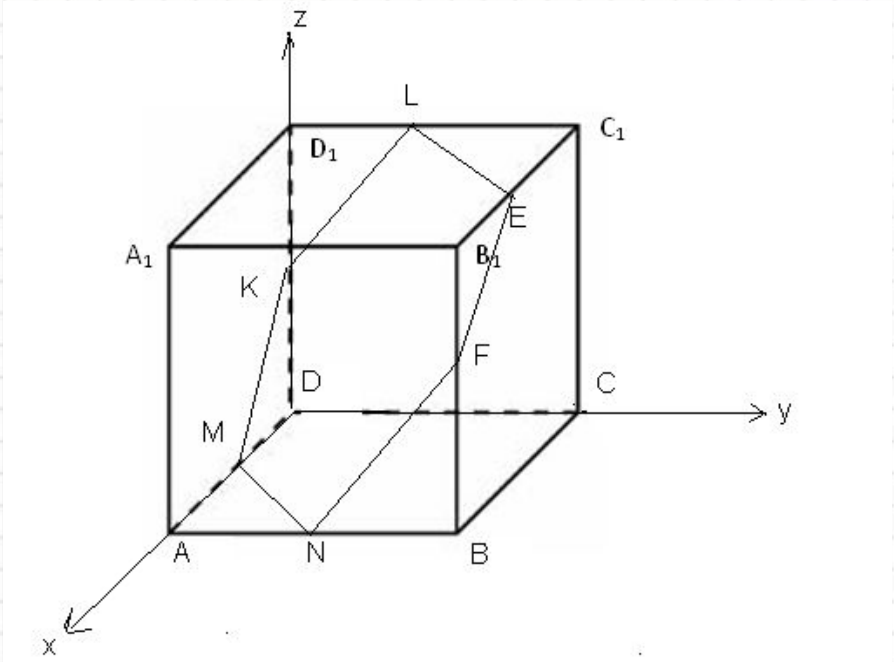
урок №2.

Цели:

- ***Повторить понятия общего уравнения плоскости, матрицы и определителя.***
- ***Изучить новые способы нахождения определителя квадратных матриц третьего порядка.***
- ***Закрепить умение записывать уравнение плоскости, проходящей через три различные точки.***

Задача

- В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ на серединах ребер AB, BB_1 , B_1C_1, C_1D_1, D_1D, DA взяли точки.
- Найдите
- б) Составить уравнения плоскостей A_1BD и KMN



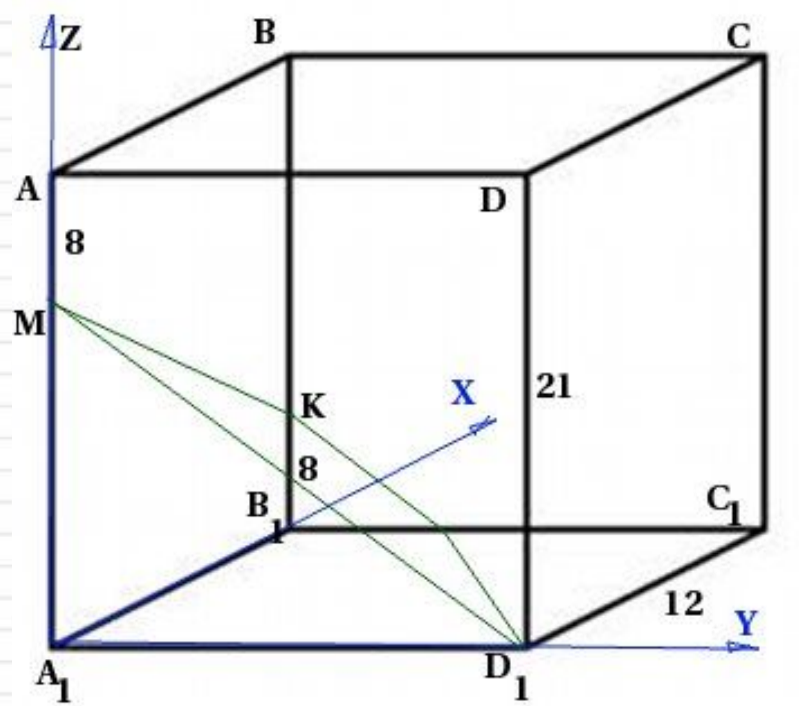
Ответ:

$-x+y+z=0$ (A_1BD)

$-0{,}25x+0{,}25y-0{,}25z=0$ (KMN)

Задача 2

- В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной основания 12 и высотой 21 на ребре AA_1 взята точка M так, AM = 8, на ребре BB_1 взята точка K так, что $B_1K=8$.
- Написать уравнение плоскости D_1MK.



Ответ: **$5x + 13y + 12z – 156 = 0$**

Проверка

M(0, 0, 13)

K(12, 0, 8)

D_1(0, 12, 0)

$$\begin{cases} 0\times A+0\times B+13C+1=0 \\ 12A+0\times B+8C+1=0 \\ 0\times A+12B+0\times C+1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13C+1=0 \\ 12A+8C+1=0 \\ 12B+1=0 \end{cases}$$

$$C=-\frac{1}{13}$$

$$B=-\frac{1}{12}$$

$$A=\frac{-5}{12\times 13}$$

$$\frac{-5}{12\times 13}x-\frac{1}{12}y-\frac{1}{13}z+1=0$$

Ответ: **5x + 13y + 12z – 156 = 0**

Фронтальный опрос

1. ***Записать на доске общее уравнение плоскости;***
2. ***Записать систему уравнений для нахождения уравнения плоскости, проходящей через точки***

   $M(x_1,y_1,z_1)$, $N(x_2,y_2,z_2)$, $K(x_3,y_3,z_3)$;
3. ***Записать матрицу для нахождения уравнения плоскости, проходящей через точки***

   $M(x_1,y_1,z_1)$, $N(x_2,y_2,z_2)$, $K(x_3,y_3,z_3)$;
4. ***Записать формулу, для нахождения определителя матрицы второго порядка;***
5. ***Рассказать правило треугольника, для вычисления определителя матрицы третьего порядка.***

Миноры

Понижение порядка определителя

Решить определитель третьего порядка можно еще раскрыв его *по любой строке или по любому столбцу,* т. о. он сводится к решению трех маленьких определителей, или как их еще называют, ***миноров***.

Алгоритм:

Определитель матрицы равен сумме произведений элементов строки (столбца) на соответствующие алгебраические дополнения.

Рекомендации:

Преимущества имеет строка или столбец, содержащие 0 и 1

Раскроем определитель по первой строке

Матрица знаков

КАК получить?

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1\cdot\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1\cdot\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1\cdot\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2)\cdot\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1\cdot\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2)\cdot\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} + 3$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1\cdot\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2)\cdot\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} + 3\cdot\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -7 & 8 \end{vmatrix}$$

Остальные действия не представляют трудностей, поскольку определители «два на два» мы считать уже умеем. НЕ ПУТАЕМСЯ В ЗНАКАХ!

Задача №1.

Даны координаты вершин тетраэдра:

A(1; 1; 1), B(0; 2; 5), C(3; -1; 4), D(4; 2; 1).

Вывести уравнение плоскости BCD способам миноров.

$$\begin{vmatrix} x-0 & y-2 & z-5 \\ 3-0 & -1-2 & 4-5 \\ 4-0 & 2-2 & 1-5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & y-2 & z-5 \\ 3 & -3 & -1 \\ 4 & 0 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

$$x \cdot \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} - (y-2) \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -4 \end{vmatrix} + (z-5) \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$12x + 8(y-2) + 12(z-5) = 0$$

$$3x + 2y + 3z - 19 = 0$$

Правило Саррюса

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$

$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

Справа от определителя дописывают первых два столбца и произведения элементов на главной диагонали и на диагоналях, ей параллельных, берут со знаком "плюс"; а произведения элементов побочной диагонали и диагоналей, ей параллельных, со знаком "минус":

Задача №2.

Вычислить определитель

с помощью правила Саррюса.

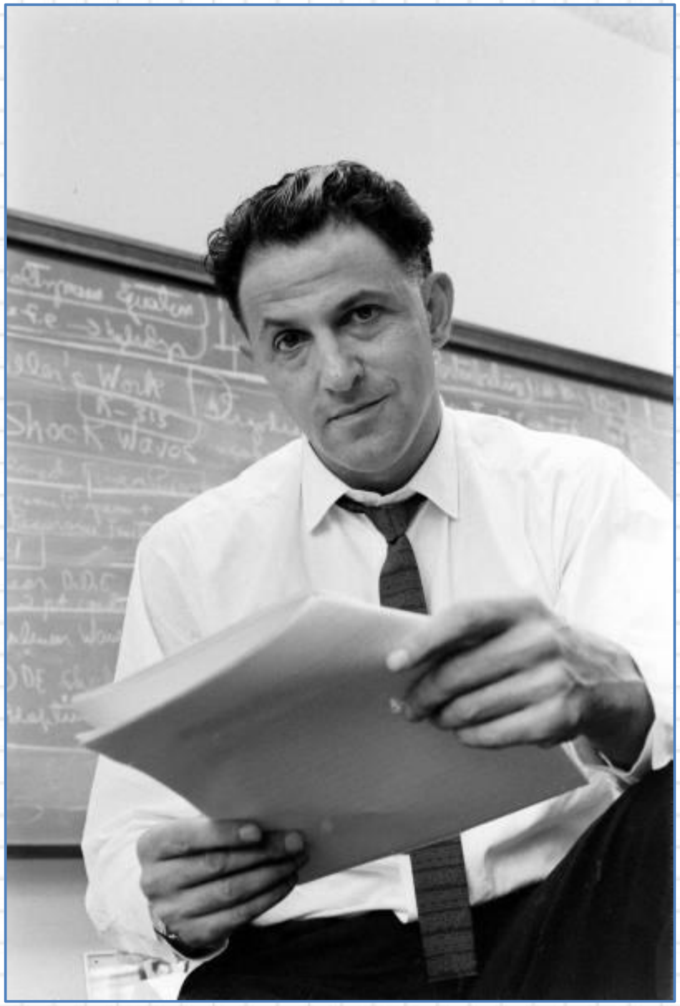
$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}$$

Решение.

$$\left|\begin{matrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \\ 1 & -2 \end{matrix} = 3\cdot 1\cdot(-2) + 3\cdot 3\cdot 1 +$$

$$+(-1)\cdot 4\cdot(-2) - (-1)\cdot 1\cdot 1 - 3\cdot 3\cdot(-2) - 3\cdot 4\cdot(-2) = 54$$

Страницы истории



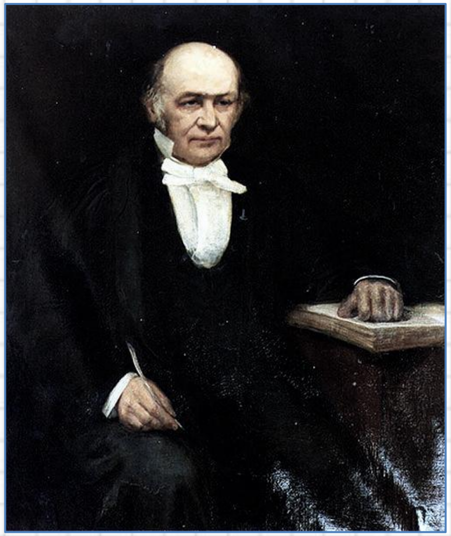
Завершая первоначальное знакомство с матрицами, нельзя не сказать о той роли, которую играет алгебра матриц. Американский математик Ричард Беллман называл теорию матриц «арифметикой высшей математики». Это сравнительно «молодой» раздел математики.

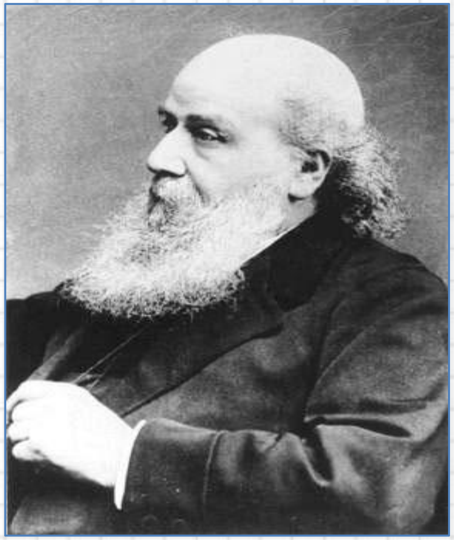
Страницы истории

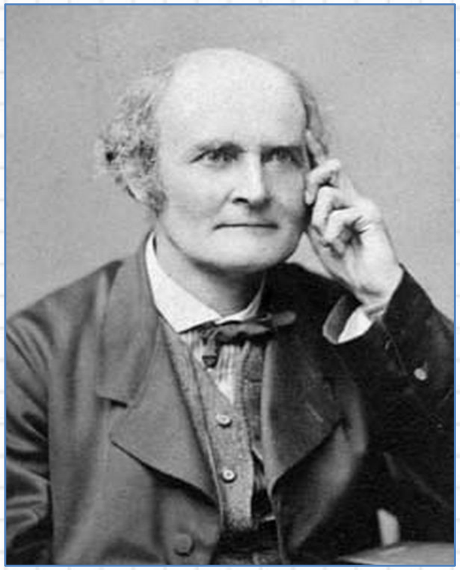
Уильям Гамильтон
(1805-1865)

Джеймс Сильвестр
(1814-1897)

Артур Кэли
(1821-1895)







Упоминание о матрицах впервые встречается в середине XIX века в работах ирландского астронома и математика У. Гамильтона и у английских математиков Дж. Сильвестра и А. Кэли .

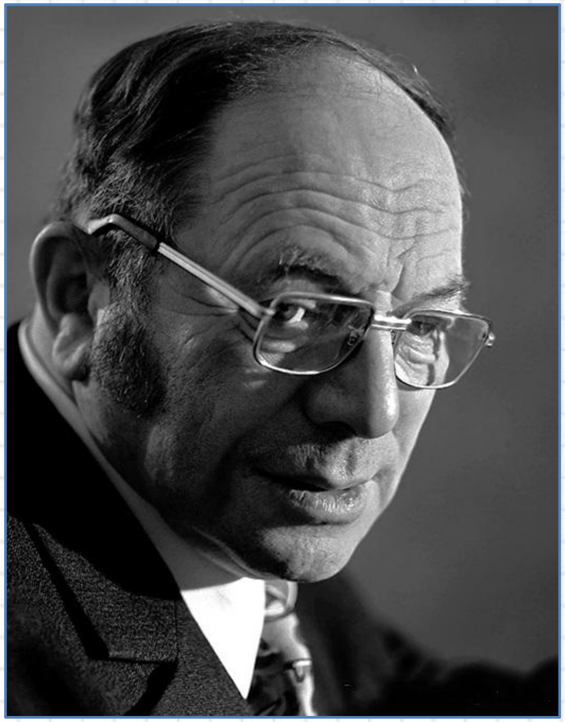
Страницы истории

Карл Вейерштрасс (1815-1897)

Основы теории матриц были заложены во второй половине XIX века немецкими математиками К. Вейерштрассом и Фробениусом

Фердинанд Георг Фробениус (1849 – 1917)

Канторович Леонид Витальевич



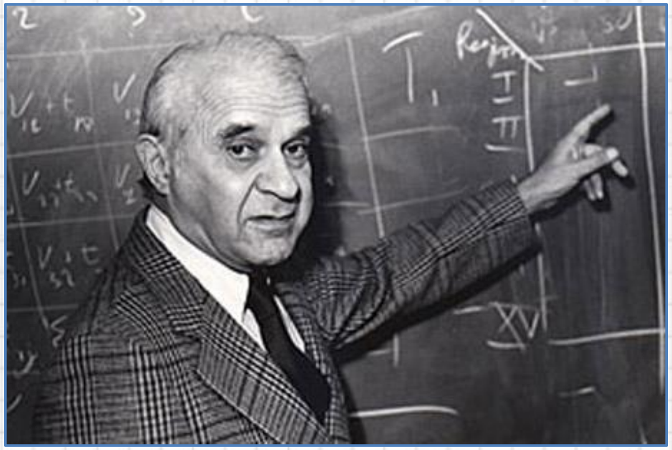
19.01.1912 г. – 7.04.1986 г.

Теория матриц продолжает развиваться до сих пор. Этому способствуют многочисленные и разнообразные *приложения матриц.*

Особенно широкое применение получили методы линейной алгебры и теории матриц при математическом моделировании экономических процессов.

В 40-х годах возникли методы, позволяющие решать экстремальные задачи экономики. Один из таких разделов математики называется *линейным программированием*. Большую роль в развитии методов линейного программирования сыграли работы советского академика Л.В. Канторовича. За эти работы он был удостоен Нобелевской премии по экономике в 1975 г.

Василий Васильевич Леонтьев



(5.08.1906- 5.02. 1999)
Американский экономист российского происхождения

Нобелевская премия по экономике

Основной задачей при математическом моделировании экономических процессов является задача создания модели межотраслевого баланса. Модель эта называется моделью Леонтьева (по имени ее создателя) и активно используется для управления народным хозяйством.

Составление и исследование системы является сложной и трудоемкой задачей потому, что для хорошего описания сложной экономической системы приходится иметь дело с матрицами очень большой размерности (американская экономика в настоящее время использует матрицу А размером 450x450).