



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦВЕТНИК: РОЗЫ ГВИДО ГРАНДИ

ВЕБ-21-1

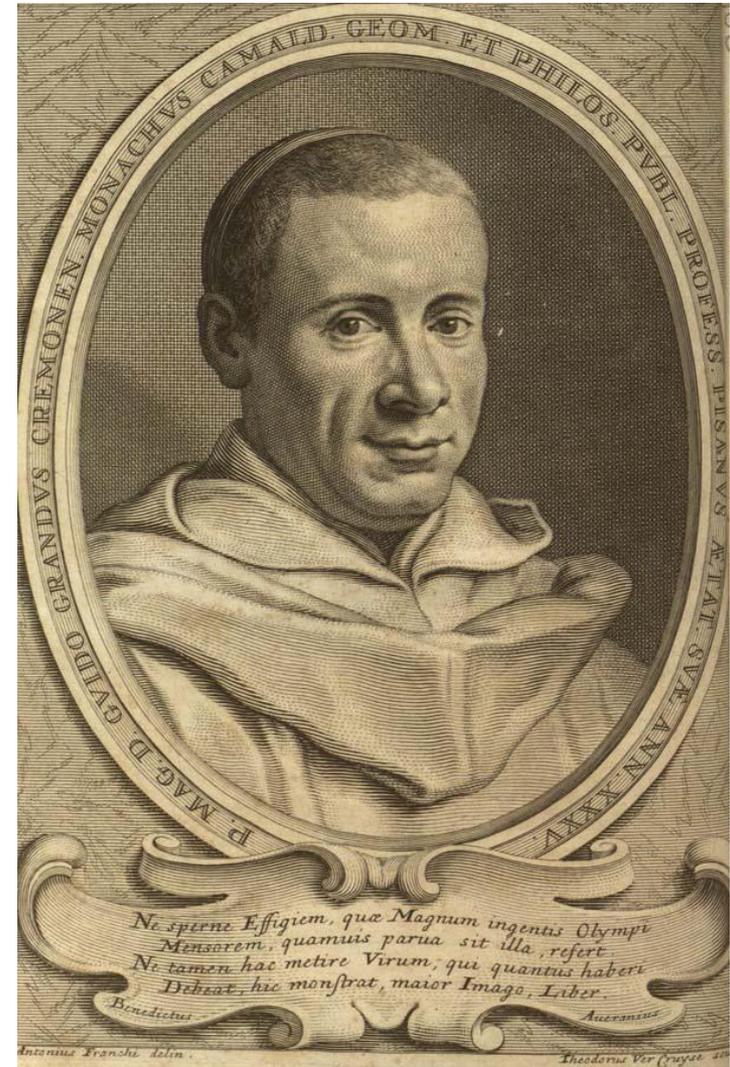
М.А. Воронов



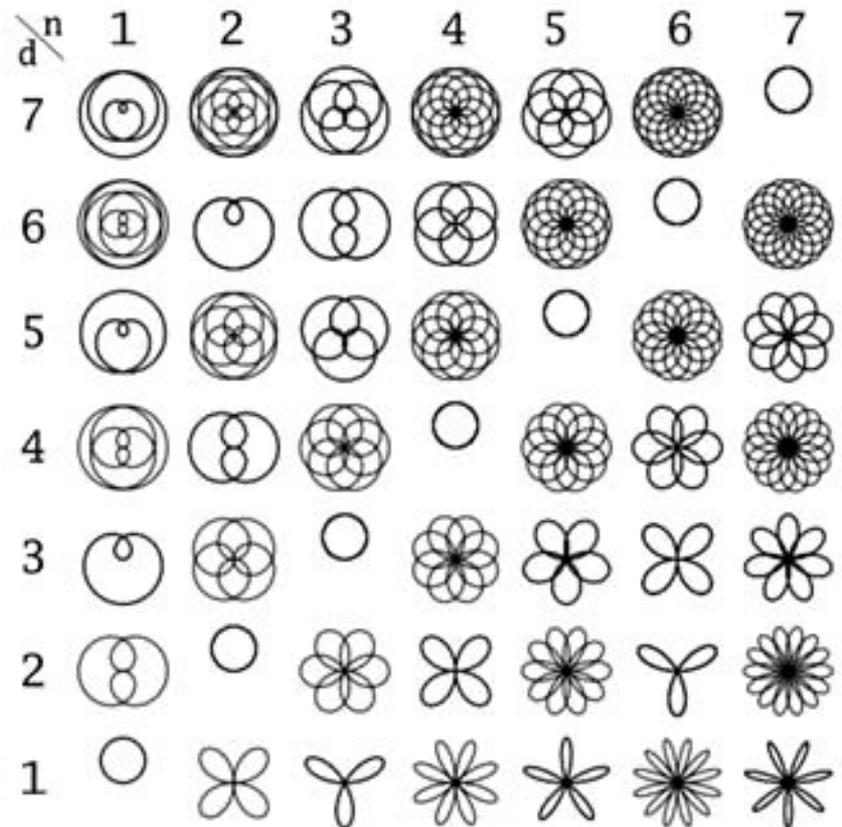
Удивительный мир кривых итальянского геометра Гвидо Гранди (1671-1742) наполнен прекрасными розами, которые радуют глаз правильными и плавными линиями. Но их очертания не каприз природы – они предопределены математическими зависимостями.

Цель: Выяснить, какое значение имеют розы Гранди в разных сферах нашей жизни и как изменяется форма «роз» при изменении коэффициентов в формуле

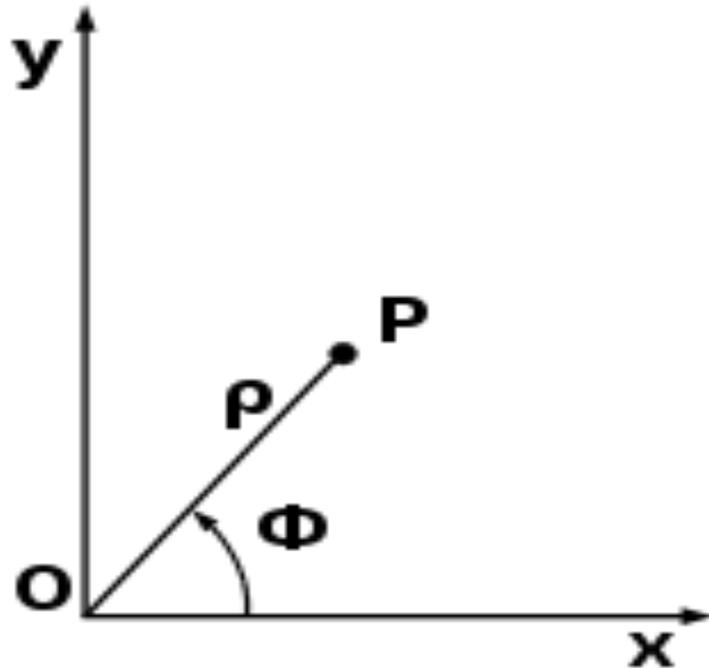
- Гранди Луиджи Гвидо (1671 - 1742) был итальянским монахом, священником, философом, математиком и инженером.
- В математике Гранди известен его работой *Flores geometrici* (1728), изучавшей розы - кривые, которые имеют форму лепестков цветка.



- Уравнение розы Гвидо Гранди в полярных координатах имеет вид $\rho = a \sin k\varphi$
- Задавая параметр $\frac{a}{k}$ отношением натуральных чисел можно получить замкнутые кривые

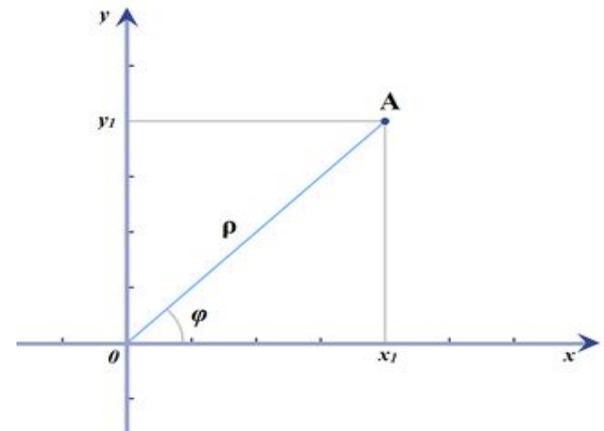


- **Полярная система координат** — двумерная система координат, в которой каждая точка на плоскости определяется двумя числами — полярным углом и полярным радиусом.



- Если полюс полярной системы координат совместить с началом прямоугольной системы координат, а полярную ось с положительной полуосью Ox , то по известным полярным координатам точки A ($\rho; \varphi$) её прямоугольные координаты вычисляются по формулам:

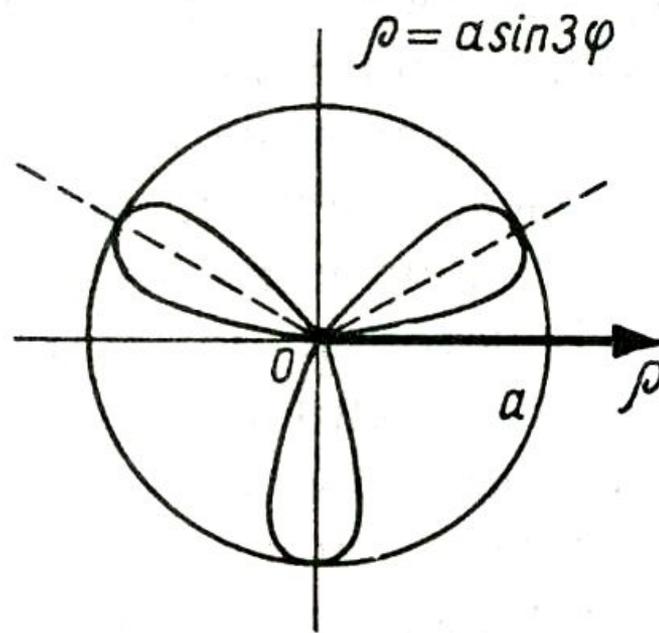
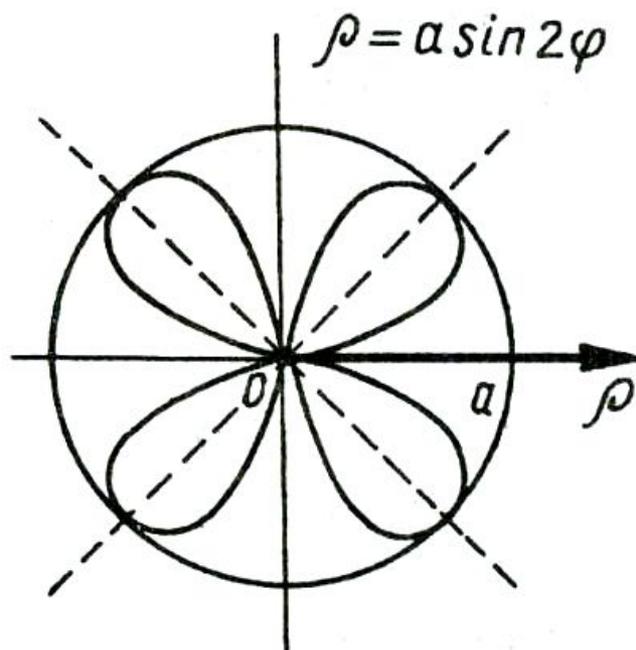
$$\begin{cases} x_1 = \rho \cos \varphi \\ y_1 = \rho \sin \varphi \end{cases}$$



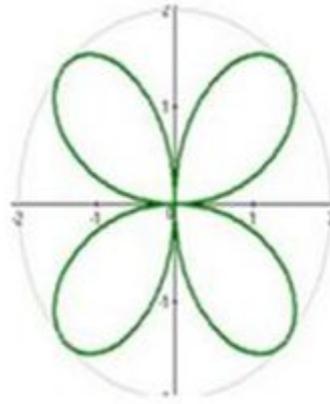
Семейство роз Гранди имеет свойство, которое в природе не сразу заметишь: так как

$$| \sin(k\varphi) | \leq 1,$$

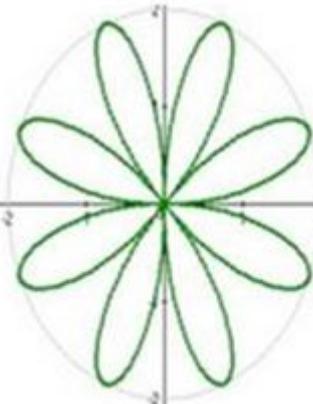
то вся кривая расположена внутри круга единичного радиуса



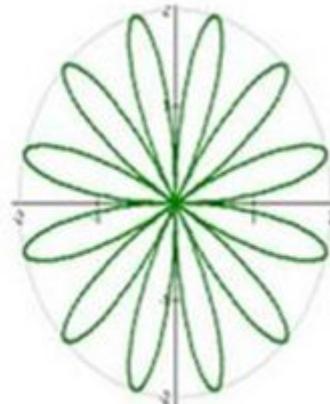
- Если модуль k – целое число, то роза состоит из $2k$ лепестков при k четном.



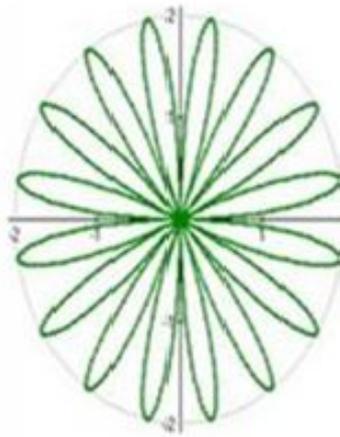
$$r = 2 \sin(2\varphi)$$



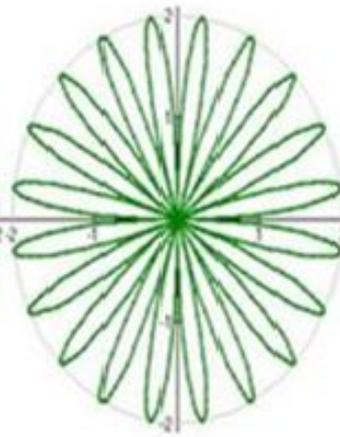
$$r = 2 \sin(4\varphi)$$



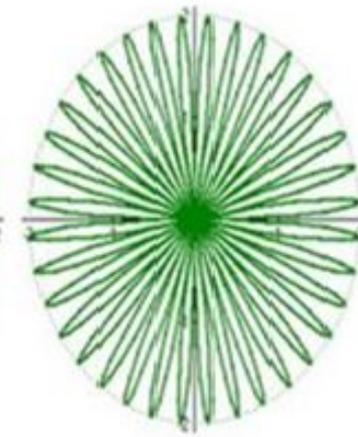
$$r = 2 \sin(6\varphi)$$



$$r = 2 \sin(8\varphi)$$

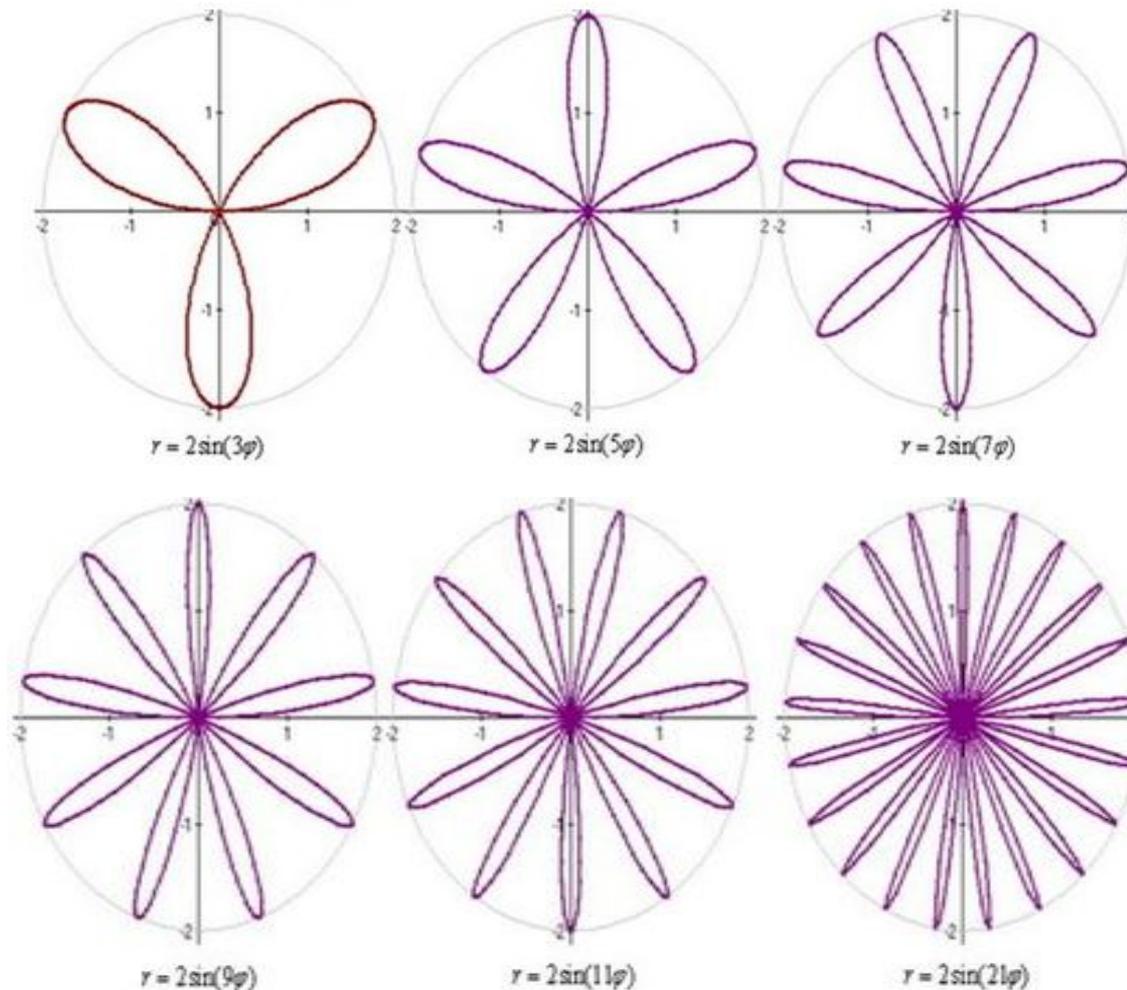


$$r = 2 \sin(10\varphi)$$



$$r = 2 \sin(18\varphi)$$

- Если модуль k – целое число, то роза состоит из k лепестков при k нечетном.

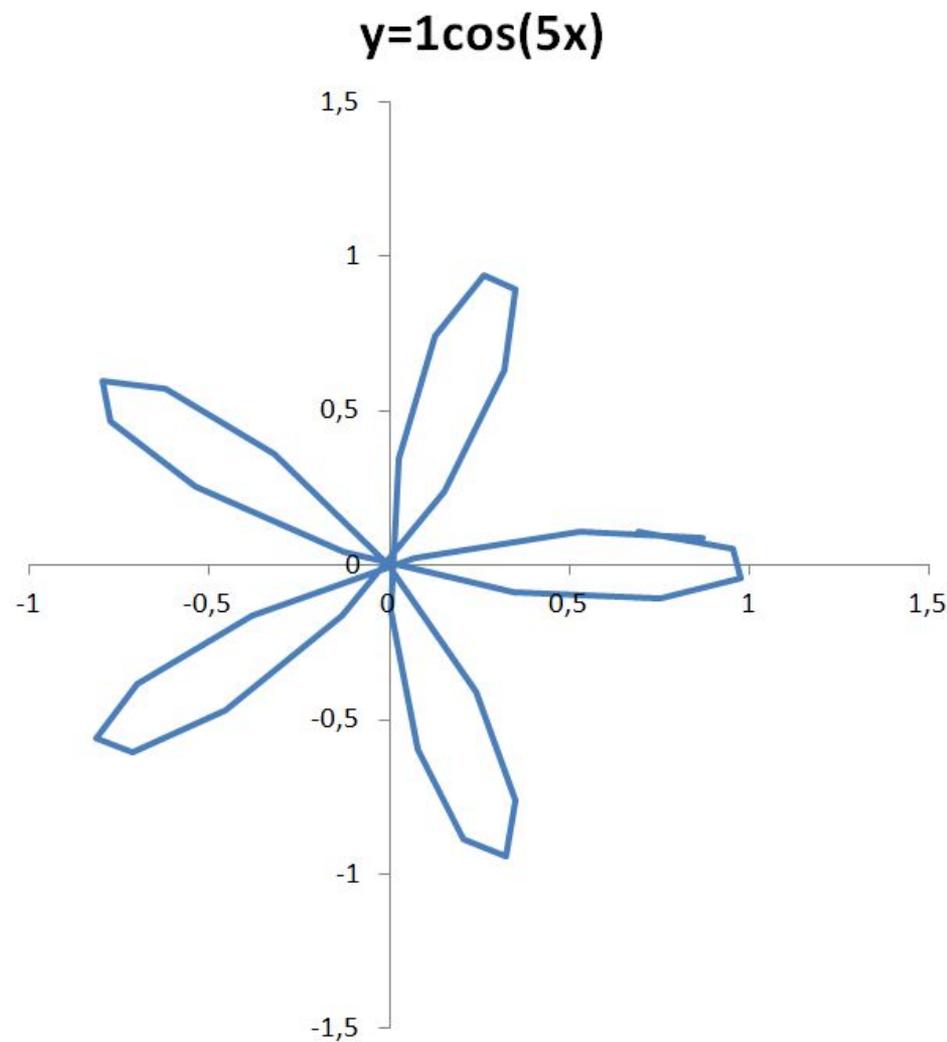


- **Инструкция по построению кривых с помощью программы Microsoft Excel.**
- Если уравнение задано в декартовых координатах, то следует перевести его в полярные, используя формулы:
- $x = r \cdot \cos(\varphi), y = r \cdot \sin(\varphi).$

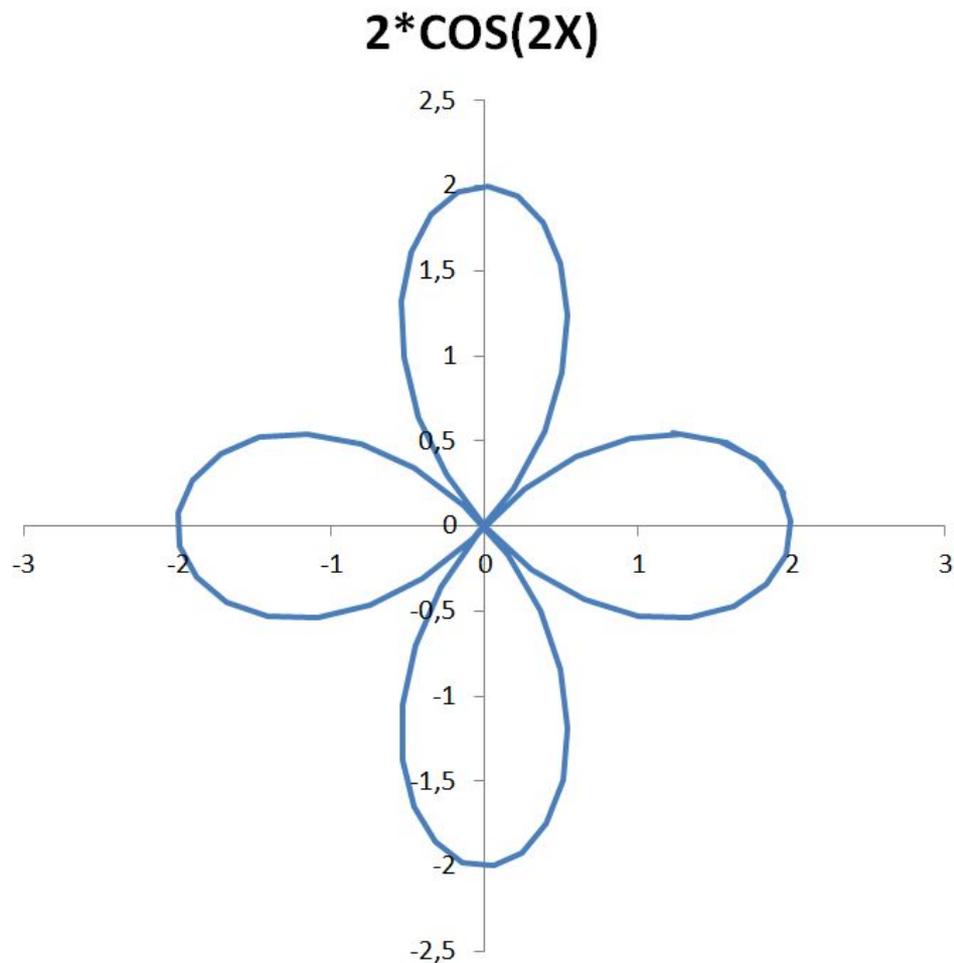


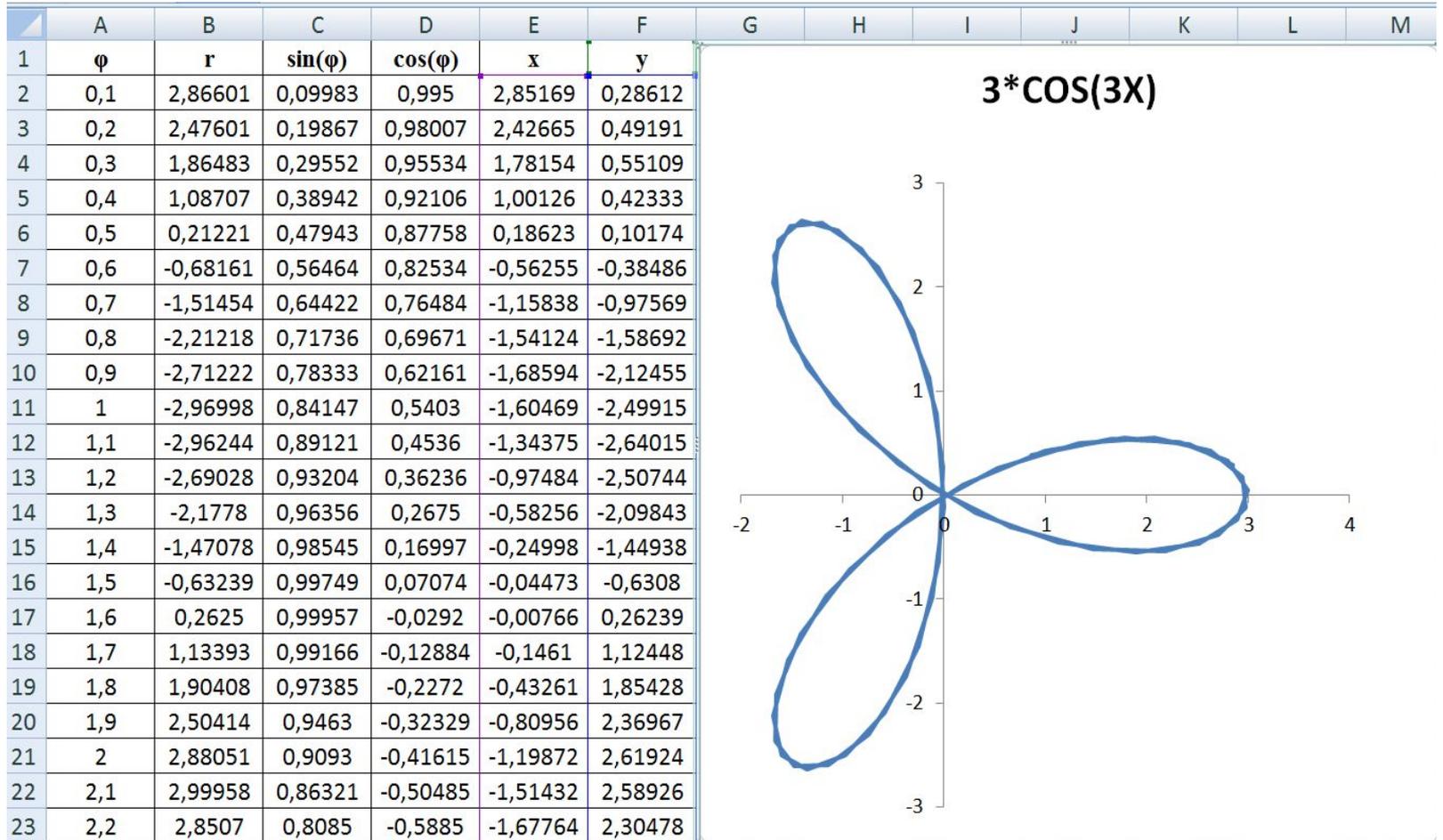
Excel

	A	B	C	D	E	F
1	φ	r	$\sin(\varphi)$	$\cos(\varphi)$	x	y
2	0,1	0,878	0,1	0,995	0,873	0,088
3	0,2	0,54	0,199	0,98	0,53	0,107
4	0,3	0,071	0,296	0,955	0,068	0,021
5	0,4	-0,416	0,389	0,921	-0,383	-0,162
6	0,5	-0,801	0,479	0,878	-0,703	-0,384
7	0,6	-0,99	0,565	0,825	-0,817	-0,559
8	0,7	-0,936	0,644	0,765	-0,716	-0,603
9	0,8	-0,654	0,717	0,697	-0,455	-0,469
10	0,9	-0,211	0,783	0,622	-0,131	-0,165
11	1	0,284	0,841	0,54	0,153	0,239
12	1,1	0,709	0,891	0,454	0,321	0,632
13	1,2	0,96	0,932	0,362	0,348	0,895
14	1,3	0,977	0,964	0,267	0,261	0,941
15	1,4	0,754	0,985	0,17	0,128	0,743
16	1,5	0,347	0,997	0,071	0,025	0,346
17	1,6	-0,146	1	-0,029	0,004	-0,145
18	1,7	-0,602	0,992	-0,129	0,078	-0,597
19	1,8	-0,911	0,974	-0,227	0,207	-0,887
20	1,9	-0,997	0,946	-0,323	0,322	-0,944
21	2	-0,839	0,909	-0,416	0,349	-0,763
22	2,1	-0,476	0,863	-0,505	0,24	-0,41
23	2,2	0,004	0,808	-0,589	-0,003	0,004
24	2,3	0,483	0,746	-0,666	-0,322	0,36

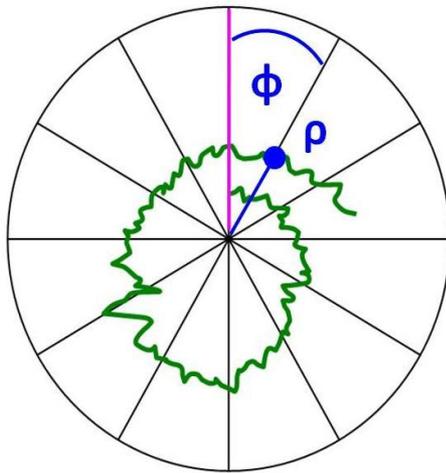
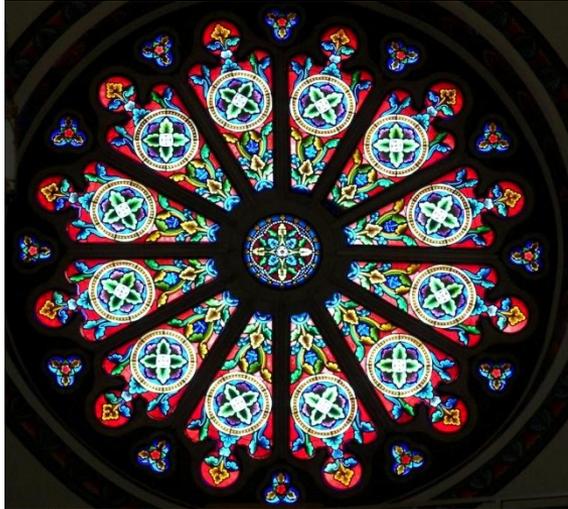


	A	B	C	D	E	F
1	φ	r	$\sin(\varphi)$	$\cos(\varphi)$	x	y
2	0,1	1,96	0,1	0,995	1,95	0,196
3	0,2	1,842	0,199	0,98	1,805	0,366
4	0,3	1,651	0,296	0,955	1,577	0,488
5	0,4	1,393	0,389	0,921	1,283	0,543
6	0,5	1,081	0,479	0,878	0,948	0,518
7	0,6	0,725	0,565	0,825	0,598	0,409
8	0,7	0,34	0,644	0,765	0,26	0,219
9	0,8	-0,058	0,717	0,697	-0,041	-0,042
10	0,9	-0,454	0,783	0,622	-0,282	-0,356
11	1	-0,832	0,841	0,54	-0,45	-0,7
12	1,1	-1,177	0,891	0,454	-0,534	-1,049
13	1,2	-1,475	0,932	0,362	-0,534	-1,375
14	1,3	-1,714	0,964	0,267	-0,458	-1,651
15	1,4	-1,884	0,985	0,17	-0,32	-1,857
16	1,5	-1,98	0,997	0,071	-0,14	-1,975
17	1,6	-1,997	1	-0,029	0,058	-1,996
18	1,7	-1,934	0,992	-0,129	0,249	-1,917
19	1,8	-1,794	0,974	-0,227	0,407	-1,747
20	1,9	-1,582	0,946	-0,323	0,511	-1,497
21	2	-1,307	0,909	-0,416	0,544	-1,189
22	2,1	-0,981	0,863	-0,505	0,495	-0,846
23	2,2	-0,615	0,808	-0,588	0,362	-0,487





Применение





- **Спасибо за внимание**