

# МИНИМИЗАЦИЯ

## СЕМИНАР

# Законы алгебры логики

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0, A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A, A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

# Законы алгебры логики

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания		$\overline{\overline{A}} = A$
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0, A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A, A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
правила де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$



# Таблицы истинности основных логических функций

Функция "НЕ"

Вход	Выход
0	1
1	0

Функция "ИЛИ"

Вход1	Вход2	Выход
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Функция "И"

Вход1	Вход2	Выход
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

# Таблицы истинности логических операций

<b>A</b>	<b>B</b>	Отрицание Инверсия (НЕ) <b><math>\neg A</math></b>	Конъюнкция Логическое умножение (И) <b><math>A \wedge B</math></b>	Дизъюнкция Логическое сложение (ИЛИ) <b><math>A \vee B</math></b>	Следование импликация <b><math>A \rightarrow B</math></b>
0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1

# Таблица истинности:

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b><math>\bar{A}</math></b>	<b><math>B \vee C</math></b>	<b><math>\bar{A} \wedge (B \vee C)</math></b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>

## Штрих Шеффера

“НЕ И” (отрицанию конъюнкции)

$$F = A | B$$

$$A | B = \overline{A \wedge B}$$

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

## Стрелка Пирса

(штрих Лукасевича)

“НЕ ИЛИ” (отрицанию дизъюнкции)

$$F = A \downarrow B$$

$$A \downarrow B = \overline{A \vee B}$$

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

# Штрих Шеффера и стрелка Пирса

A	B	A   B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Связка «**И-НЕ**»

Обозначение: **A | B**

$$A | B = \overline{A \cdot B}$$

Связка «**ИЛИ-НЕ**»

Обозначение: **A ↓ B**

$$A \downarrow B = \overline{A + B}$$

A	B	A ↓ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

# Другие логические операции

*Стрелка Пирса* – антидизъюнкция

Обозначение  $A \downarrow B$

Лексический аналог –

«НИ..., НИ...»

Функция истинности

$A$	$B$	$A \downarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

*Стрелка Пирса истинна в том и только в том случае, когда оба высказывания  $A$  и  $B$  ложны*

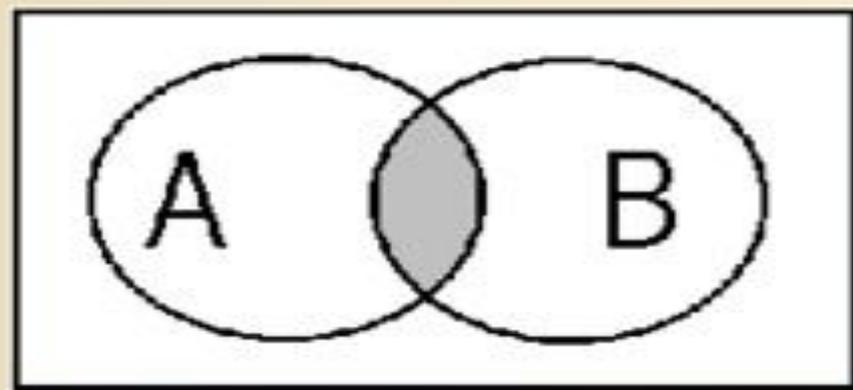


# Штрих Шеффера (отрицание конъюнкции)

Образуется соединением двух простых высказываний с помощью союза «НЕ ВЕРНО, ЧТО

Обозначение:  $A \uparrow B$

A	B	$A \uparrow B$
0	0	<b>1</b>
0	1	<b>1</b>
1	0	<b>1</b>
1	1	<b>0</b>



Высказывание истинно тогда, и только тогда, когда  $A=B$ .

## Штрих Шеффера, «И-НЕ»

$$A | B = \overline{A \cdot B}$$

A	B	A   B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Базовые операции через «И-НЕ»:

$$\overline{A} = A | A \quad A \cdot B = \overline{A | B} = (A | B) | (A | B)$$

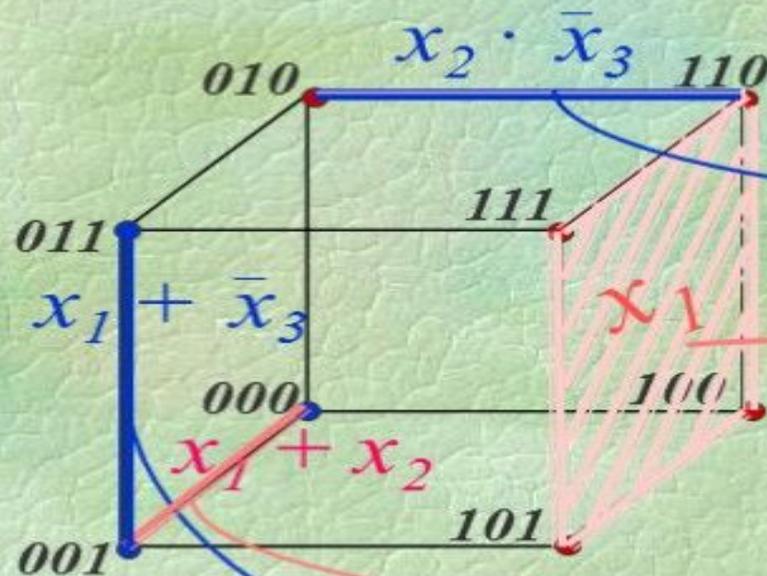
$$A + B = \overline{\overline{A} | \overline{B}} = (A | A) | (B | B)$$

A	B	$\overline{A \& B}$	$\overline{A \cup B}$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0

# Карты Карно

- Карты Карно – развертки кубов на плоскости, где вершины куба – клетки карты, координаты которых совпадают с координатами соответствующих вершин куба.
- Карта заполняется также как таблица истинности: в клетке ставится 1, если эта клетка соответствует набору, на котором функция равна 1.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	000	001	011	010
1	100	101	111	110

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	000	001	001	010
1	100	101	111	110

# Карта Вейча

25

- её модификацию называют **диаграммой Карно**

	$A$	$\bar{A}$
$B$	$AB$	$\bar{A}B$
$\bar{B}$	$A\bar{B}$	$\bar{A}\bar{B}$

Рис. 1

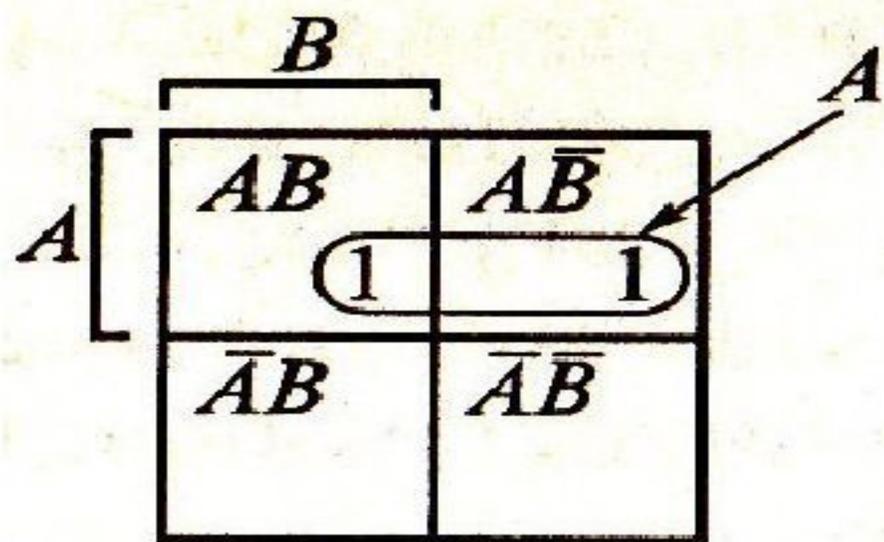
	$A$
$B$	3
$\bar{B}$	2

Рис. 2

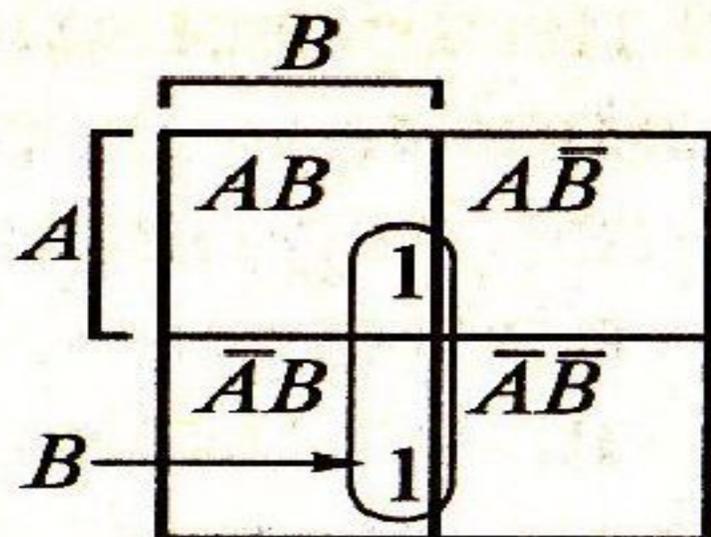
На рис.1 приведены минтермы функции от двух переменных  $A$  и  $B$ .

На рис.2 указаны десятичные номера минтермов.

# Карта Карно двух переменных



$$f_1 = (AB) = AB \vee A\bar{B} = A$$



$$f_2 = (AB) = AB \vee \bar{A}B = B$$

# КАРТЫ КАРНО ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

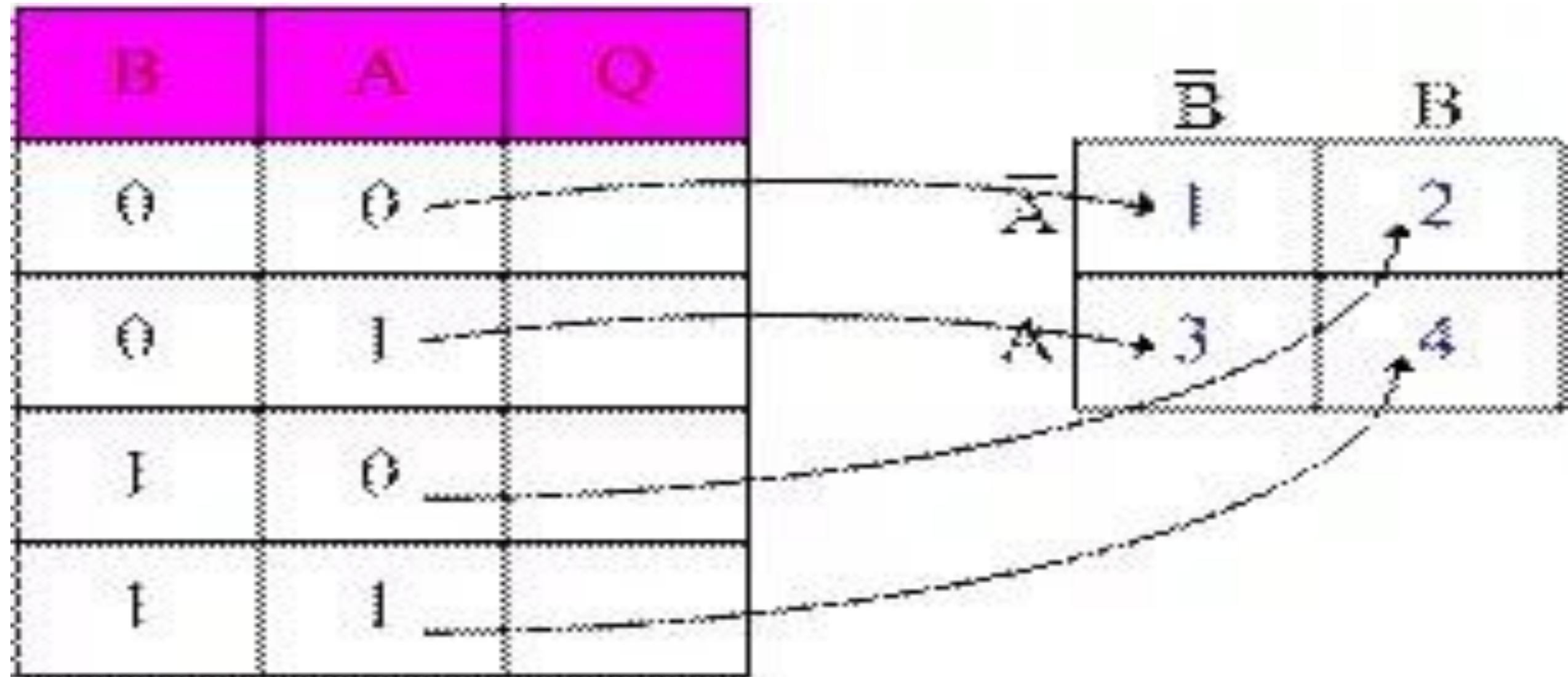
a	b	f
0	0	$f(0,0)$
0	1	$f(0,1)$
1	0	$f(1,0)$
1	1	$f(1,1)$

a)

		b	
		1	0
a	0	$f(0,1)$	$f(0,0)$
	1	$f(1,1)$	$f(1,0)$

б)

# КАРТЫ КАРНО ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ



# КАРТЫ КАРНО ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

	$A$	$\bar{A}$
$B$	1	1
$\bar{B}$		

Соседние полные конъюнкции

	$A$	$\bar{A}$
$B$	1	
$\bar{B}$	1	

	$A$	$\bar{A}$
$B$		1
$\bar{B}$	1	

Несоседние полные конъюнкции

	$A$	$\bar{A}$
$B$	1	
$\bar{B}$		1

# КАРТЫ КАРНО ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

	$\overline{x_2}$	$x_2$
$\overline{x_1}$	0	1
$x_1$	1	0

ИЛИ

	$x_2$
$\overline{x_1}$	1
$x_1$	1

- Карты Карно для одной и двух переменных:

	0	1
$(\bar{a})$		$(a)$

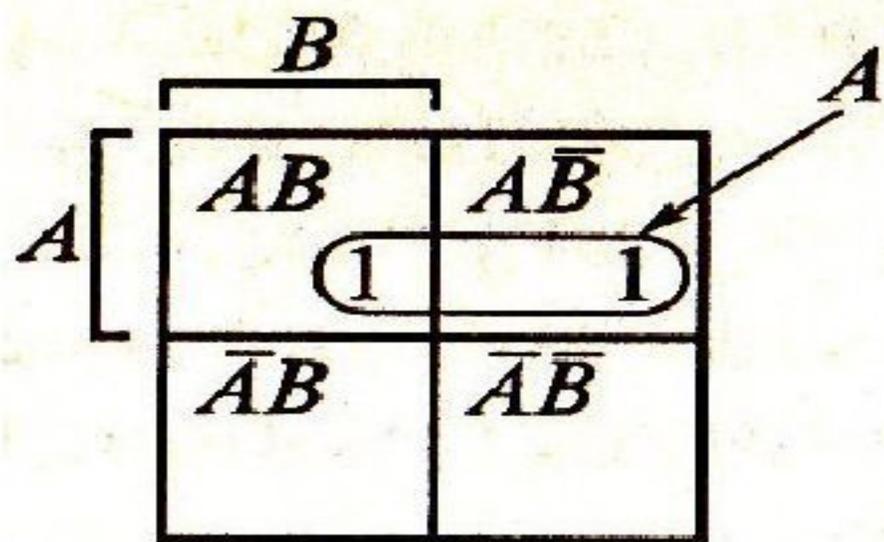
$\overbrace{\hspace{2cm}}^a$

	00	01
$(\bar{a}\bar{b})$		$(\bar{a}b)$
$(a\bar{b})$	10	11
$(ab)$		

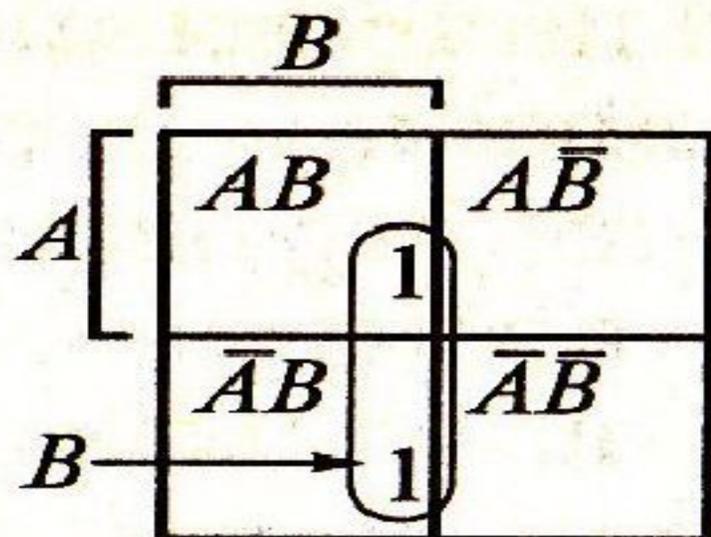
$\overbrace{\hspace{2cm}}^b$

$\overbrace{\hspace{1cm}}^a$

# Карта Карно двух переменных



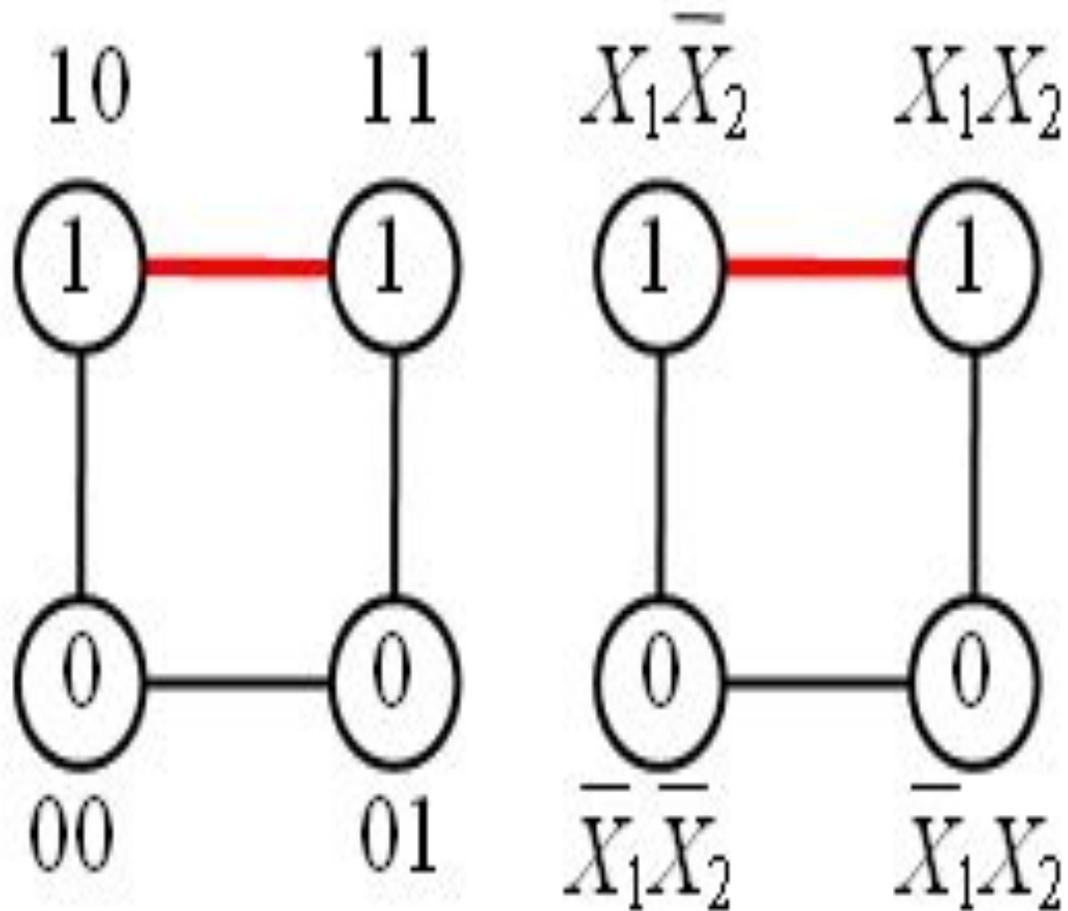
$$f_1 = (AB) = AB \vee A\bar{B} = A$$



$$f_2 = (AB) = AB \vee \bar{A}B = B$$

# КАРТЫ КАРНО ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

$X_1$	$X_2$	$f(X_1, X_2)$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1



		$X_2$	
		0	1
$X_1$	0	1	1
	1	0	0

# КАРТЫ КАОНЛ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Карты Карно. 2 переменные.

I1	I0	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(2NAND)  
 $Q \equiv \overline{I1} \times \overline{I0}$



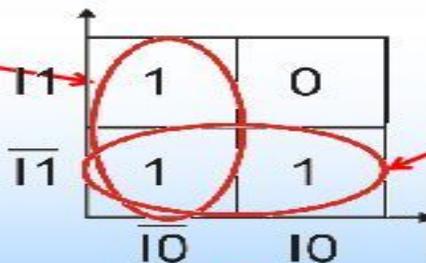
$$Q = (\overline{I1} \cdot \overline{I0}) + (\overline{I1} \cdot I0) + (I1 \cdot \overline{I0})$$



Координата группы

$$\overline{I0}$$

Если I0=0, то Q=1  
независимо от I1



Координата группы

$$\overline{I1}$$

Если I1=0, то Q=1  
независимо от I0



$$Q \equiv \overline{I1} + \overline{I0}$$

$$\overline{I1} \times \overline{I0} = \overline{I11} + \overline{I0}$$

# Эталонная карта Карно для 3 переменных

N	$x_1$	$x_2$	$x_3$
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

	$x_2$	$\bar{x}_2$		$x_2$
$x_1$	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>6</b>
$\bar{x}_1$	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>2</b>
	$x_3$		$\bar{x}_3$	

		$x_2x_3$			
		00	01	11	10
$x_1$	0		1	1	1
	1			1	1

		$x_2x_3$			
		00	01	11	10
$x_1$	0	1	1		
	1	1		1	1

## Карты Карно функций от трех переменных

В связи с тем, что в основе формирования кубов различной размерности  $k$  ( $k > 0$ ) положены отношения соседства и операции склеивания, порядок проставления координат  $(x_2 x_3)$  в столбцах карты  $\{(00), (01), (11), (10)\}$  принят таким, чтобы соседние 0-кубы размещались в геометрически соседних клетках карты.

# КАРТЫ КАРНО ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

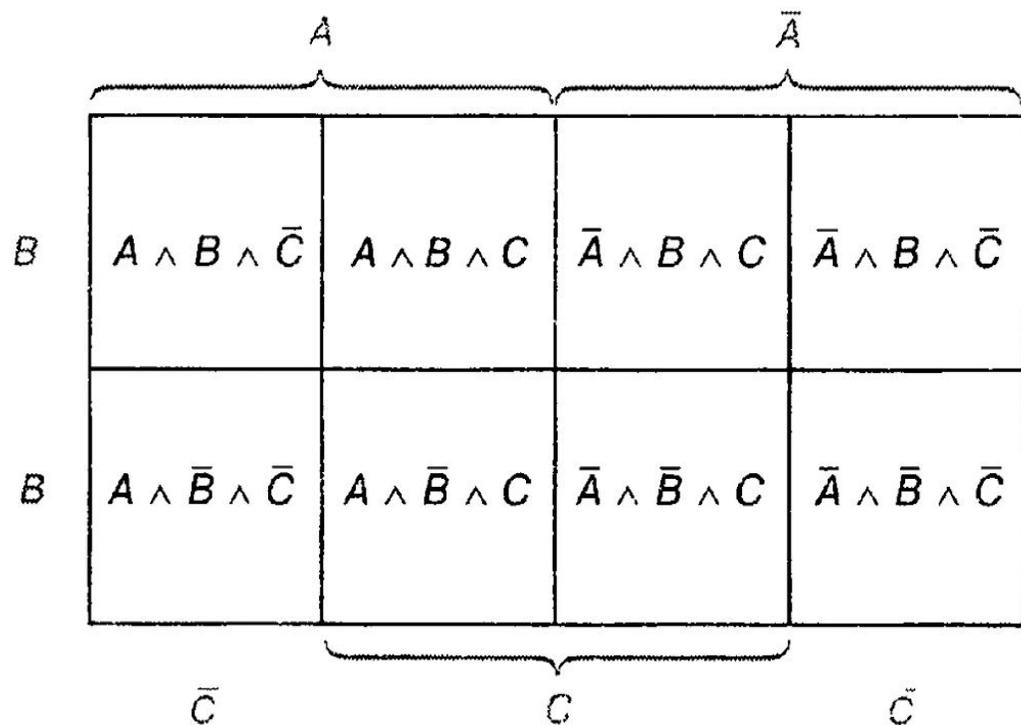


Рис. 5.26. Карта Карно для трех переменных с занесенными полными конъюнкциями.

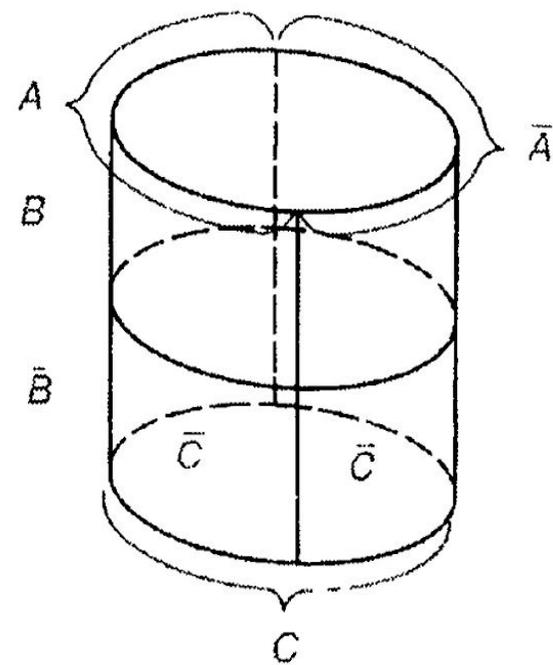


Рис. 5.27. Карта Карно для трех переменных в виде цилиндра.

# КАРТЫ КАРНО ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

		$x_1$	$x_2$		
		_____			
		_____			
		0	0	1 <b>6</b>	0
$x_0$		0	1 <b>3</b>	1 <b>7</b>	1 <b>5</b>

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	№ набора
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	2
0	1	1	1	3
1	0	0	0	4
1	0	1	1	5
1	1	0	1	6
1	1	1	1	7

# КАРТЫ КАРНО ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

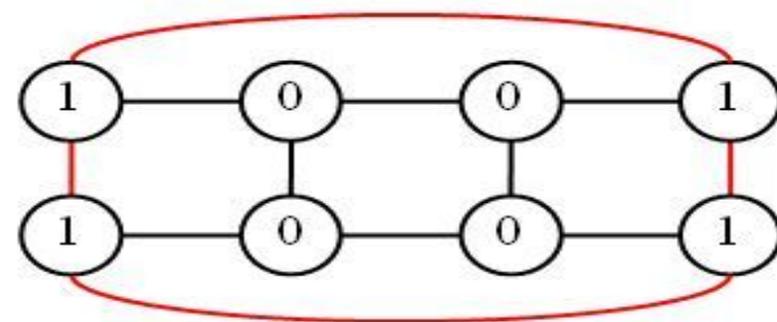
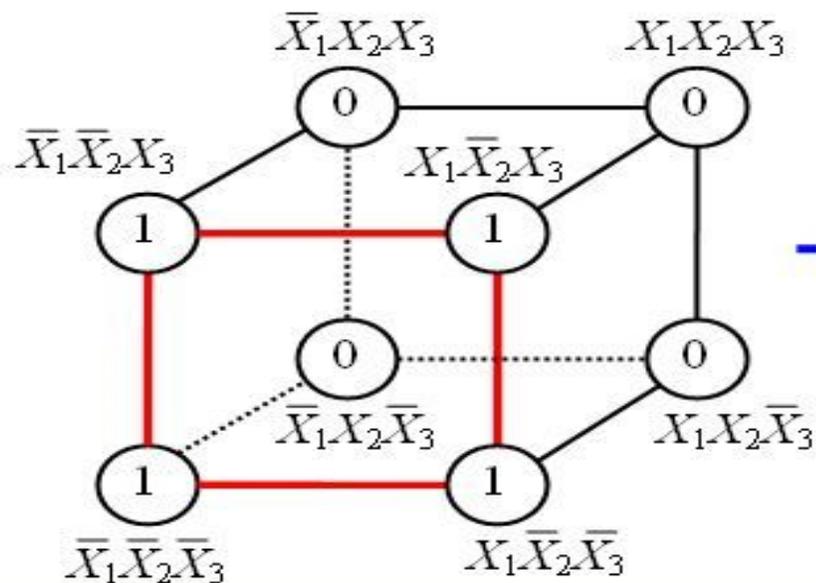
*z:*

<i>ab</i>		<i>a</i>			
		00	01	11	10
<i>c</i>	0	0 2 6 4	2 2 6 4	6 6 7 7	4 4 5 5
	1	1 1 3 3	3 3 7 7	7 7 5 5	5 5 3 3

*b*

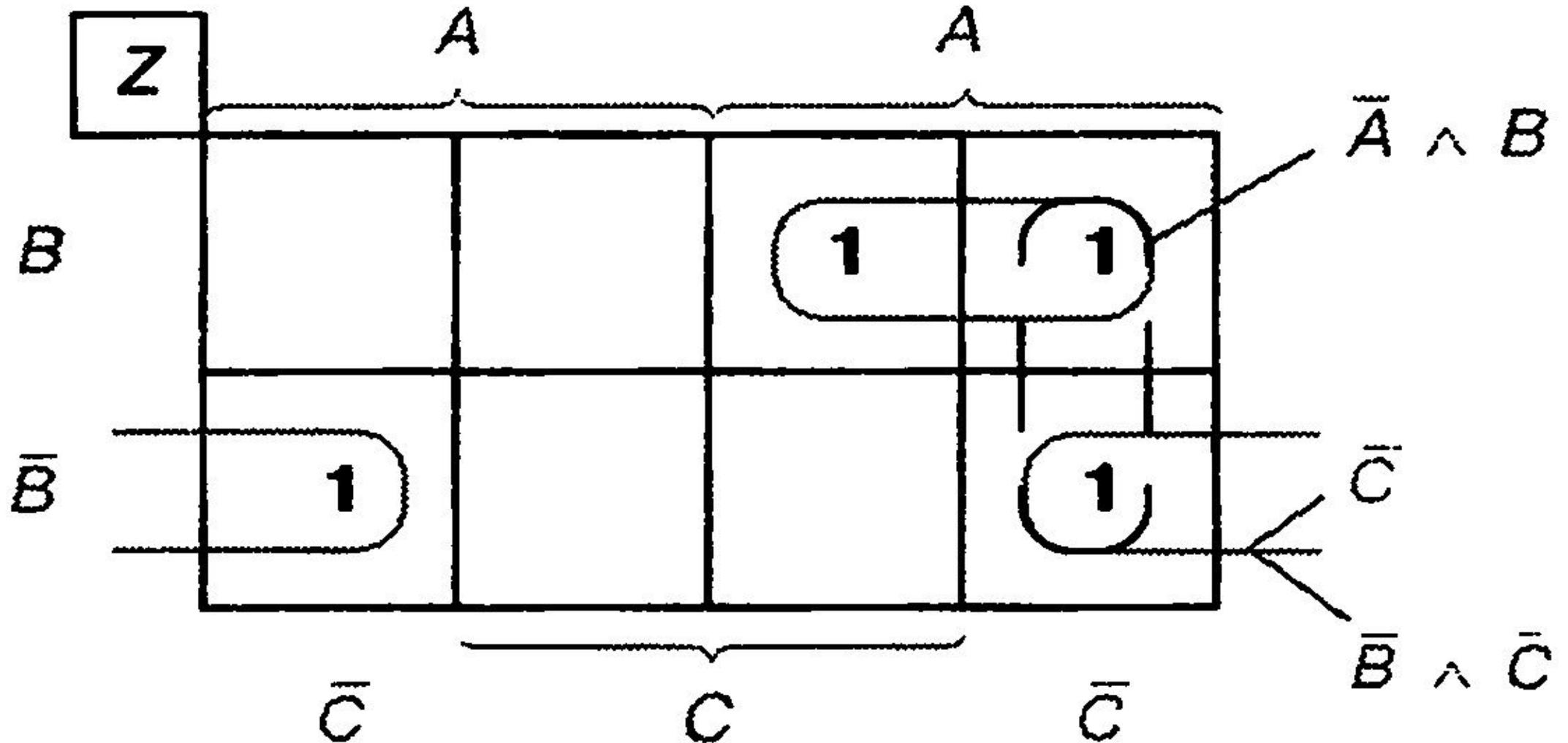
# Карта Карно для 3-х переменных

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$f(X_1, X_2, X_3)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0



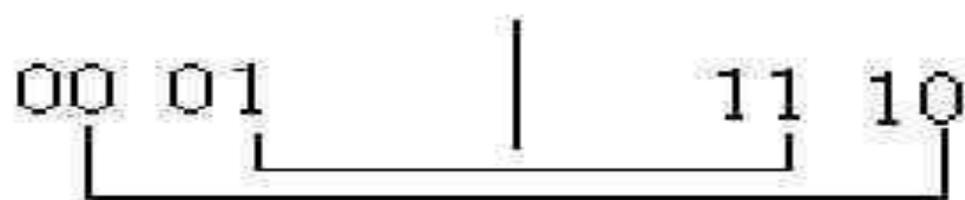
$X_2X_3$	00	01	11	10
$X_1$	1	1	0	0
0	1	0	0	1

# КАРТЫ КАРНО ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ



## Карта Карно для 3 – х переменных:

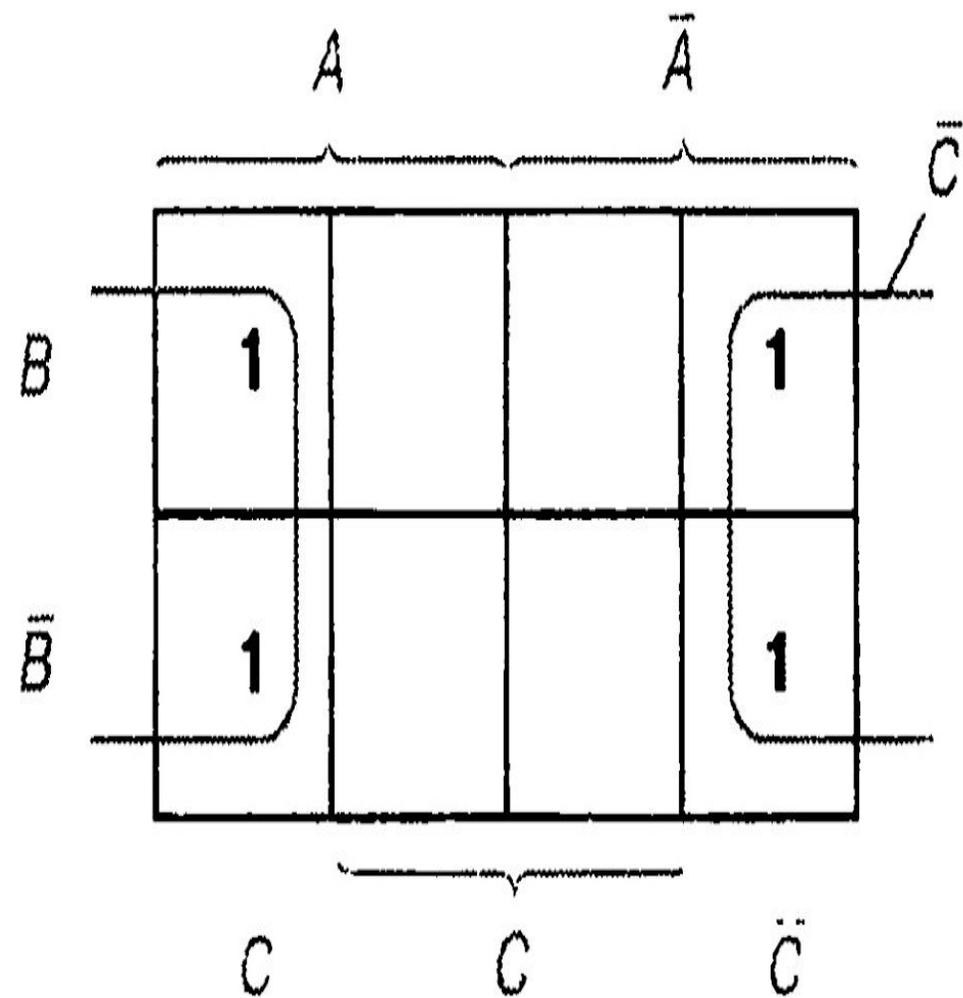
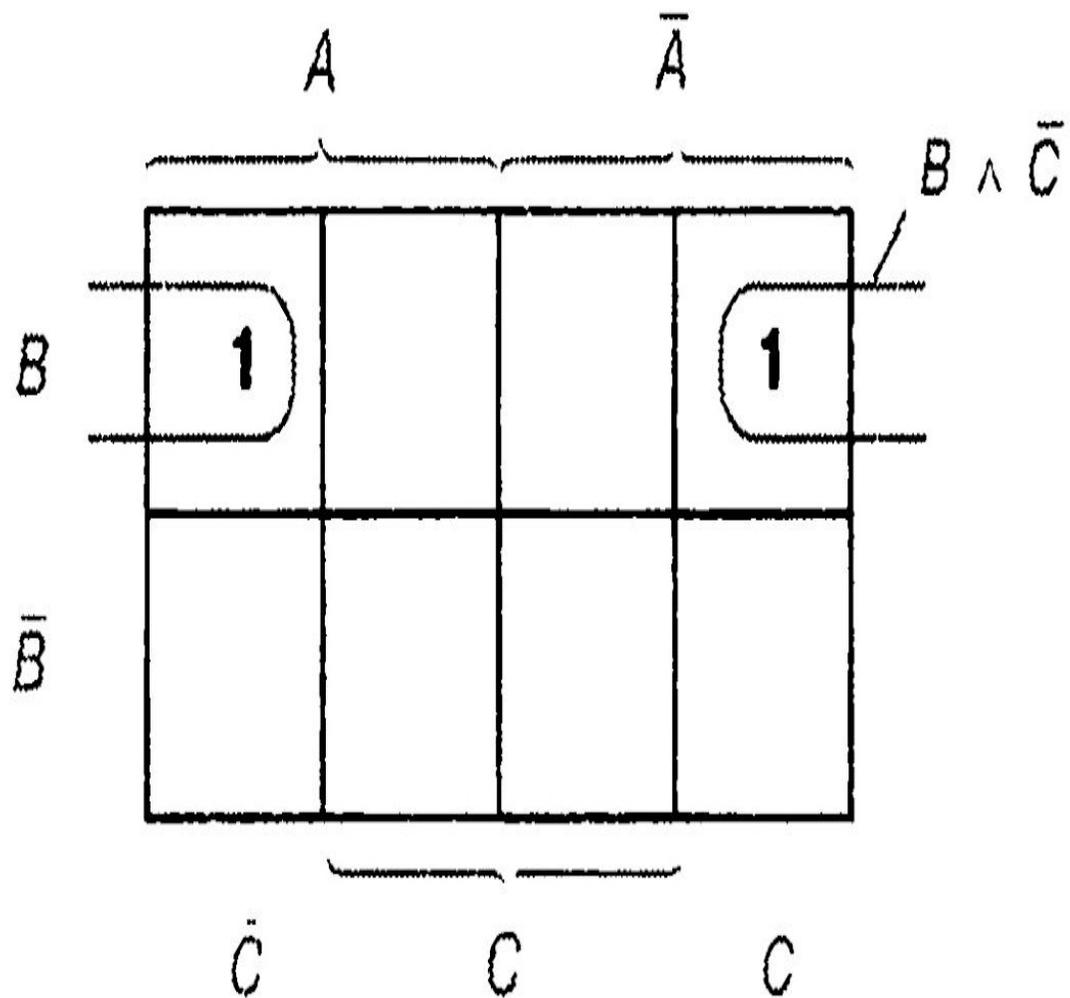
		$x_2 x_3$			
		00	01	11	10
$x_1$	0	000	001	011	010
	1	100	101	111	110



Следует отметить особенность нумерации клеток. Их нужно нумеровать так, чтобы две рядом расположенные клетки отличались значением всего лишь одного разряда.

Процесс получения отраженных кодов (код Грэя) мы можем представить так :

# КАРТЫ КАРНО ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ





## Карты Карно для функций трех переменных

Карты Карно для функций трех переменных имеют вид таблицы  $2 \times 4$ , где столбцы соответствуют всевозможным наборам значений первых двух переменных, а строки – значениям третьей переменной.

### Пример

Построить карту Карно для функции

$$f(x, y, z) = x y z \vee x y \bar{z} \vee x \bar{y} z \vee x \bar{y} \bar{z}$$

$z \backslash xy$	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	1	1	0

# Карта Карно для трех переменных

	$B$			$C$
$A$	$AB\bar{C}$	$ABC$	1	1
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}BC$	1	1
				$C$

Diagram description: A 2x4 Karnaugh map for three variables A, B, and C. The top row is labeled with  $AB\bar{C}$ ,  $ABC$ ,  $A\bar{B}C$ , and  $A\bar{B}\bar{C}$ . The bottom row is labeled with  $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ ,  $\bar{A}BC$ ,  $\bar{A}\bar{B}C$ , and  $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ . The two middle columns (corresponding to  $ABC$  and  $\bar{A}BC$ ) contain the value 1. A bracket above the first two columns is labeled  $B$ . A bracket below the last two columns is labeled  $C$ . An arrow points from the label  $C$  to the top-right corner of the map.

$$f_1(ABC) = ABC \vee A\bar{B}C \vee \bar{A}BC \vee \bar{A}\bar{B}C = C$$

# КАРТЫ КАРНО ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

## Задача 1.

Упростить

$$xyz + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z}$$

Карта Карно:

	$xy$	$\bar{x}y$	$\bar{x}\bar{y}$	$x\bar{y}$
$z$	1	1		
$\bar{z}$	1	1	1	

Группа из четырёх минтермов:

$$\underline{xyz} + \underline{\bar{x}yz} + \underline{\bar{x}y\bar{z}} + \underline{\bar{x}\bar{y}\bar{z}} \equiv yz + y\bar{z} \equiv y$$

Группа из двух минтермов:

$$\bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} \equiv \bar{x}\bar{z}$$

Ответ:  $y + \bar{x}\bar{z}$

# Таблица истинности и карта Карно

**Truth Table**

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Y</b>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

**K-Map**

		<b>AB</b>			
		00	01	11	10
<b>C</b>	0	0	1	1	0
	1	0	1	0	0

$$Y = AB + BC$$

$$I_1 = m_2 + m_3 = x_1 \cdot \overline{x_2} + x_1 \cdot x_2 = x_1$$

$$I_2 = m_1 + m_3 = \overline{x_1} \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2 = x_2$$

$$y = I_1 + I_2 = x_1 + x_2$$

Карта Карно для трех переменных:

$$y = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

	$\overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$	$\overline{x_2} \cdot x_3$	$x_2 \cdot \overline{x_3}$	$x_2 \cdot x_3$
$\overline{x_1}$			1	1
$x_1$			1	1



Необходимо убрать те переменные, которые в зоне импликанта меняют свое значение.

$$y = x_2$$

Этот метод работает, когда в каждое слагаемое входят все переменные.

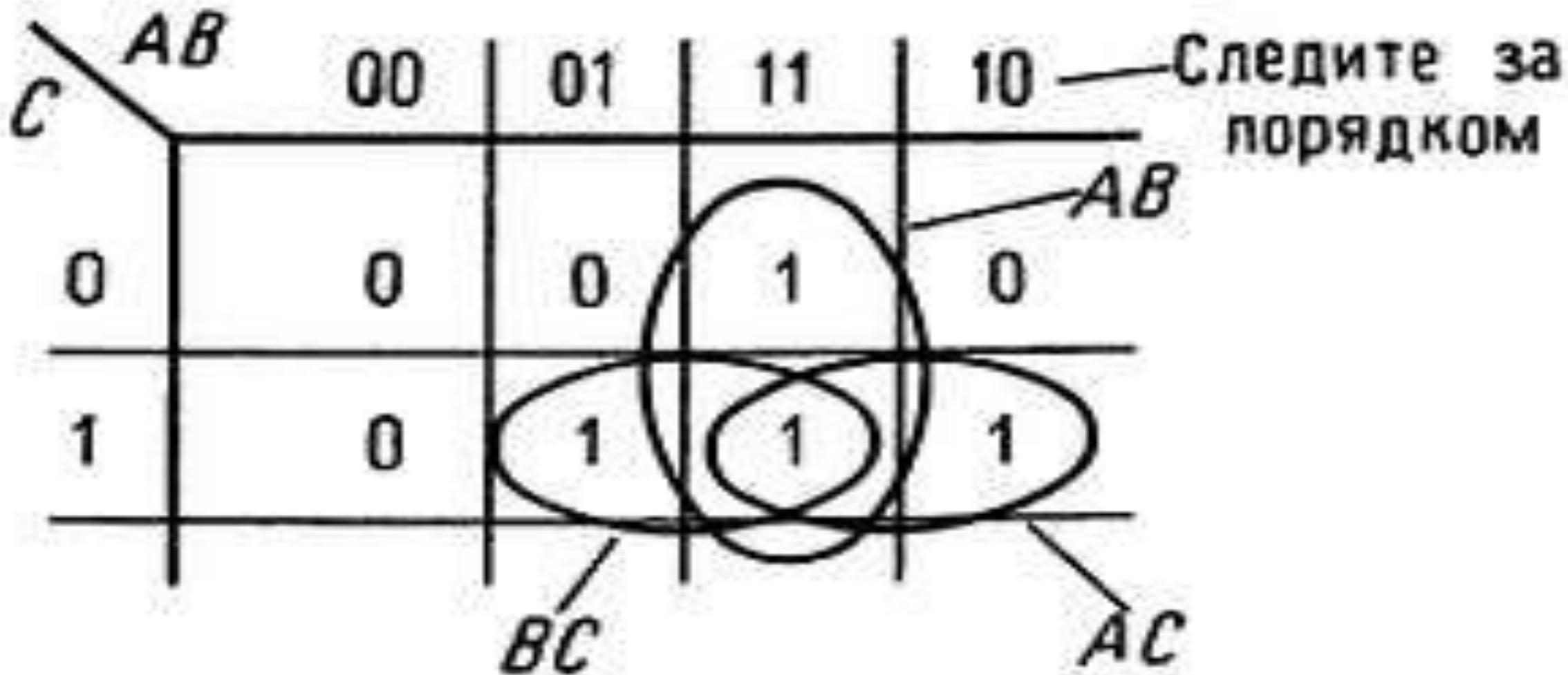
Пример – Построение карты Карно для трех переменных.

$$y = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_2} + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$$

# КАРТЫ КАРНО ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

	$\bar{X}_3$	$X_3$	
$\bar{X}_1$	1	1	1
$X_1$		1	
	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_2$

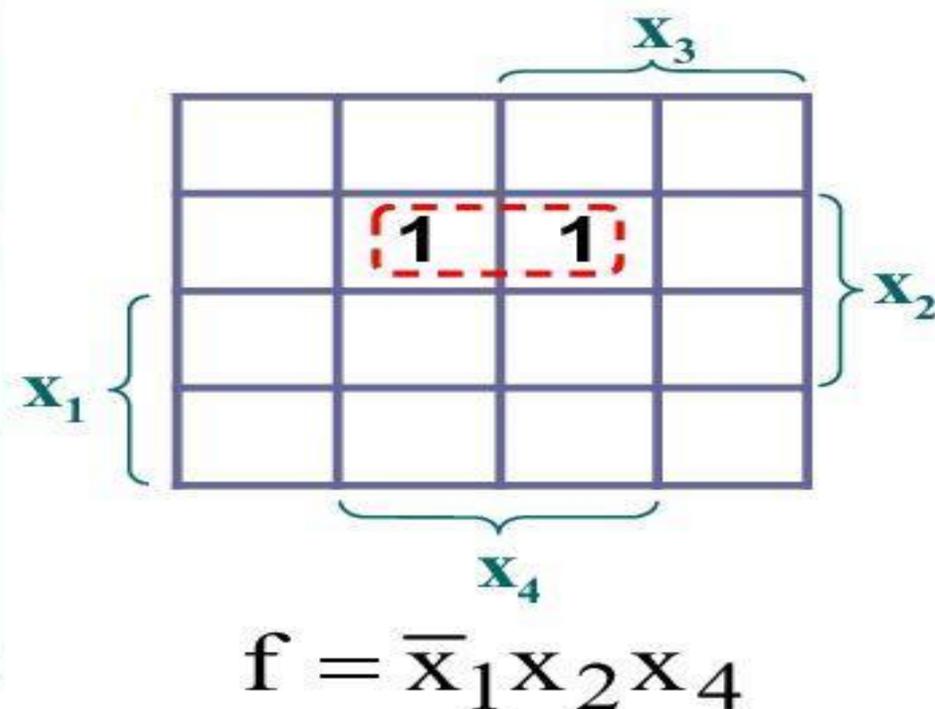
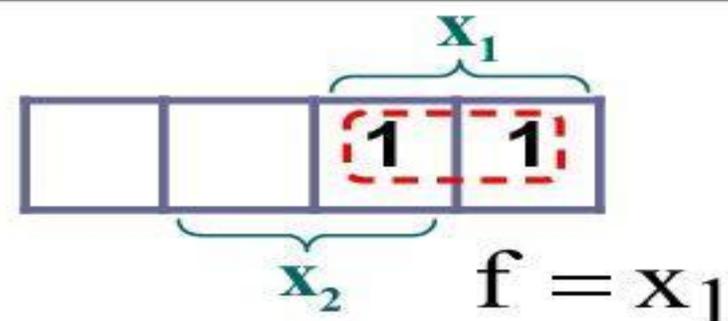
# КАРТЫ КАРНО ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ



## R-подкубы. Покрытия

- **R-клетки** – клетки с единицами
- Две соседние единицы образуют **одномерный r-подкуб**
- Одномерный r-подкуб соответствует произведению, в котором всегда отсутствует один первичный терм
- Переменная, отсутствующая в произведении, определяется по карте – она имеет различные значения для двух единиц соответствующего подкуба

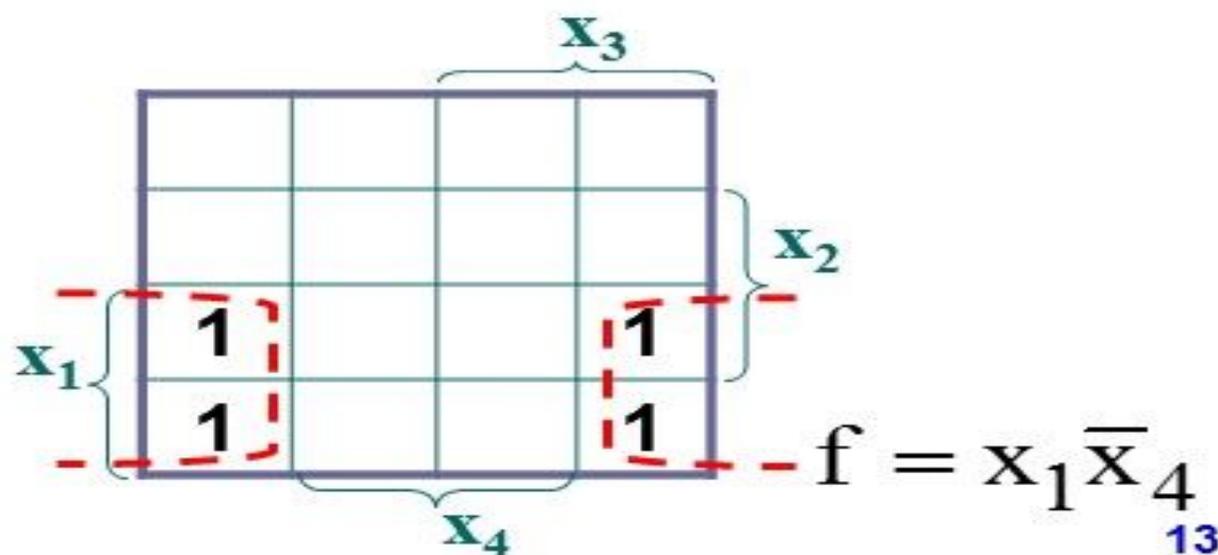
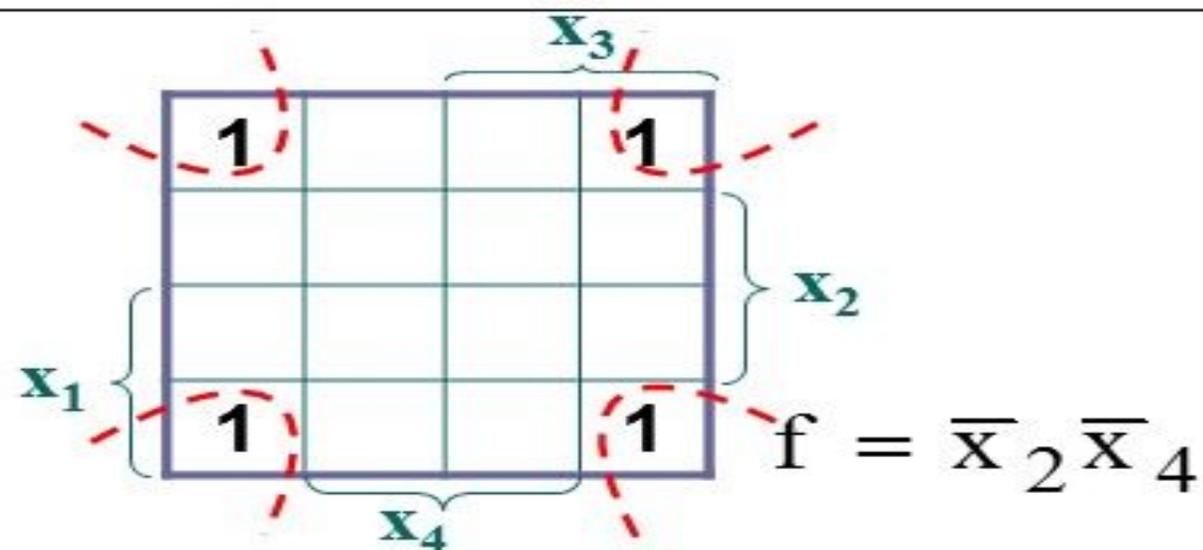
1



## R-подкубы. Покрытия

2

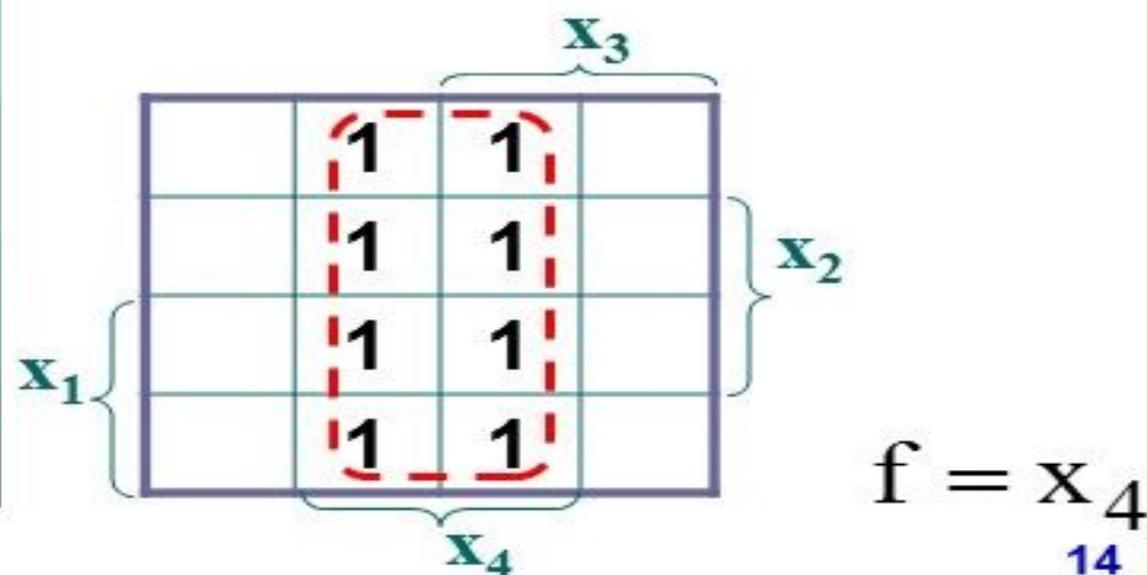
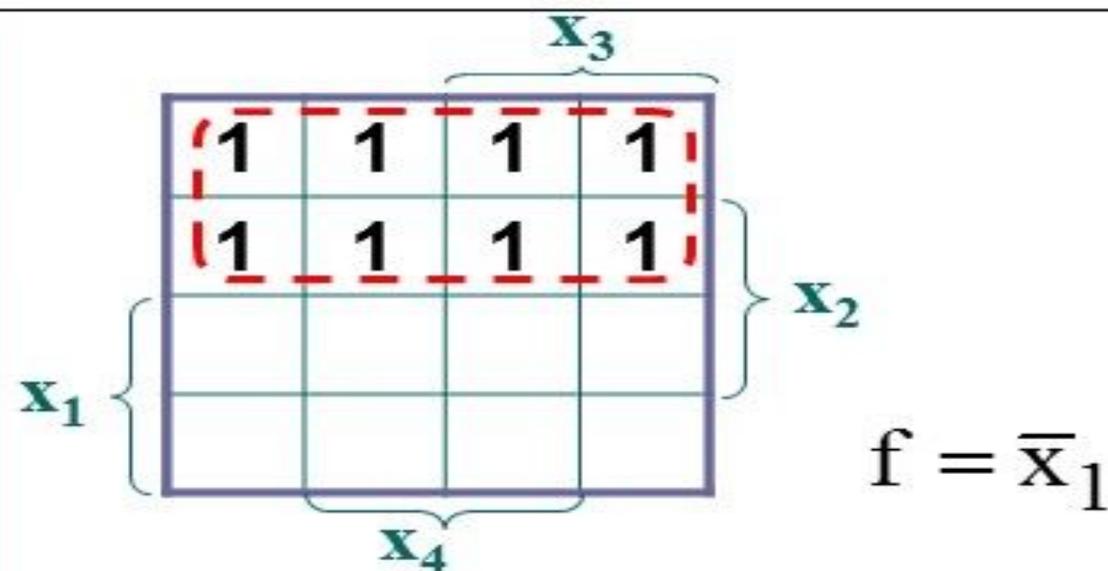
- Четыре соседние единицы образуют **двумерный r-подкуб**
- Двумерный r-подкуб соответствует произведению без двух первичных термов
- Опущены те переменные, которые не сохраняют постоянное значение на этом подкубе



## R-подкубы. Покрытия

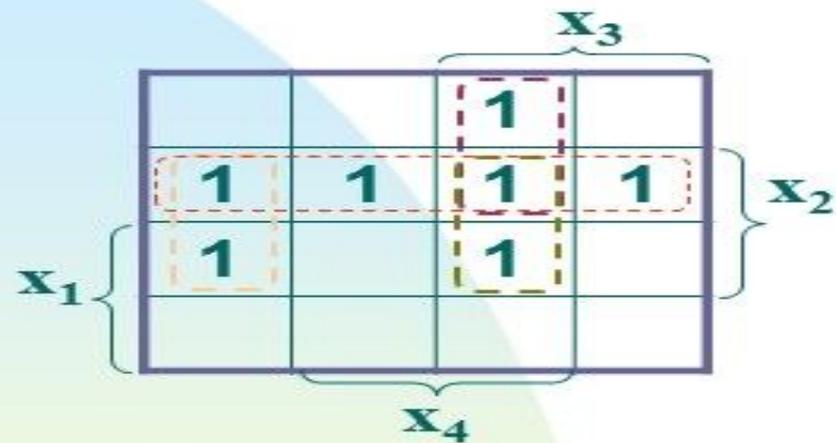
3

- Трехмерные r-подкубы содержат по 8 единиц
- Одномерный r-подкуб соответствует ребру, имеющему две соседние вершины
- Двумерный r-подкуб соответствует двумерному подкубу n-мерного куба
- Чтобы представить функцию, следует покрыть все единицы карты r-подкубами

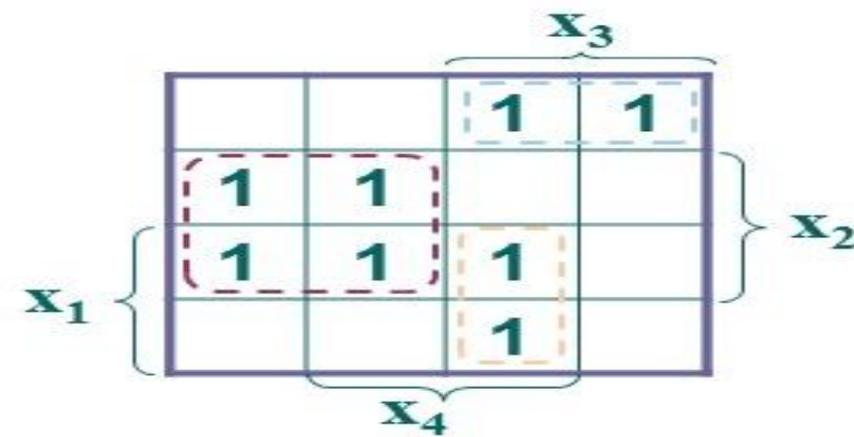


# R-под кубы КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

## Представления функций r-подкубами



$$f = \bar{x}_1 x_2 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 \vee x_2 x_3 x_4$$



$$f = x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$$

	$x_1$	$\bar{x}_1$
$x_2$	$y_1$	$y_2$
$\bar{x}_2$	$y_3$	$y_4$

а) Карта Карно функции  
2-х переменных

	$x_1$		$\bar{x}_1$	
$x_3$	$y_1$	$y_3$	$y_4$	$y_2$
$\bar{x}_3$	$y_5$	$y_7$	$y_8$	$y_6$
	$\bar{x}_2$	$x_2$		$\bar{x}_2$

б) Карта Карно функции  
3-х переменных

	$x_1$		$\bar{x}_1$		
$x_3$	$y_1$	$y_3$	$y_4$	$y_2$	$\bar{x}_4$
	$y_9$	$y_{11}$	$y_{12}$	$y_{10}$	$x_4$
	$y_{13}$	$y_{15}$	$y_{16}$	$y_{14}$	
$\bar{x}_3$	$y_5$	$y_7$	$y_8$	$y_6$	$\bar{x}_4$
	$\bar{x}_2$	$x_2$		$\bar{x}_2$	

в) Карта Карно функции  
4-х переменных

# КАРТЫ КАРНО ДВУХ, ТРЕХ И ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

a)

		$x_1x_2$			
		00	01	10	11

б)

		$x_2x_3$			
		00	01	10	11
$x_1$	0				
	1				

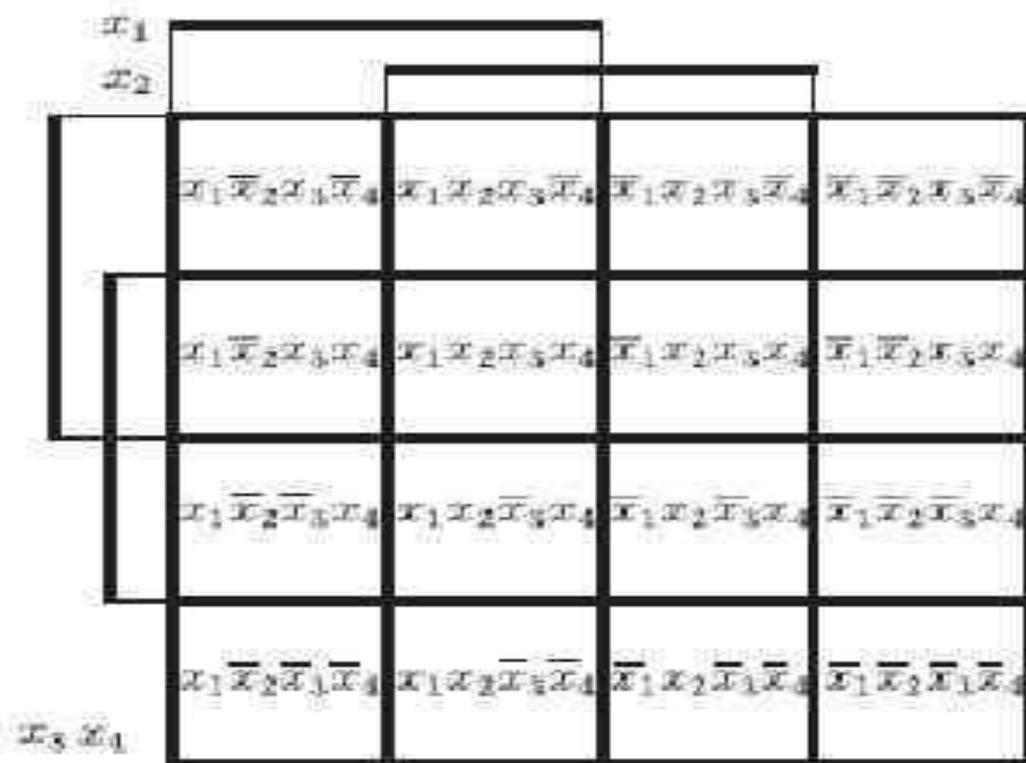
в)

		$x_3x_4$			
		00	01	10	11
$x_1x_2$	00				
	01				
	10				
	11				

Рис. 2.1. Карты Карно для двух, трех и четырех переменных

# Карта Карно для функции четырёх переменных

x1	x2	x3	x4	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0



Вар.	D	C	B	A	Z
1	0	0	0	0	$1 \Rightarrow \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}$
2	0	0	0	1	$1 \Rightarrow A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}$
3	0	0	1	0	$1 \Rightarrow \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}$
4	0	0	1	1	$1 \Rightarrow A \wedge B \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}$
5	0	1	0	0	$1 \Rightarrow \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D}$
6	0	1	0	1	$1 \Rightarrow A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D}$
7	0	1	1	0	$1 \Rightarrow \bar{A} \wedge B \wedge C \wedge \bar{D}$
8	0	1	1	1	$1 \Rightarrow A \wedge B \wedge C \wedge \bar{D}$
9	1	0	0	0	$1 \Rightarrow A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge D$
10	1	0	0	1	$1 \Rightarrow A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge D$
11	1	0	1	0	$1 \Rightarrow \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \wedge D$
12	1	0	1	1	$1 \Rightarrow A \wedge B \wedge \bar{C} \wedge D$
13	1	1	0	0	$1 \Rightarrow \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D$
14	1	1	0	1	$1 \Rightarrow A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D$
15	1	1	1	0	$1 \Rightarrow \bar{A} \wedge B \wedge C \wedge D$
16	1	1	1	1	$1 \Rightarrow A \wedge B \wedge C \wedge D$

Рис. 5.33. Возможные полные конъюнкции для четырех переменных.

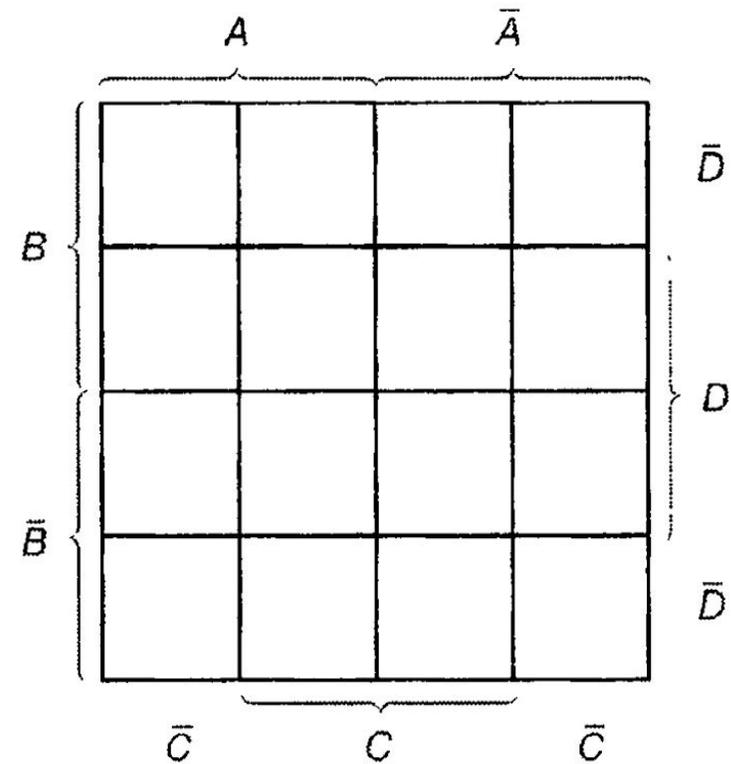
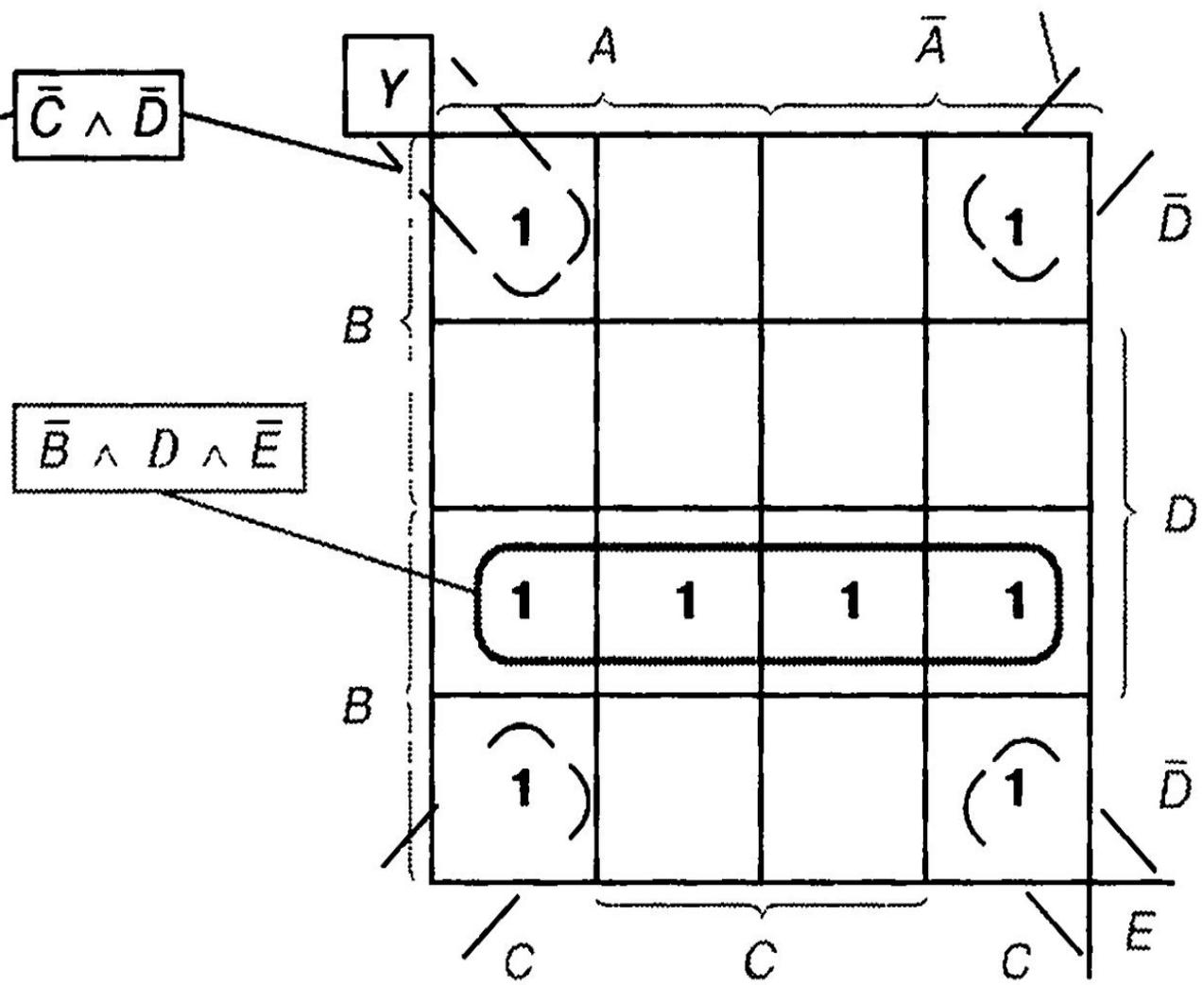
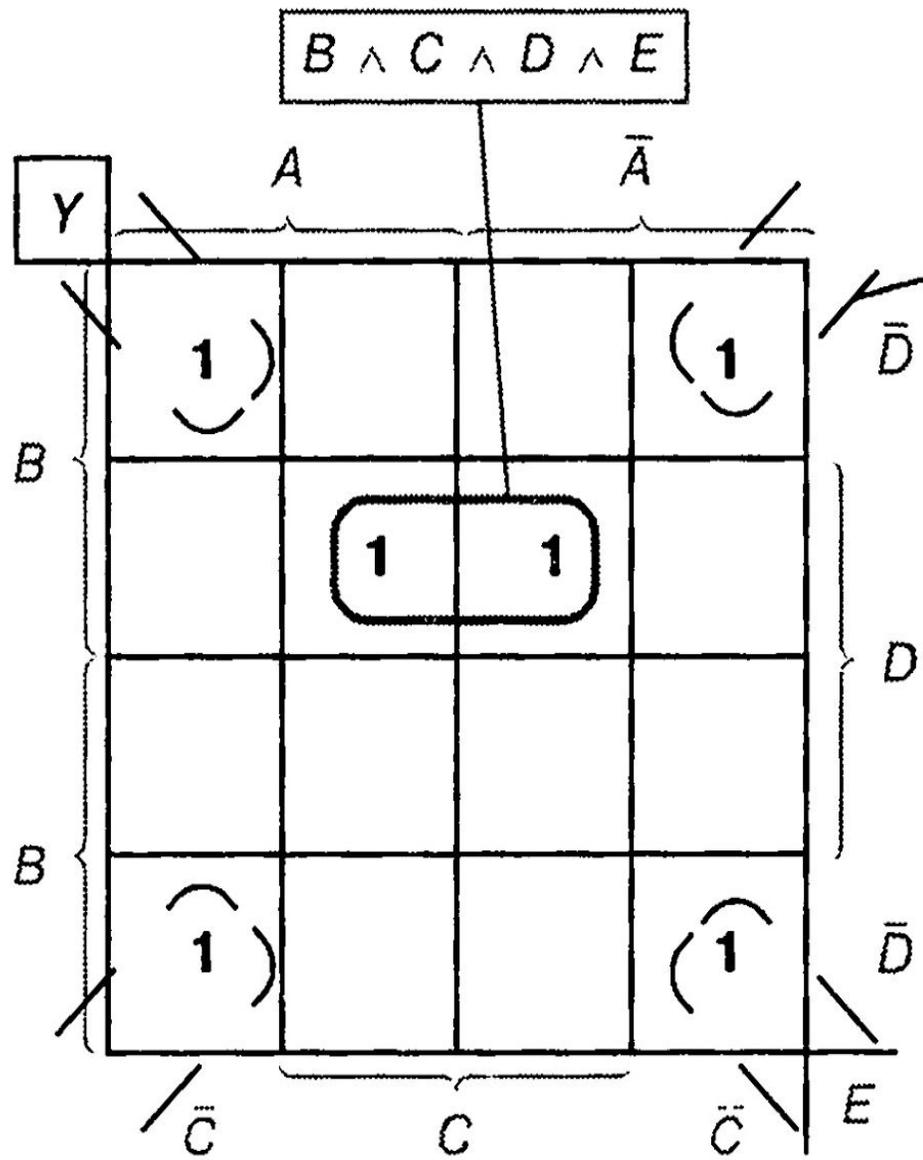
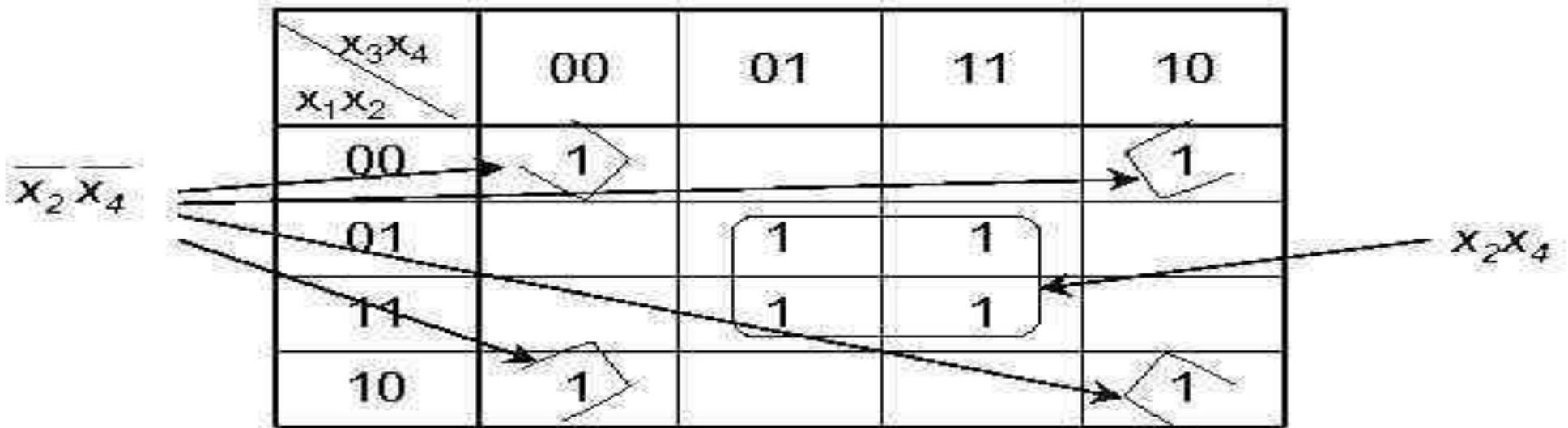
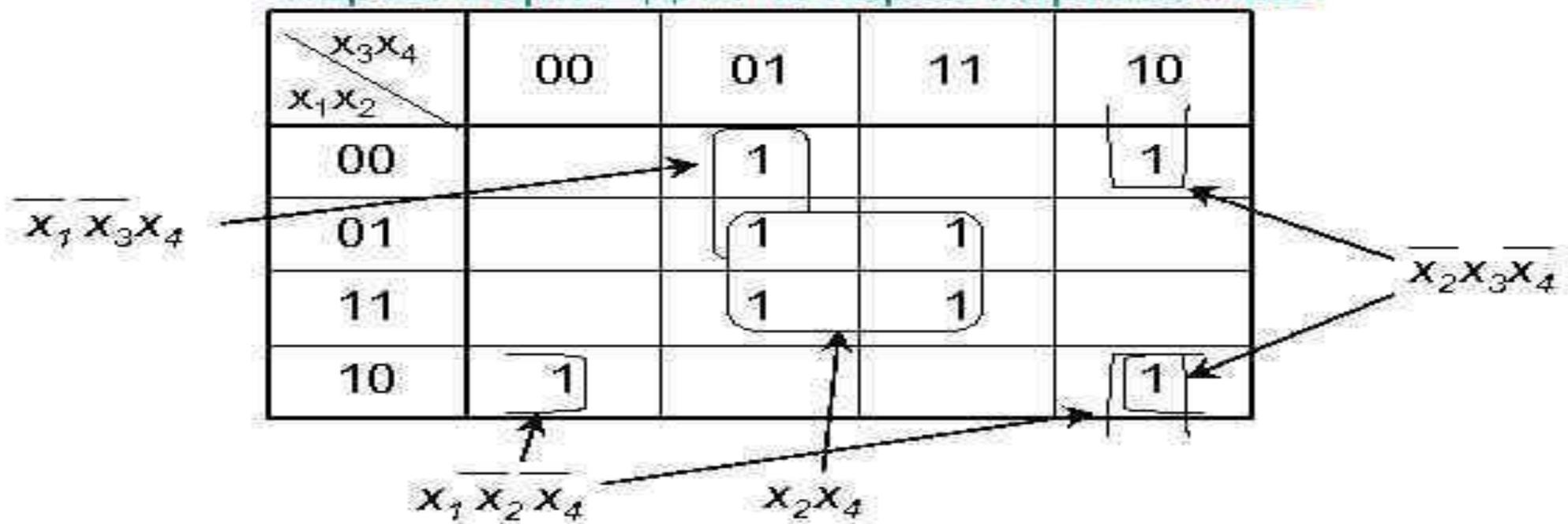


Рис. 5.34. Карта Карно для четырех переменных.



# Карты Карно для четырех переменных



Минимизация логических функций

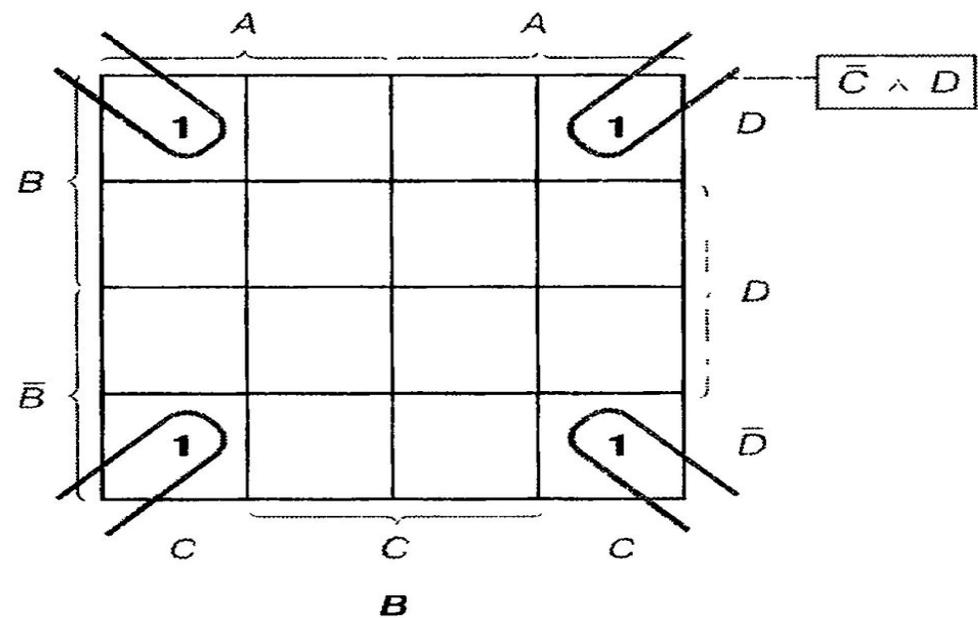
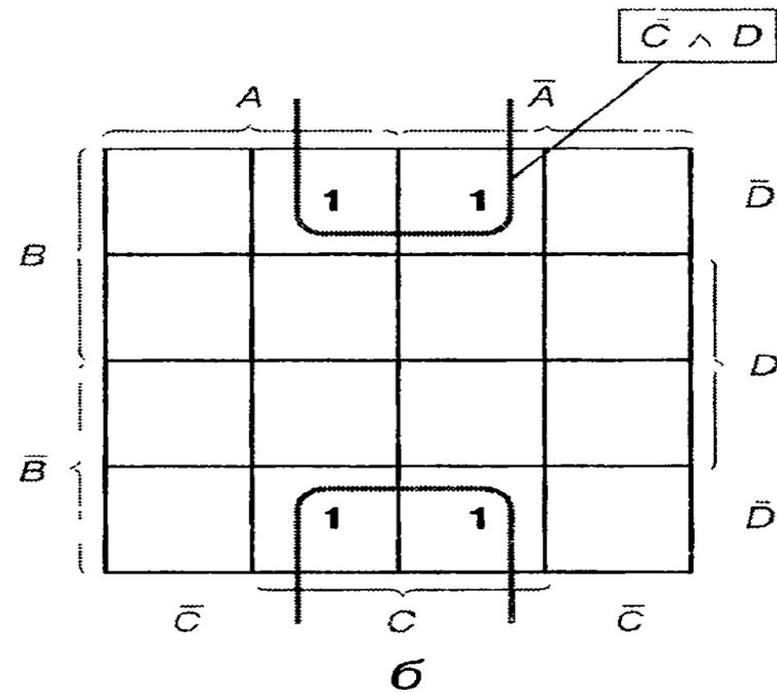
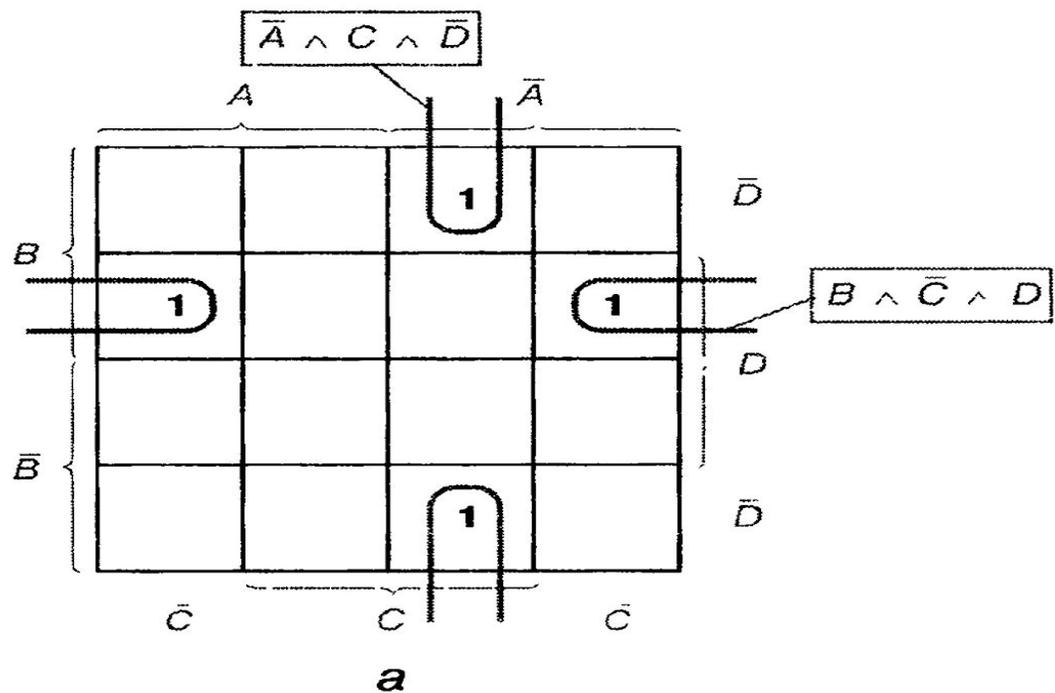


Рис. 5.36. Группировка по принципу расширенного соседства.

Карта Карно для четырех переменных:

$$y = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot \overline{x_4} + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot \overline{x_4} + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4.$$

	$\overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$	$\overline{x_1} \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot \overline{x_2}$
$x_3 \cdot x_4$		$I_3$	$I_2$	
$\overline{x_3} \cdot x_4$		$I_4$	$I_5$	
$x_3 \cdot \overline{x_4}$	$I_6$		$I_7$	$I_8$
$x_3 \cdot \overline{x_4}$	$I_1$		$I_9$	$I_{10}$

Некоторые комментарии к использованию карт Карно:

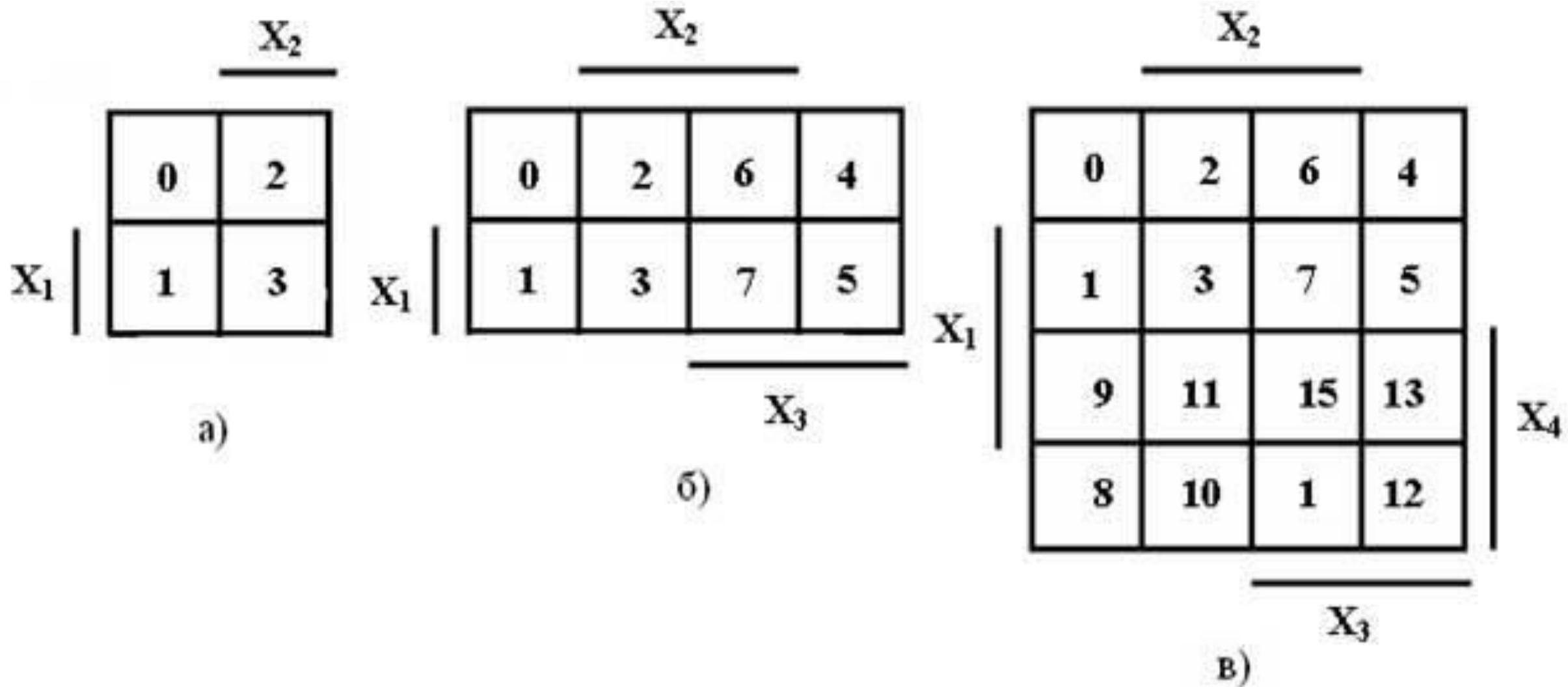
1) Края карты можно состыковать как показано на рисунке 22.

1			1
1			1

Рисунок 22

2) Необходимо образовывать как можно большие области, тогда логика будет проще.

# КАРТЫ КАРНО ДВУХ, ТРЕХ И ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ



# КАРТЫ КАРНО ДВУХ, ТРЕХ И ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

•

	$x$	
	$0$	$1$
$y$	$0$	$\bar{x} \bar{y} \quad x \bar{y}$
	$1$	$\bar{x} y \quad x y$

a)

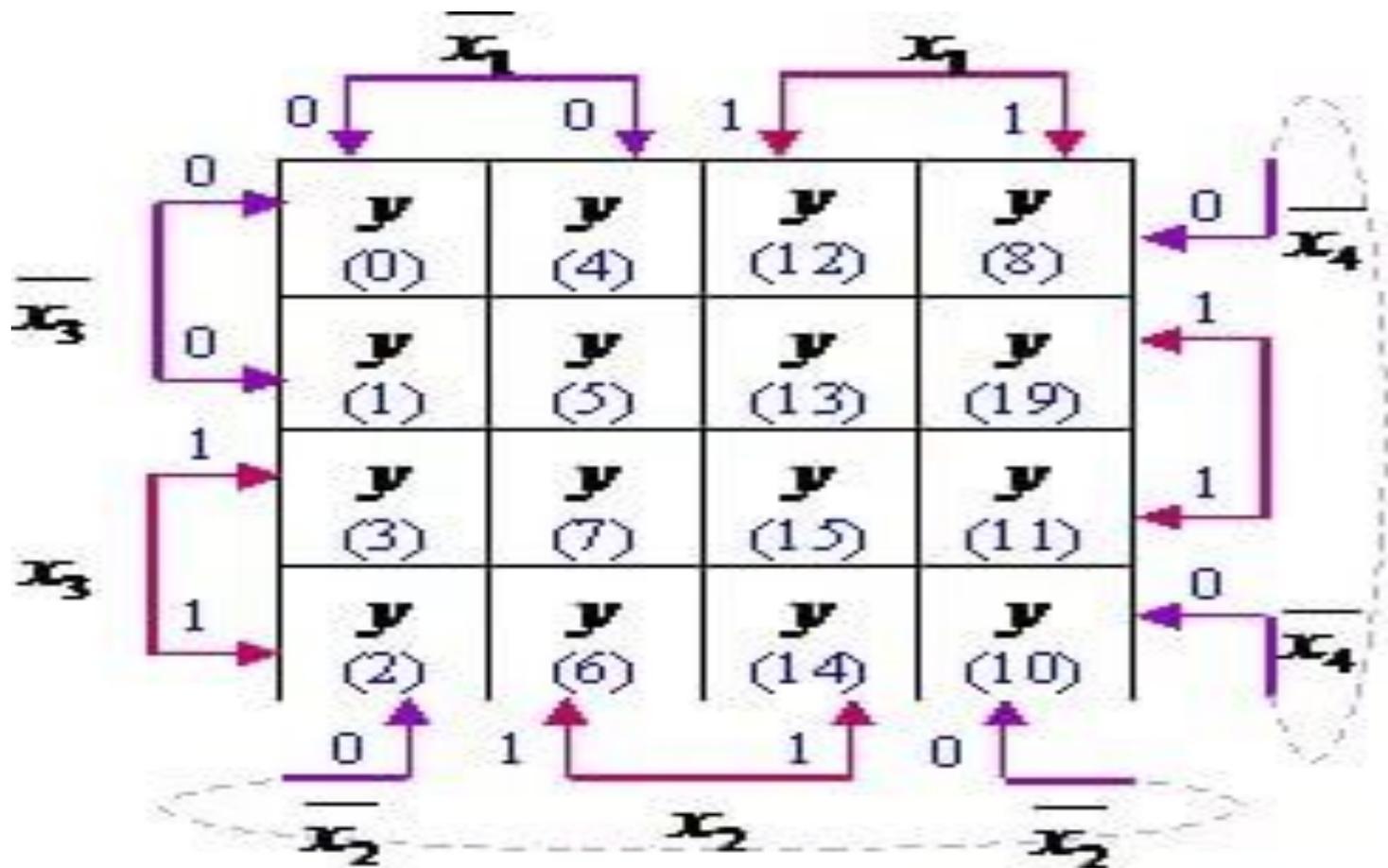
	$xy$			
	$00$	$01$	$11$	$10$
$z$	$0$	$\bar{x} \bar{y} \bar{z} \quad \bar{x} y \bar{z} \quad x y \bar{z} \quad x \bar{y} \bar{z}$		
	$1$	$\bar{x} \bar{y} z \quad \bar{x} y z \quad x y z \quad x \bar{y} z$		

b)

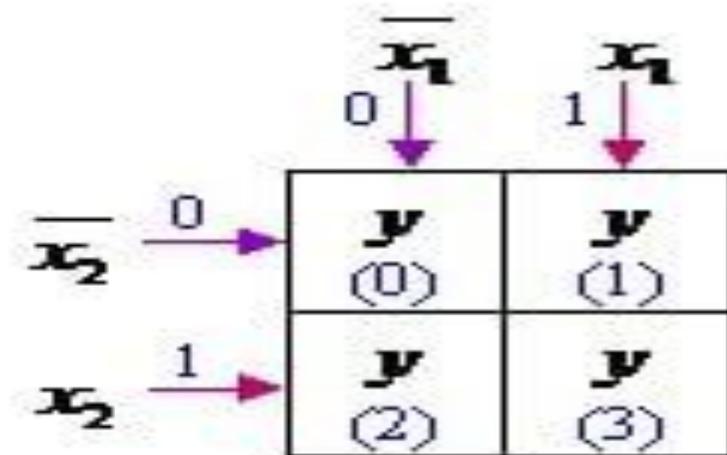
	$xy$			
	$00$	$01$	$11$	$10$
$zv$	$00$			
	$01$			
	$11$			
	$10$			

в)

# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ И ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ



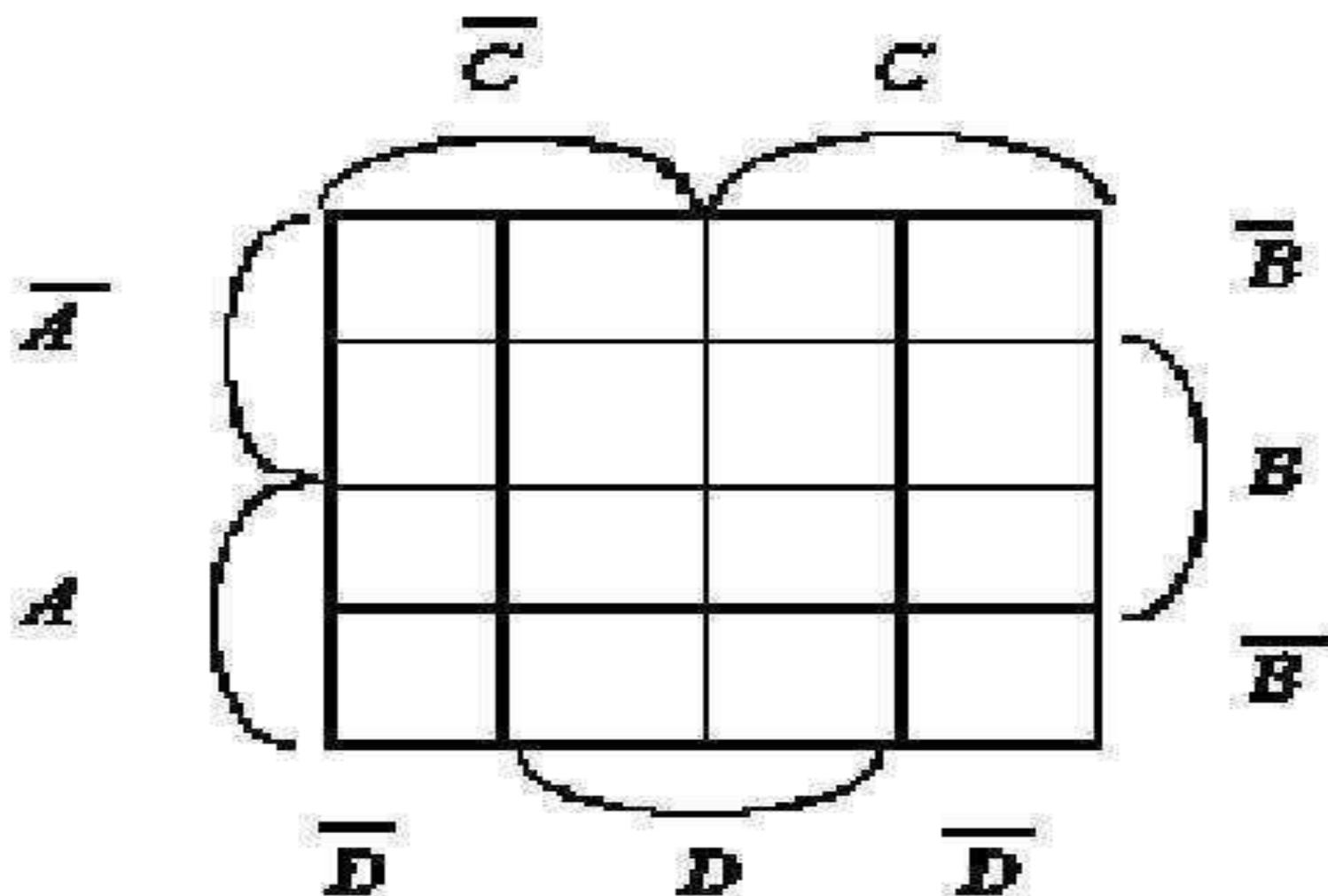
а)



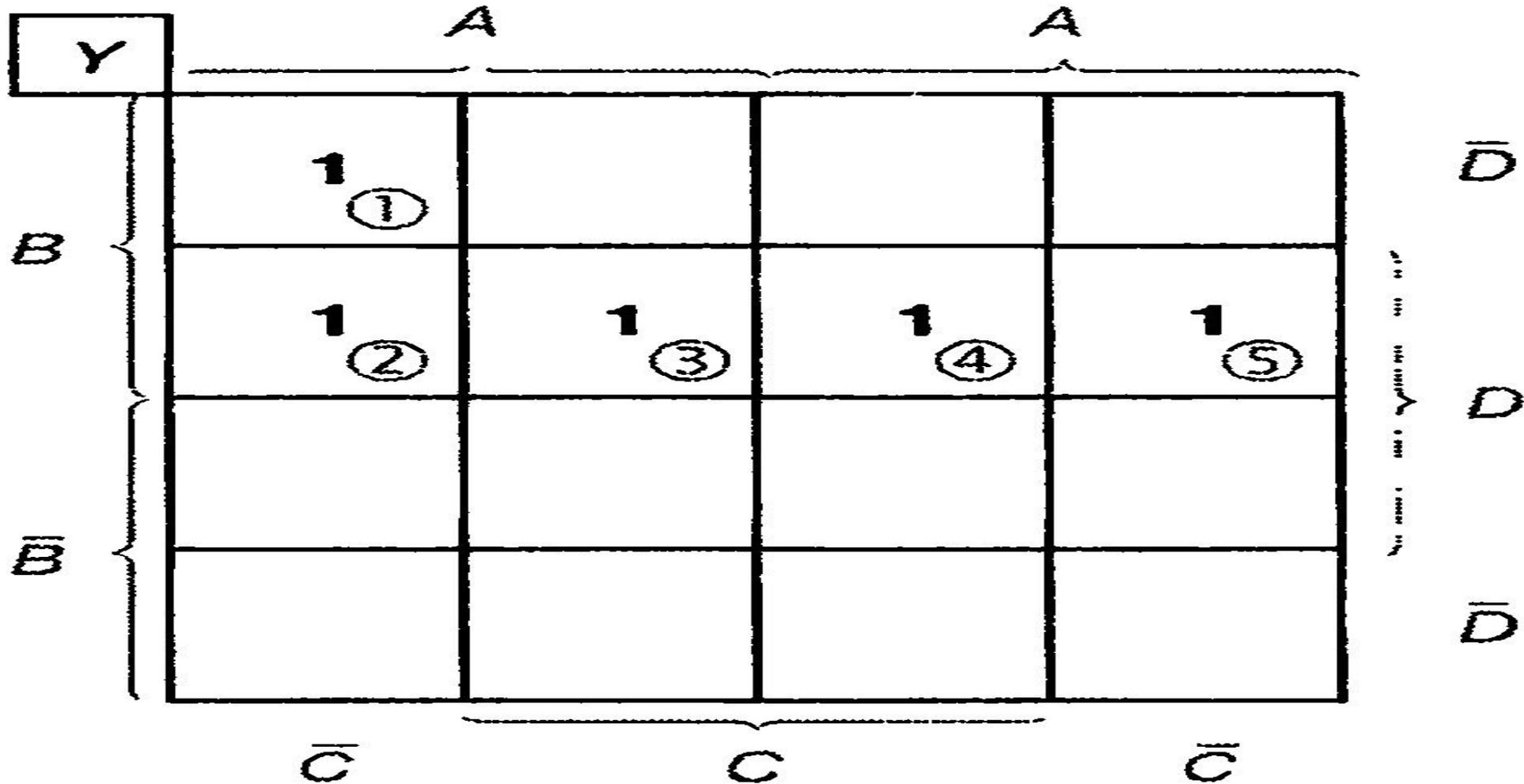
б)

Рис. 5 Карты Карно для 4-х и 2-х переменных

# Карта Карно для функции 4-х переменных



# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ



# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

		$\bar{A}$		$A$			
		$\bar{B}$	$B$	$\bar{B}$	$B$		
$\bar{C}$	$\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$AB\bar{C}\bar{D}$	$\bar{D}$	
	$D$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$A\bar{B}C\bar{D}$	$ABC\bar{D}$	$D$	
$C$	$\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}BCD$	$A\bar{B}CD$	$ABCD$	$\bar{D}$	
	$D$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$A\bar{B}C\bar{D}$	$ABC\bar{D}$	$D$	

# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

$x_3x_4$ $x_1x_2$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	-	0
10	0	1	1	0

# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

		$X_3 X_4$			
		00	01	11	10
$X_1 X_2$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	10	0	1	1	0
	11	1	0	0	1

# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

		X3 X4					
		00	01	11	10		
X1	X2						
	00	01	11	10	S1	S2	
00	00	1	0	0	1		
00	01	1	0	0	1		
00	11	0	1	1	0		
00	10	1	0	0	1		
01	00	1	0	0	1		
01	01	1	0	0	1		
01	11	0	1	1	0		
01	10	1	0	0	1		
10	00	1	0	0	1		
10	01	1	0	0	1		
10	11	0	1	1	0		
10	10	1	0	0	1		

The image shows a 4-variable Karnaugh map with variables X1, X2, X3, and X4. The map is a 4x4 grid with the following values:

X1 \ X2 \ X3 X4	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

Annotations on the map include:

- S1 (green):** A green line connecting the 1s in the first two rows (X1=00).
- S2 (red):** A red oval highlighting the 1s in the third row (X1=11).
- S3 (blue):** Blue lines connecting the 1s in the first and third columns (X2=00) and the second and fourth columns (X2=10).

# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

a	b	c	d	f
0	0	0	0	f(0,0,0,0)
0	0	0	1	f(0,0,0,1)
0	0	1	0	f(0,0,1,0)
0	0	1	1	f(0,0,1,1)
0	1	0	0	f(0,1,0,0)
0	1	0	1	f(0,1,0,1)
0	1	1	0	f(0,1,1,0)
0	1	1	1	f(0,1,1,1)
1	0	0	0	f(1,0,0,0)
1	0	0	1	f(1,0,0,1)
1	0	1	0	f(1,0,1,0)
1	0	1	1	f(1,0,1,1)
1	1	0	0	f(1,1,0,0)
1	1	0	1	f(1,1,0,1)
1	1	1	0	f(1,1,1,0)
1	1	1	1	f(1,1,1,1)

a)

		cd			
		00	01	11	10
ab	00	f(0,0,0,0)	f(0,0,0,1)	f(0,0,1,1)	f(0,0,1,0)
	10	f(1,0,0,0)	f(1,0,0,1)	f(1,0,1,1)	f(1,0,1,0)
	11	f(1,1,0,0)	f(1,1,0,1)	f(1,1,1,1)	f(1,1,1,0)
	01	f(0,1,0,0)	f(0,1,0,1)	f(0,1,1,1)	f(0,1,1,0)

б)

		cd			
		11	10	00	01
ab	00	f(0,0,1,1)	f(0,0,1,0)	f(0,0,0,0)	f(0,0,0,1)
	01	f(0,1,1,1)	f(0,1,1,0)	f(0,1,0,0)	f(0,1,0,1)
	11	f(1,1,1,1)	f(1,1,1,0)	f(1,1,0,0)	f(1,1,0,1)
	10	f(1,0,1,1)	f(1,0,1,0)	f(1,0,0,0)	f(1,0,0,1)

в)

# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

		X3 X4					
		00	01	11	10		
X1	X2						
	00	0	0	1	0		
01	0	1	1	1	1		
11	1	1	1	1	1		
10	0	1	1	1	1		
	00	0	0	1	0	S3	
	01	0	1	1	1	S6	
	11	1	1	1	1	S2	
	10	0	1	1	1	S5	

Diagram illustrating a Karnaugh map for four variables (X1, X2, X3, X4). The map shows the output values (0 or 1) for each combination of input variables. The map is divided into six groups (S1 to S6) indicated by colored lines:

- S1 (Yellow): A 2x2 square covering the cells (X1, X2) = (01, 11) and (01, 10).
- S2 (Green): A 2x2 square covering the cells (X1, X2) = (11, 11) and (11, 10).
- S3 (Blue): A 2x2 square covering the cells (X1, X2) = (01, 11) and (11, 11).
- S4 (Yellow): A 2x2 square covering the cells (X1, X2) = (11, 11) and (10, 11).
- S5 (Brown): A 2x2 square covering the cells (X1, X2) = (11, 11) and (10, 10).
- S6 (Pink): A 2x2 square covering the cells (X1, X2) = (01, 11) and (11, 10).

# Минимизация на картах Карно для $n=4$

а)

	$x_1$				
	1	0	0	1	
$x_3$	0	0	0	0	$x_2$
	0	0	0	0	
	1	0	0	1	
	$x_0$				

б)  $Y_1$

	$x_1$				
	1	1	1	0	
$x_3$	1	1	0	1	$x_2$
	0	1	0	0	
	1	0	0	0	
	$x_0$				

в)  $Y_2$

	$x_1$				
	1	0	1	0	
$x_3$	1	0	1	0	$x_2$
	1	0	1	0	
	1	0	1	0	
	$x_0$				

$$y_0 = \bar{x}_2 \bar{x}_0 \quad y_1 = x_3 x_2 \bar{x}_0 + x_3 \bar{x}_2 x_0 + x_2 x_1 x_0 + \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \quad y_2 = x_1 \bar{x}_0 + \bar{x}_1 x_0 = x_1 \oplus x_0$$

г)  $Y_2$

	$x_1$				
	1	0	1	0	
$x_3$	1	0	1	0	$x_2$
	1	0	1	0	
	1	0	1	0	
	$x_0$				

д)  $Y_3$

	$x_1$				
	1	1	0	0	
$x_3$	1	1	0	0	$x_2$
	1	0	1	0	
	1	1	0	0	
	$x_0$				

е)  $Y_3$

	$x_1$				
	1	1	0	0	
$x_3$	1	1	0	0	$x_2$
	1	0	1	0	
	1	1	0	0	
	$x_0$				

$$\bar{x}_3 x_2 x_0 \oplus x_1$$

# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	0	1
11	1	0	0	0
10	1	0	1	1

Составим мин. ДНФ:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

$$= \bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee \bar{x}_1x_3\bar{x}_4$$

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	0	1
11	1	0	0	0
10	1	0	1	1

Составим мин. КНФ:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) =$$

$$(x_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4)$$

# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

*a*

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$F$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

*б*

$X_3 X_4$		00	01	11	10
$X_1 X_2$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

*в*

$X_3 X_4$		00	01	11	10
$X_1 X_2$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

*г*

$X_3 X_4$		00	01	11	10
$X_1 X_2$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

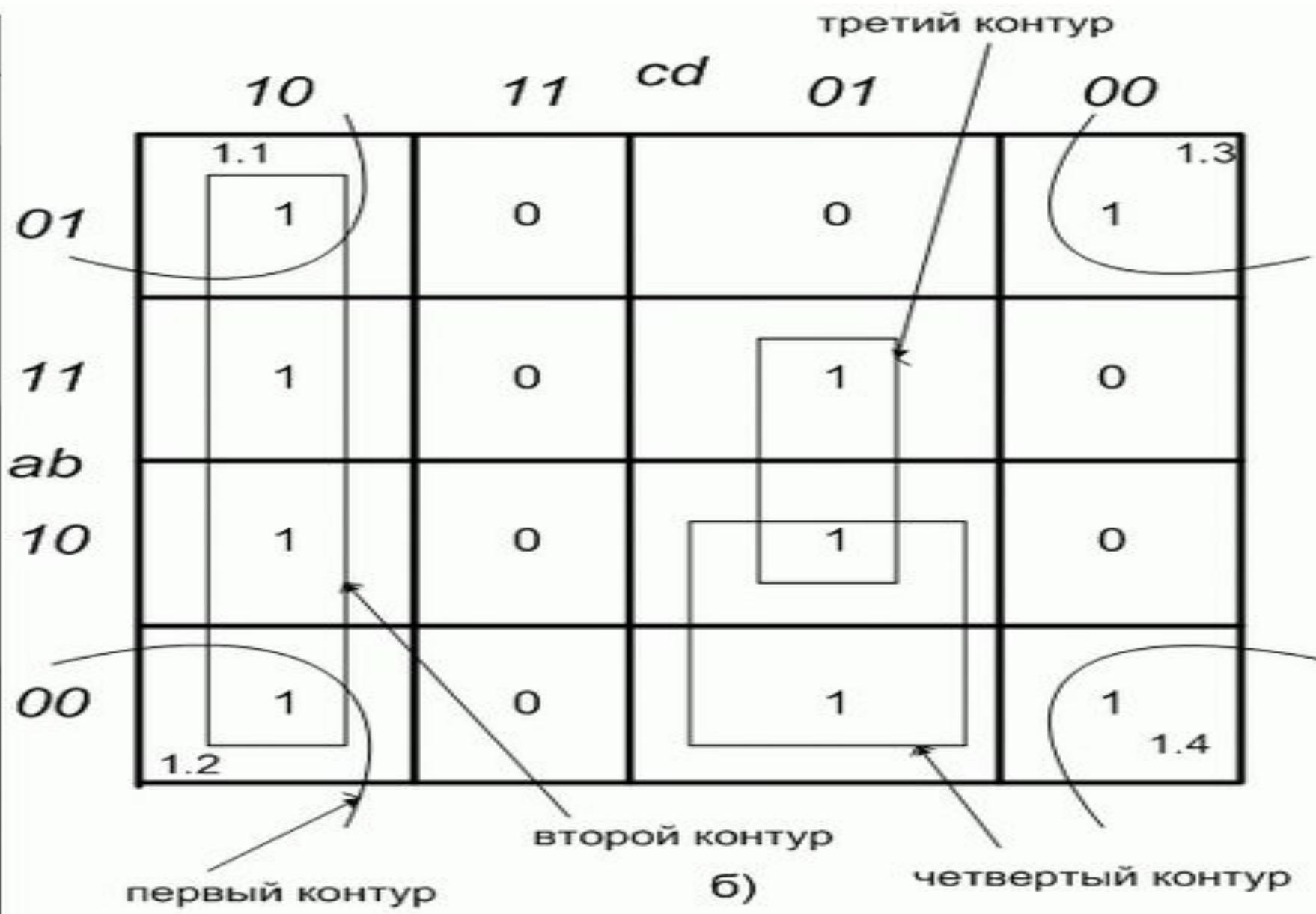
# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

$X_1 X_2 \backslash X_3 X_4$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	1	0	1

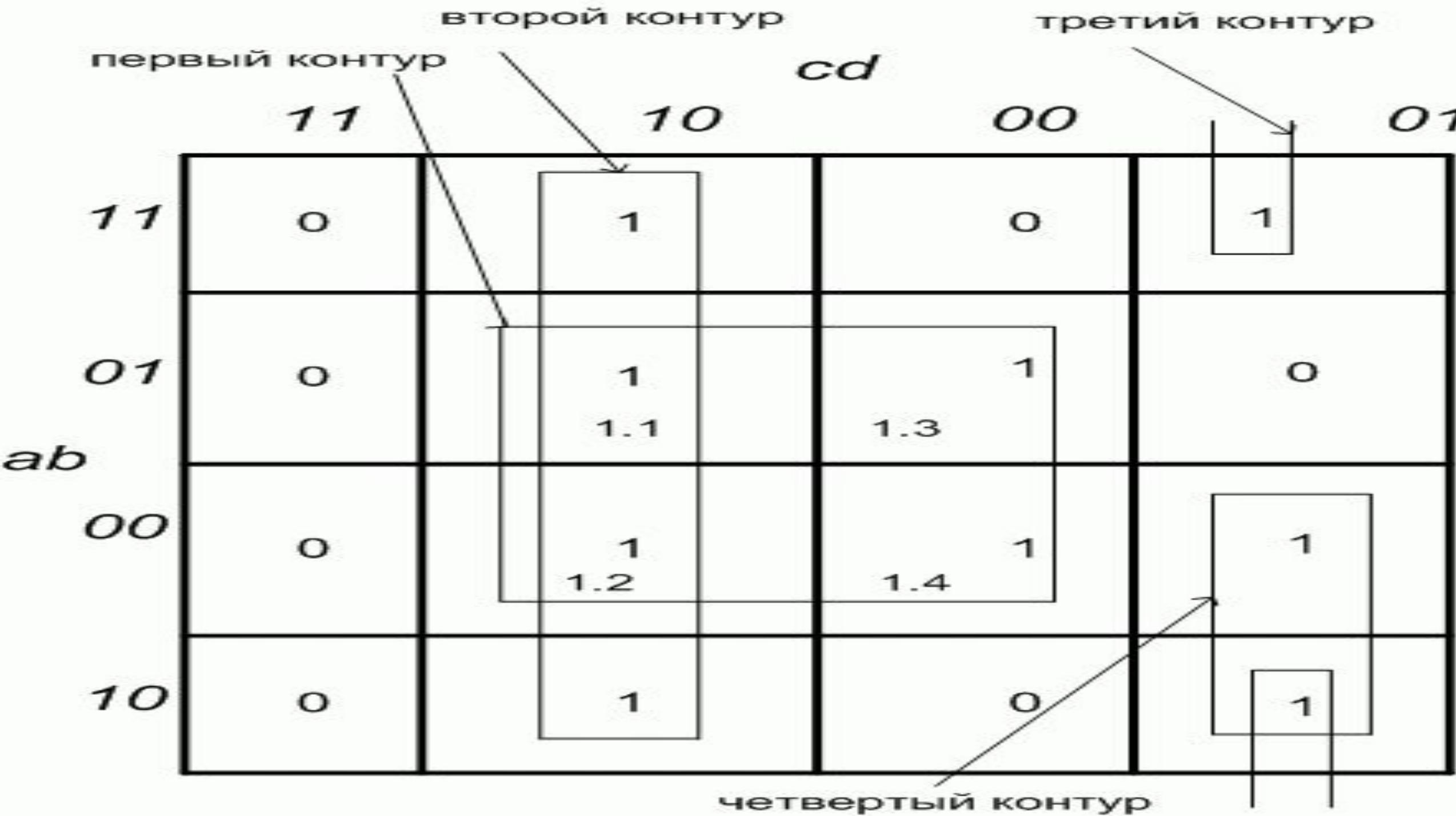
Diagram illustrating the Karnaugh map for four variables ( $X_1, X_2, X_3, X_4$ ) with the following groupings and prime implicants:

- Group 1 (Green):** A 2x2 square group covering cells (01, 01), (01, 11), (11, 01), and (11, 11). This group is labeled  $K_1$ .
- Group 2 (Red):** A 2x1 vertical group covering cells (11, 01) and (11, 11). This group is labeled  $K_2$ .
- Group 3 (Purple):** A 1x2 horizontal group covering cells (10, 00) and (10, 01). This group is labeled  $K_3$ .
- Group 4 (Yellow):** A 1x1 group covering cell (00, 10). This group is labeled  $K_4$ .
- Group 5 (Cyan):** A 1x1 group covering cell (10, 10). This group is labeled  $K_5$ .

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

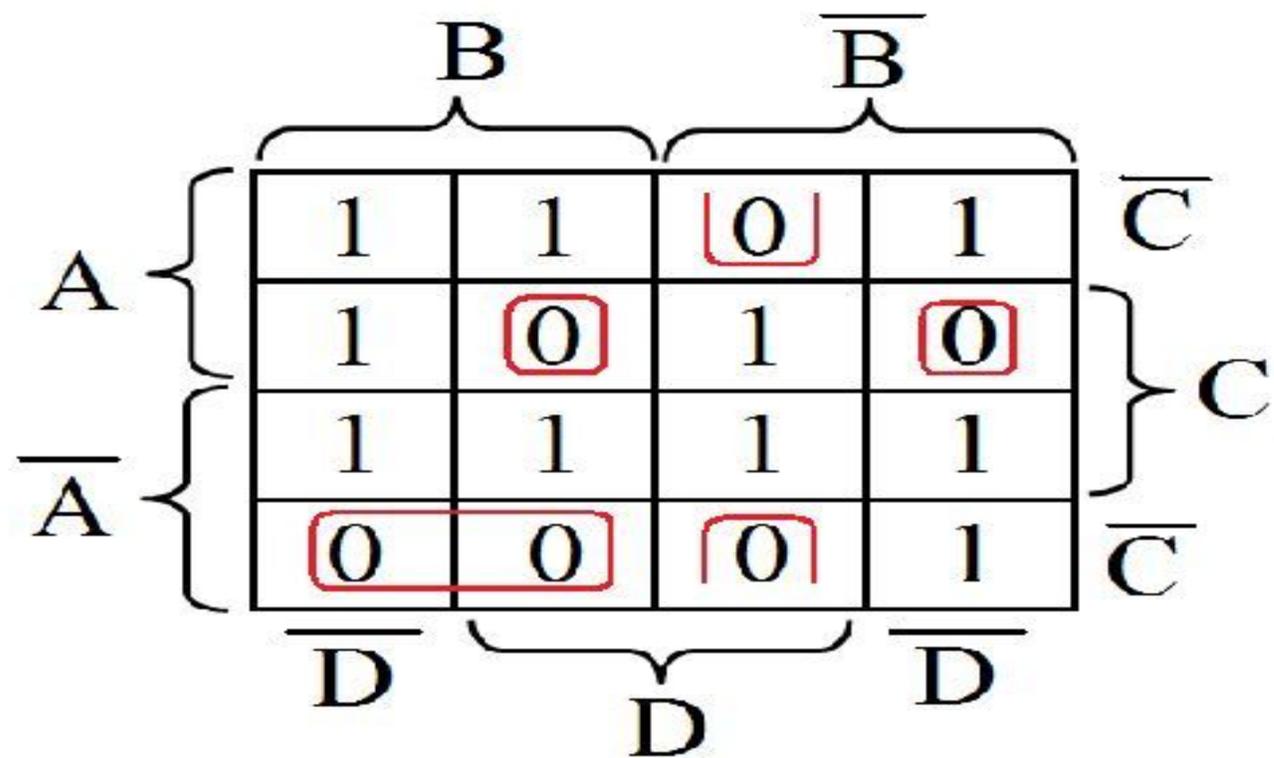


б)



## Пример построения диаграммы Вейча для функции от 4-х переменных (МКНФ)

A	B	C	D	F(A,B,C,D)	
0	0	0	0	0	7
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	
0	0	1	1	1	9
0	1	0	0	1	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	C
0	1	1	1	1	
1	0	0	0	1	
1	0	0	1	1	D
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	D
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	



$$F_{\text{МКНФ}} = (\bar{A} \vee B \vee \bar{C}) \& (\bar{B} \vee \bar{C} \vee D) \\ \& (A \vee B \vee C \vee D) \& (A \vee \bar{B} \vee C \vee \bar{D})$$

# КАРТЫ КАРНО ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

		$X_3 X_4$			
		00	01	11	10
$X_1 X_2$	00	1	0	0	1
	01	0	0	1	0
	11	0	1	0	0
	10	1	1	0	1

## Эталонные карты Карно для $n=4, 5$

а)

	$x_1$				
$x_3$	10	11	9	8	$x_2$
	14	15	13	12	
	6	7	5	4	
	2	3	1	0	
	$x_0$				

б)

	$x_2$				$x_1$				
$x_4$	20	21	23	22	18	19	17	16	$x_3$
	28	29	31	30	26	27	25	24	
	12	13	15	14	10	11	9	8	
	4	5	7	6	2	3	1	0	
	$x_0$				$x_0$				

**Пример.  $n=5$**  Для клетки с набором **25** на рис. 4,б соседними являются клетки с номерами наборов 9, 27, 17, 24 и 29. Для клетки с набором **2** на рис. 4,б соседними являются клетки 3, 10, 0, 18 и 6. Для клетки с набором **43** на рис. 4,в соседними являются клетки с наборами 59, 42, 35, 41 и 47, 11. Для клетки с набором **22** на рис. 4, в соседними являются клетки с наборами 23, 30, 20, 6 и 54, 18.

# Карты Карно и безразличные значения

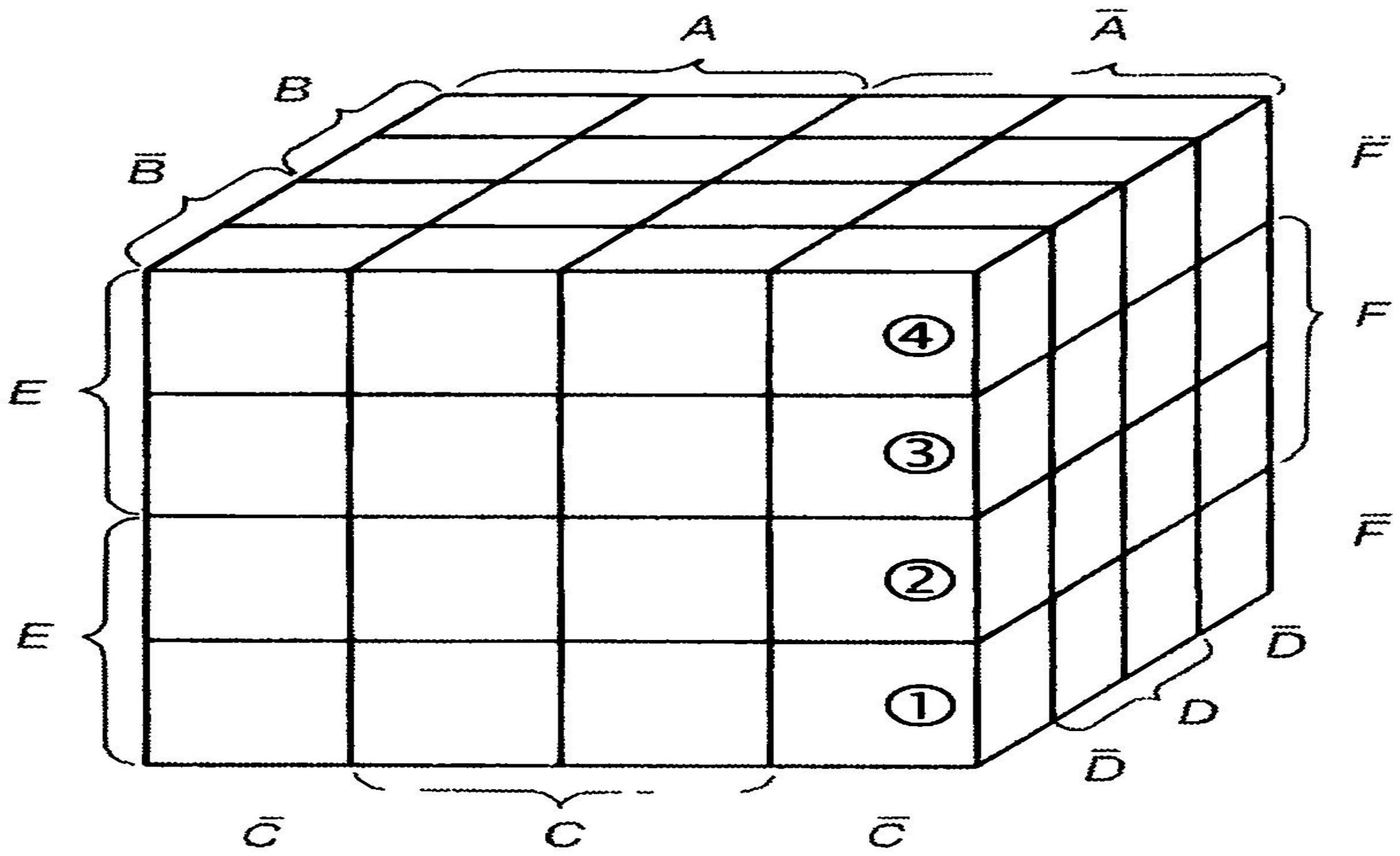
A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	X
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

Y CD \ AB		AB			
		00	01	11	10
00	00	1	0	X	1
	01	0	X	X	1
11	11	1	1	X	X
	10	1	1	X	X

Пример. Карте Карно, представленной на рисунке, соответствует функция.

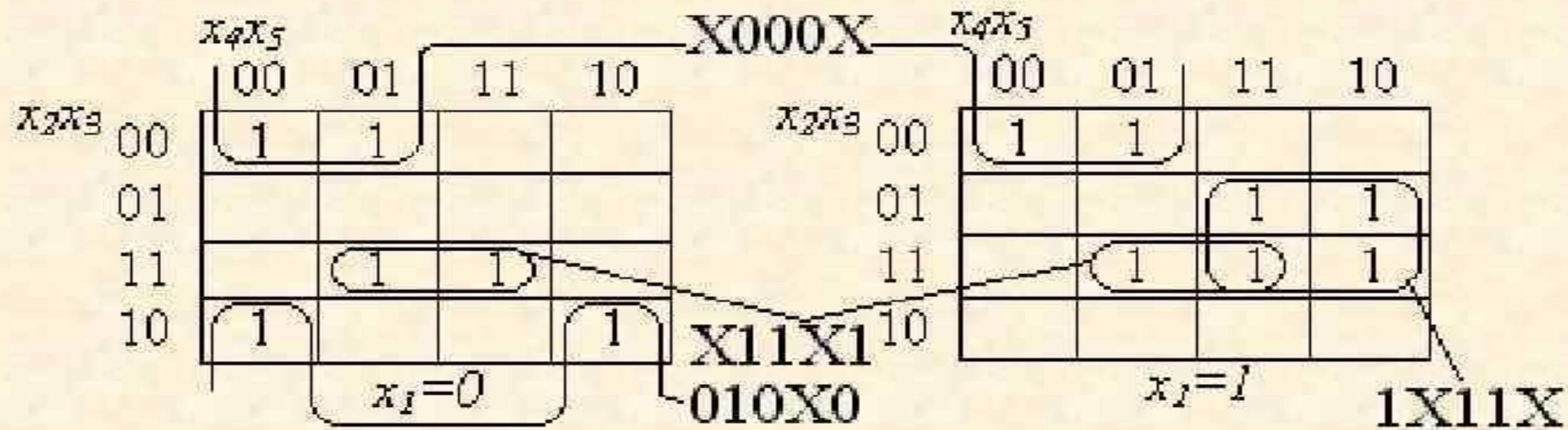
$$f(w, x, y, z) = yz \vee \bar{w}x\bar{y}$$

		<i>yz</i>			
		<i>00</i>	<i>01</i>	<i>11</i>	<i>10</i>
<i>w x</i>	<i>00</i>	0	—	0	1
	<i>01</i>	—	1	0	1
	<i>11</i>	0	0	—	—
	<i>10</i>	0	0	0	1



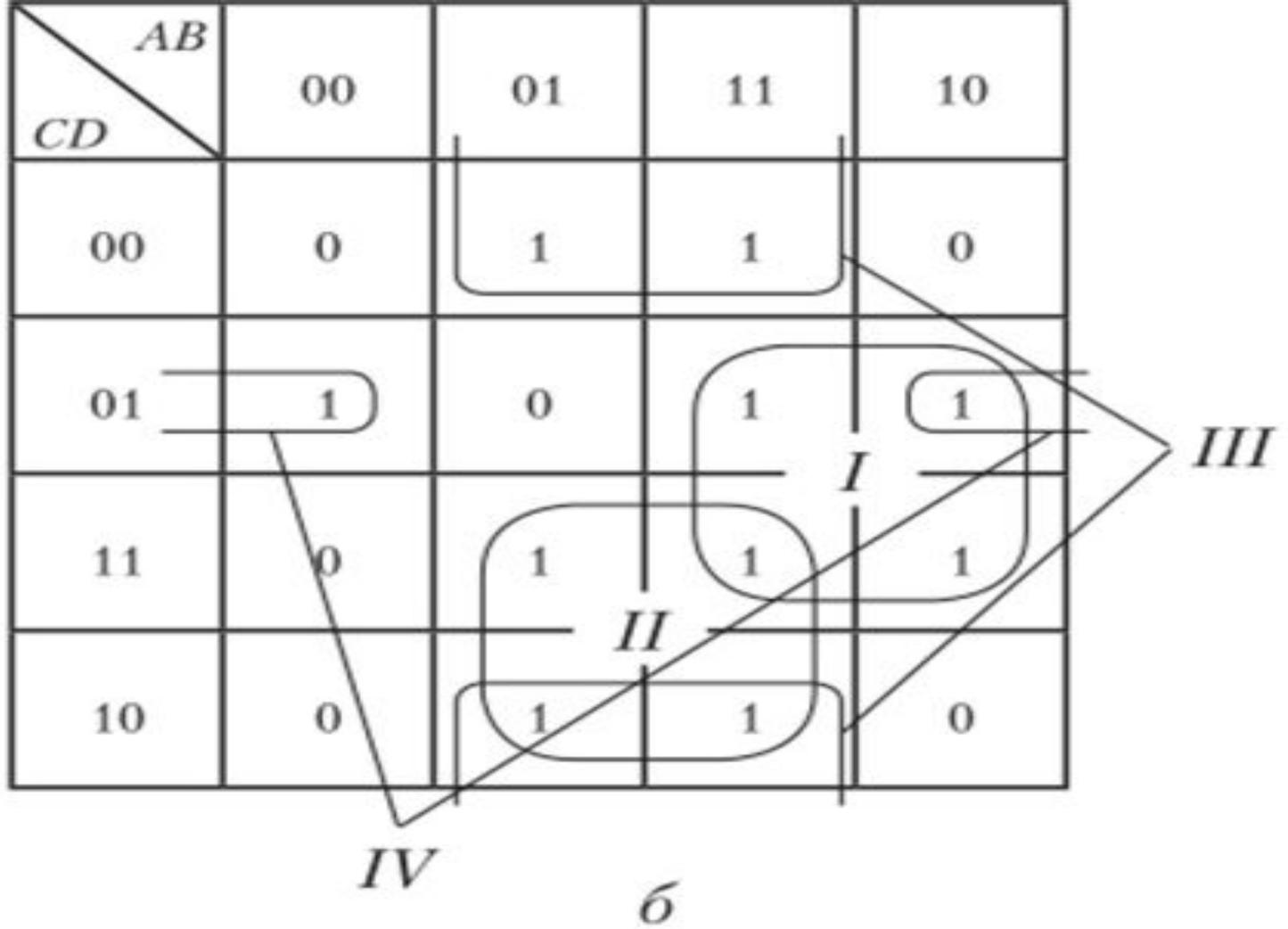
Для минимизации функций от пяти и шести переменных используются соответственно две и четыре четырехмерные карты Карно.

Пример минимизации функции пяти переменных  $f^5(X) = \bigvee_{f=1} (0, 1, 8, 10, 13, 15, 16, 17, 22, 23, 29, 30, 31)$ .



<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>F</i>
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

*a*



# Пример Карты Карно на пять переменных

		$x_3$ $x_4$		$x_5$							
				$x_1$ $x_2$	000	001	011	010	110	111	101
00	1			1	1	1	1				
01	1				1						
11			1					1			
10		1		1				1	1		

Handwritten annotations on the Karnaugh map:

- S1** (cyan): A group of four 1s in the top row (000, 010, 110, 101).
- S2** (green): A group of two 1s in the bottom row (000, 100).
- S3** (yellow): A group of two 1s in the second column (010, 001).
- S4** (grey): A group of two 1s in the third column (011, 111).
- S5** (blue): A group of two 1s in the first column (000, 001).
- S6** (red): A group of four 1s in the bottom two rows (011, 111, 010, 110).

# КАРТЫ КАРНО ПЯТИ ПЕРЕМЕННЫХ

$X_3 X_4$ $X_1 X_2$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$$X_5 = 0$$

$X_3 X_4$ $X_1 X_2$	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

$$X_5 = 1$$

## Карта Карно для пяти переменных

Строятся две карты Карно для четырех переменных: одна для  $x_5=0$ , а вторая для  $x_5=1$ .

По пятой переменной производится склейка в том случае, если при наложении одной карты на другую группы единиц совпадают.

$x_5=0$				
$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00				1
01				1
11	1	1		
10	1	1		

$x_5=1$				
$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00				1
01				1
11				
10				

$x_1 \overline{x_3} \overline{x_5}$

$\overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4}$

Т.е. минимальная ДНФ:  $F = x_1 \overline{x_3} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4}$ .

# КАРТЫ КАРНО ПЯТИ ПЕРЕМЕННЫХ

		$X_3 X_4$			
		00	01	11	10
$X_1 X_2$	00				1
	01		1	1	
	10				
	11				1

		$X_5$							
		0		1					
		$X_3 X_4$							
		00	01	11	10	00	01	11	10
$X_1 X_2$	00								
	01								
	10			1					1
	11								

# КАРТЫ КАРНО ПЯТИ ПЕРЕМЕННЫХ

	<u>B</u>	
A	3	2
	1	0

	<u>B</u>			
A	6	7	5	4
	2	3	1	0
	<u>C</u>			

	<u>C</u>			
A	10	11	9	8
	14	15	13	12
	6	7	5	4
	2	3	1	0
	<u>D</u>			
				<u>B</u>

## Матрицы Карно для разного числа переменных

a \ b	0	1
0	0	1
1	1	0

a,b \ c	00	01	11	10
0		1	1	0
1	1	1	0	0

a,b \ c,d	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1	0	0
11	1	0	0	
10	0			

a,b,c \ d,f	000	001	011	010	110	111	101	100
00		1			1	1		
01	0	1	0	1	1		0	0
11			0			0	0	
10		1				1	1	

На рисунке показаны соответственно матрицы Карно для двух, трех, четырех и пяти переменных.

# КАРТЫ КАРНО ДВУХ, ТРЕХ, ЧЕТЫРЕХ И ПЯТИ ПЕРЕМЕННЫХ

$M = 2$

$X_1$	$X_0$	
	0	1
0	0	1
1	2	3

$X_0$

$X_1$

$M = 3$

$X_2$	$X_1 X_0$	$X_1$		
	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

$X_0$

$X_2$

$M = 4$

$X_3 X_2$	$X_1 X_0$	$X_1$		
	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$X_0$

$X_2$

$X_3$

$M = 5$

$X_4 X_3$	$X_2 X_1 X_0$	$X_2$						
	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	3	2	6	7	5	4
01	8	9	11	10	14	15	13	12
11	24	25	27	26	30	31	29	28
10	16	17	19	18	22	23	21	20

$X_0$        $X_1$        $X_0$

$X_3$

$X_4$

## Карта Карно для пяти переменных

Строятся две карты Карно для четырех переменных: одна для  $x_5=0$ , а вторая для  $x_5=1$ .

По пятой переменной производится склейка в том случае, если при наложении одной карты на другую группы единиц совпадают.

$x_5=0$				
	$x_3x_4$			
$x_1x_2$	00	01	11	10
00			1	1
01			1	
11	1	1		
10	1	1		

$x_5=1$				
	$x_3x_4$			
$x_1x_2$	00	01	11	10
00			1	1
01			1	
11				
10				

$\overline{x_1 x_3 x_5}$

$\overline{x_1 x_3 x_4}$

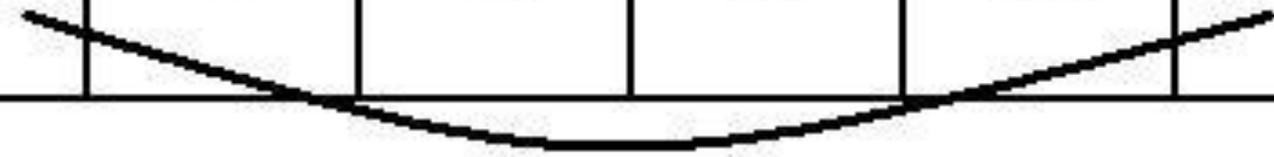
Т.е. минимальная ДНФ:  $F = \overline{x_1 x_3 x_5} \vee \overline{x_1 x_3 x_4}$ .

X3X4X5

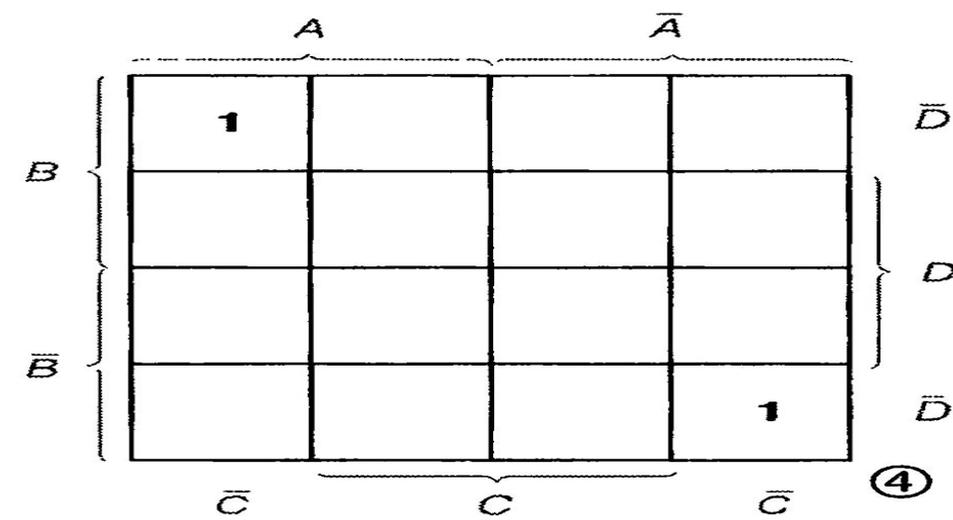
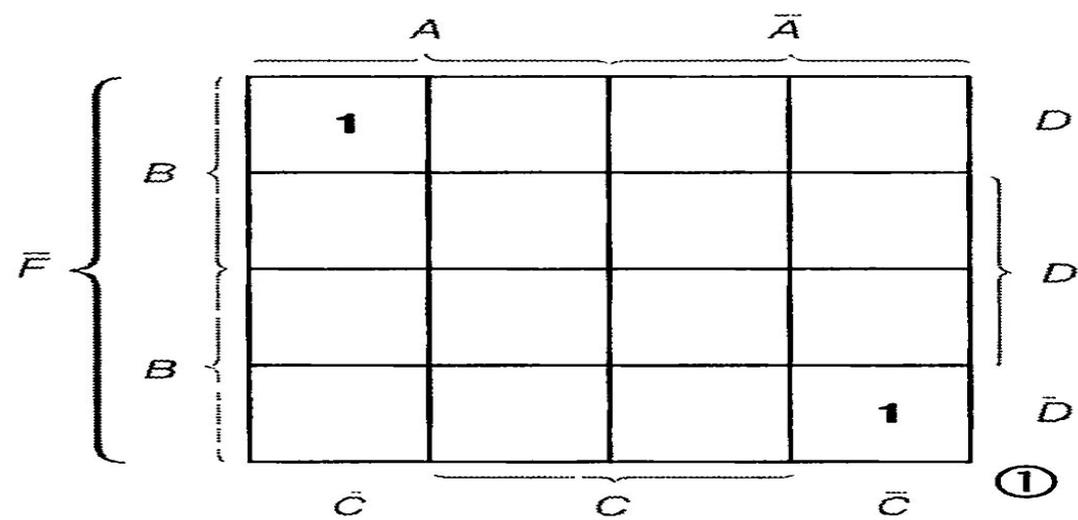
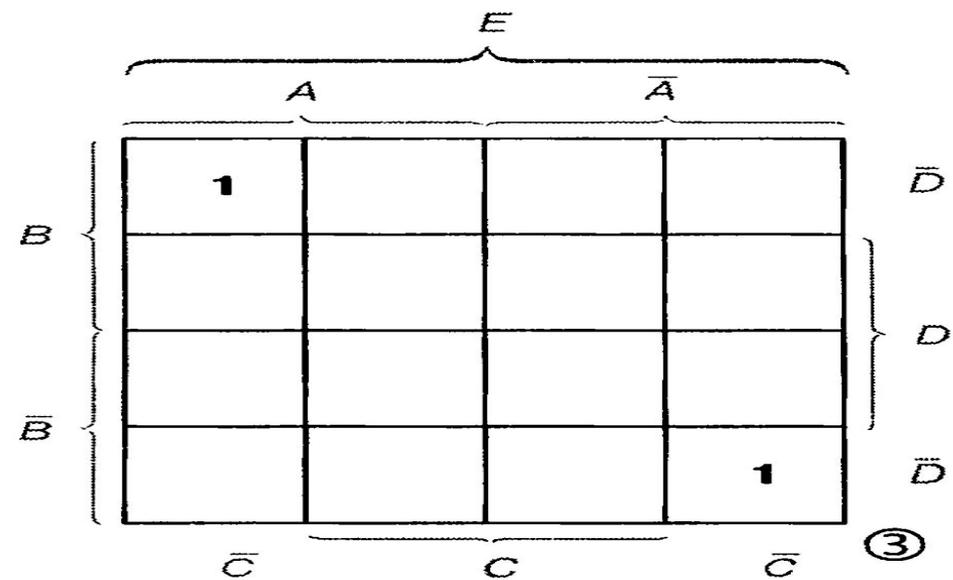
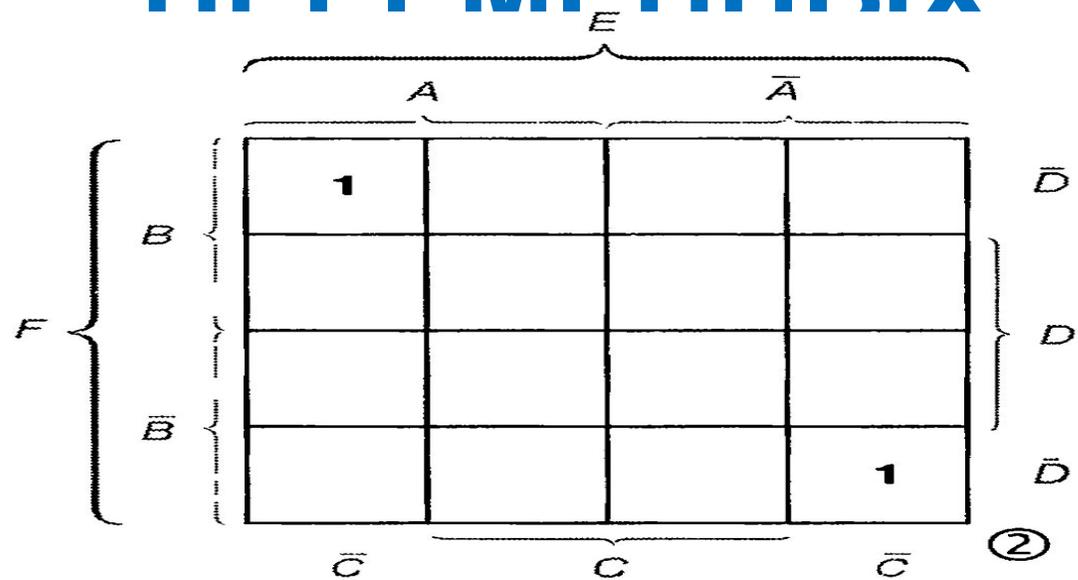
X1X2

000 001 011 010 110 111 101 100

00	0	1	3	2	6	7	5	4
01	8	9	11	10	14	15	13	12
11	24	25	27	26	30	31	29	28
10	16	17	19	18	22	23	21	20

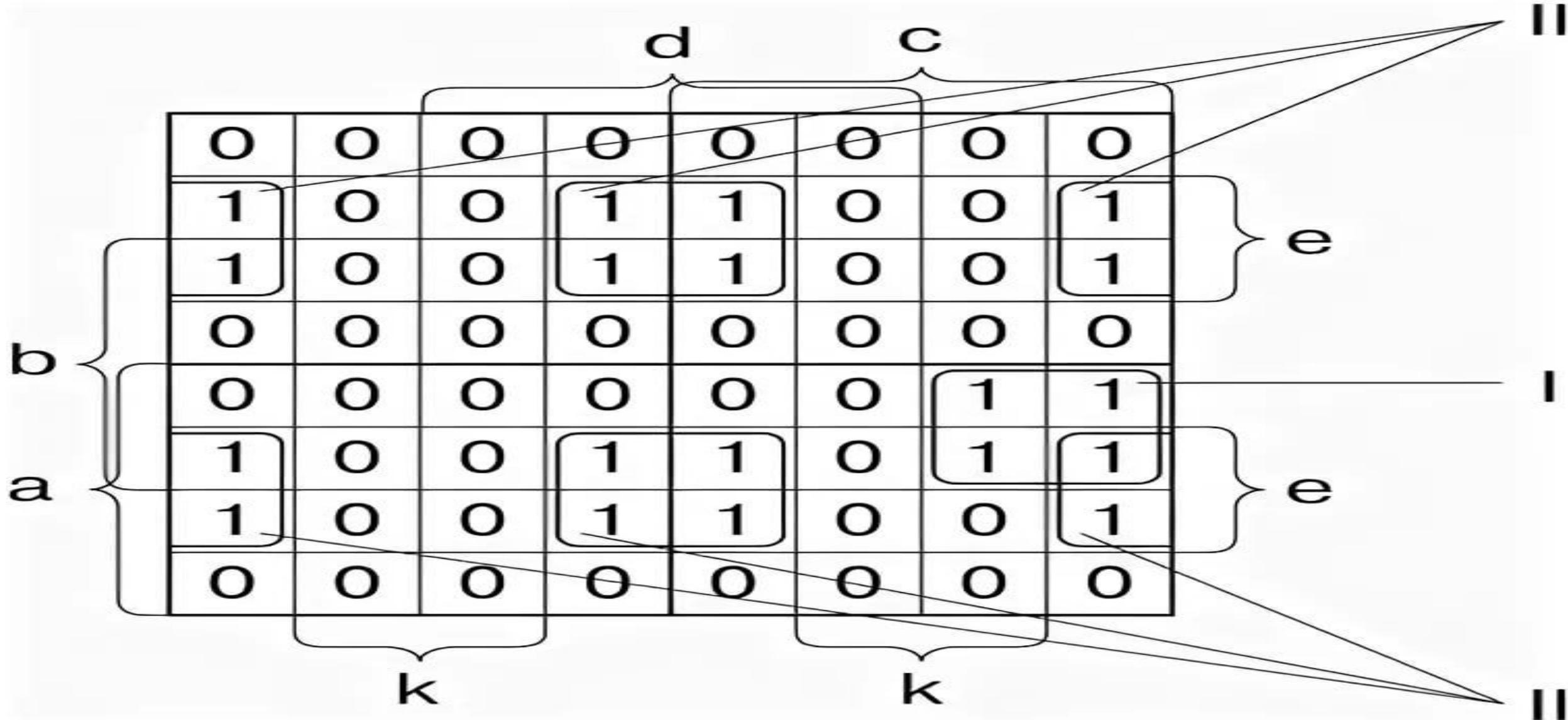


# КАРТЫ КАРНО ШЕСТИ ПЕРЕМЕННЫХ



# КАРТЫ КАРНО ШЕСТИ

ПРЯМЫЕ II II IV



## Эталонная карта Карно для $n=6$

В)

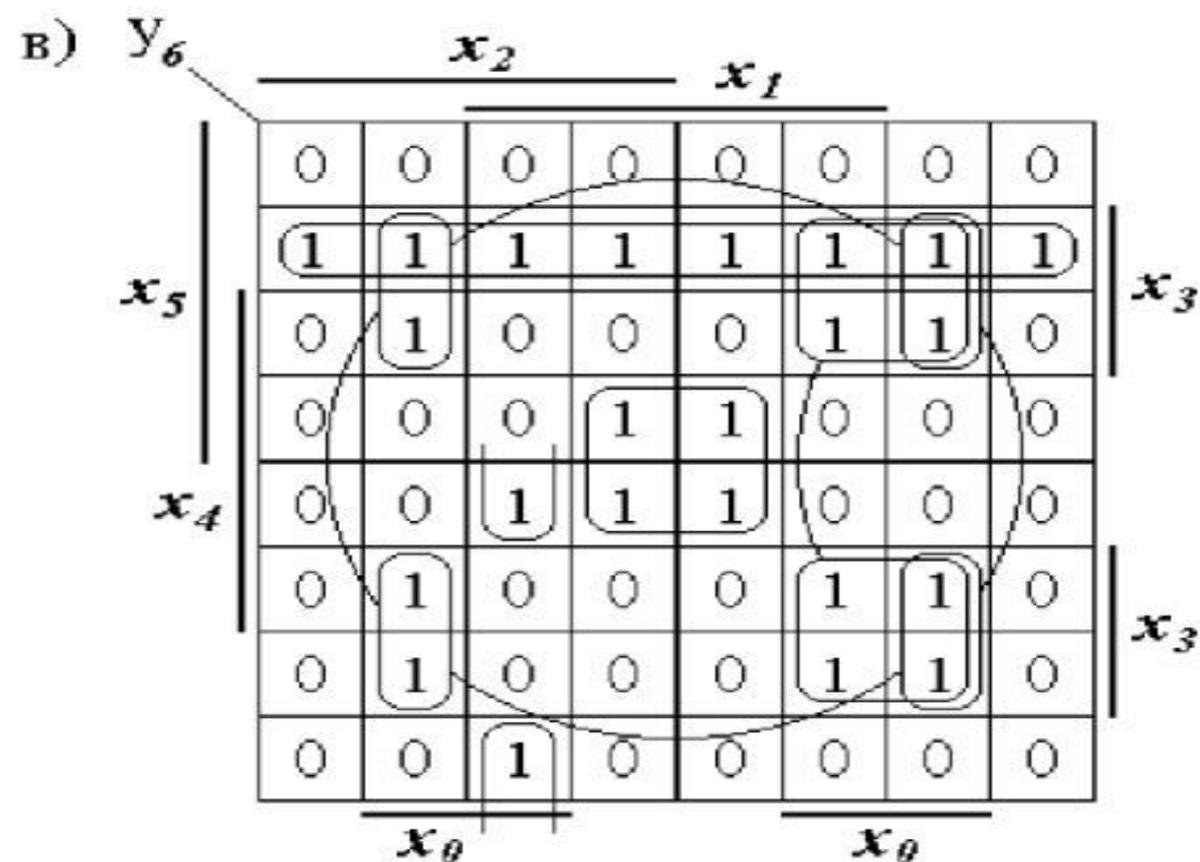
	$x_2$				$x_1$				
	36	37	39	38	34	35	33	32	
$x_5$	44	45	47	46	42	43	41	40	$x_3$
	60	61	63	62	58	59	57	56	
	52	53	55	54	50	51	49	48	
	20	21	23	22	18	19	17	16	
$x_4$	28	29	31	30	26	27	25	24	$x_3$
	12	13	15	14	10	11	9	8	
	4	5	7	6	2	3	1	0	
	$x_0$				$x_0$				

# КАРТЫ КАРНО ШЕСТИ ПЕДЕМЕТЦІЎ

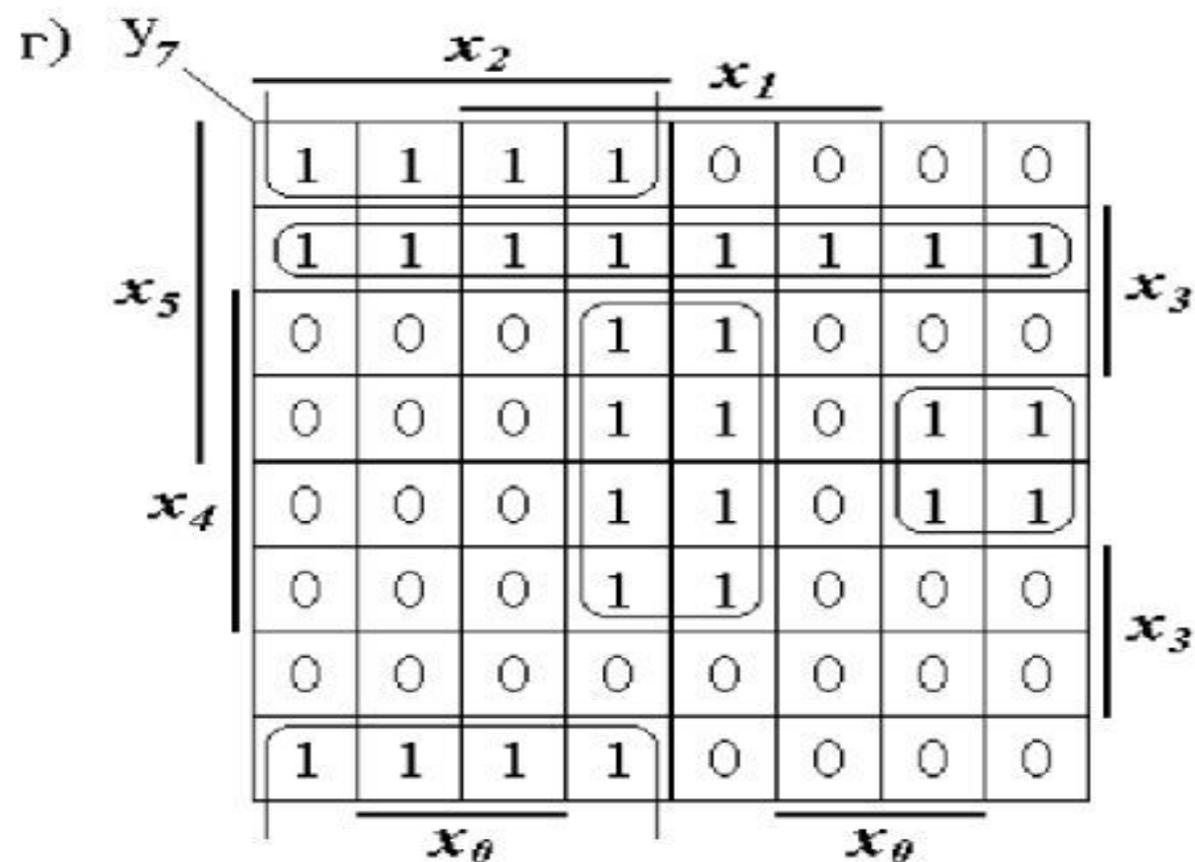
В)

	$x_2$				$x_1$					
$x_5$	$x_4$	36	37	39	38	34	35	33	32	$x_3$
		44	45	47	46	42	43	41	40	
		60	61	63	62	58	59	57	56	
		52	53	55	54	50	51	49	48	
	$x_4$	20	21	23	22	18	19	17	16	$x_3$
		28	29	31	30	26	27	25	24	
		12	13	15	14	10	11	9	8	
		4	5	7	6	2	3	1	0	
	$x_0$				$x_0$					

## Минимизация на картах Карно для $n=6$



$$Y_6 = x_3 x_2 x_0 + x_3 x_1 x_0 + x_5 x_4 x_3 + x_4 x_3 x_1 x_0 + x_5 x_3 x_2 x_1 x_0$$



$$Y_7 = x_5 x_4 x_3 + x_4 x_1 x_0 + x_4 x_3 x_2 + x_4 x_3 x_2 x_1$$





