

# Операции над высказываниями

**Высказыванием** называют предложение, которое либо истинно, либо ложно. Любое высказывание принимает одно и только одно значение из набора  $\{0, 1\}$  (здесь 1 обозначает истинностное значение "истина", а 0 -- истинностное значение "ложь").

Высказывания обычно записываются повествовательными предложениями (на русском или ином языке), числовыми выражениями или формулами.

**Примеры:**

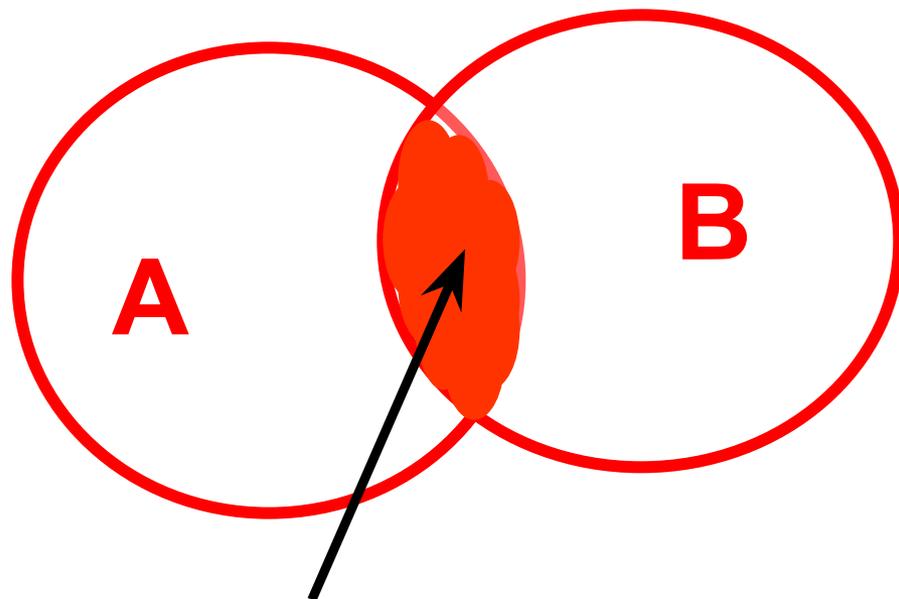
«Волга впадает в Каспийское море»,  $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$  .

**Сложные высказывания** – это такие высказывания, в составе которых можно выделить другие высказывания как их собственные части. Высказывание, не являющееся сложным, называется **простым**. Значение сложного высказывания однозначно определяется по значениям составляющих его простых высказываний.

# Таблица истинности КОНЪЮНКЦИИ

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \wedge B</math></b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

# Диаграмма Эйлера — Венна

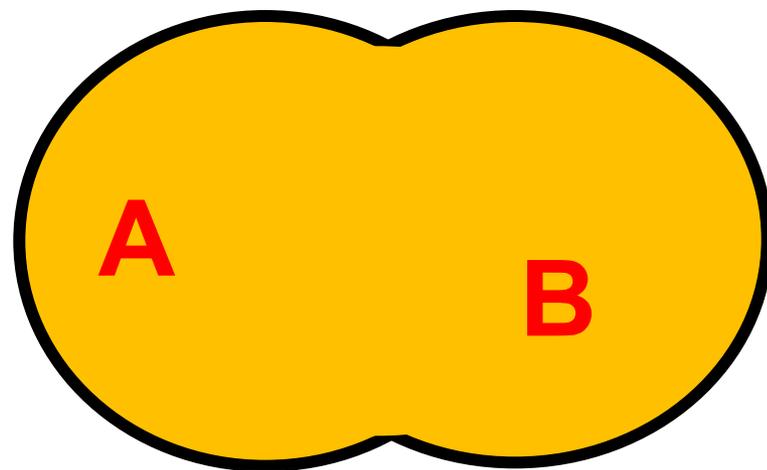


**$A \wedge B$**

# Таблица истинности дизъюнкции

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \vee B</math></b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

# Диаграмма Эйлера — Венна

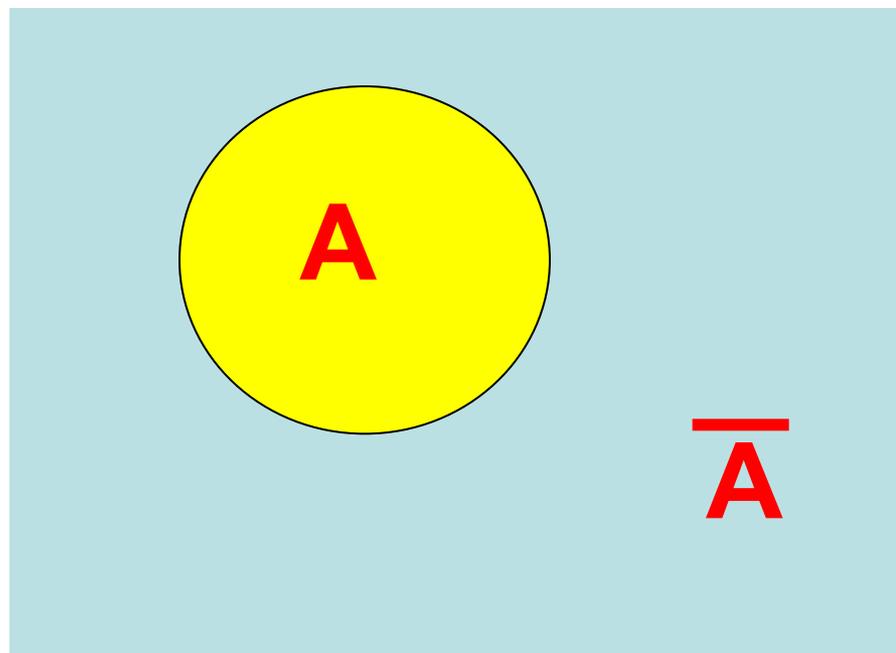


**$A \vee B$**

# Таблица истинности отрицания

<b>A</b>	<b><math>\bar{A}</math></b>
<b>1</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>1</b>

# Диаграмма Эйлера — Венна



# Таблица истинности импликации

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A → B</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

# Диаграмма Эйлера — Венна



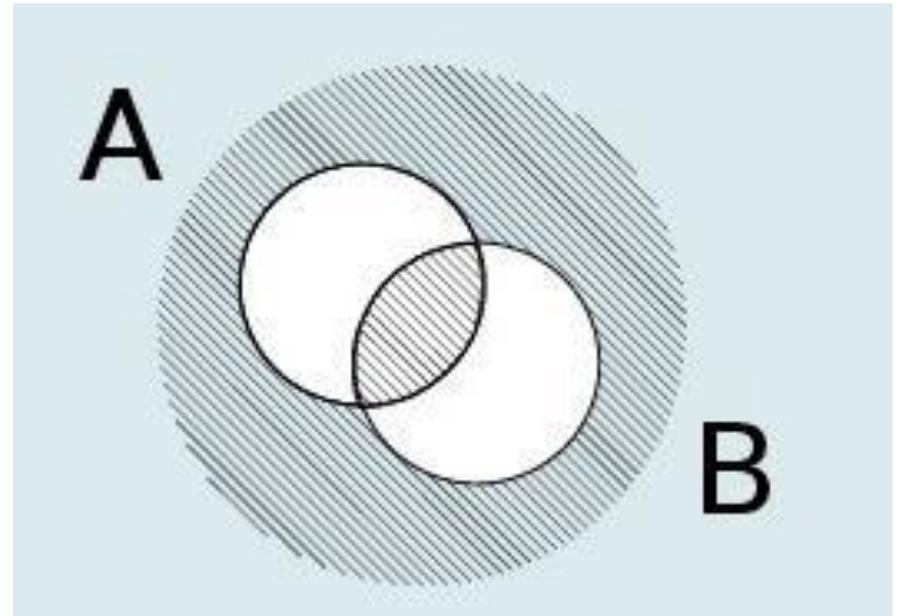
$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow \bar{A} \vee B$$

# Логическая операция ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

Таблица истинности

<b>A</b>	<b>B</b>	
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Диаграмма  
Эйлера — Венна



Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
0	0	0	1	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{p} \vee q)$$

$p$	$q$	$\bar{p}$	$p \rightarrow q$	$\bar{p} \vee q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{p} \vee q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \rightarrow \bar{q}) \leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$$

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$p \rightarrow \bar{q}$	$\bar{p} \vee \bar{q}$	$(p \rightarrow \bar{q}) \leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1

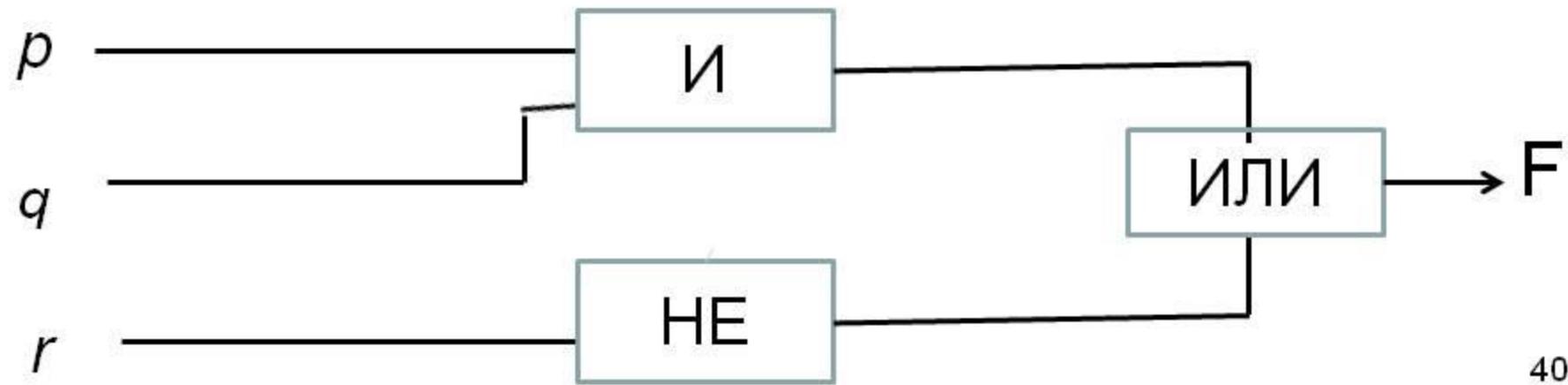
Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \rightarrow \bar{q}) \rightarrow (\bar{p} \leftrightarrow \bar{q})$$

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$p \rightarrow \bar{q}$	$\bar{p} \leftrightarrow \bar{q}$	$(p \rightarrow \bar{q}) \rightarrow (\bar{p} \leftrightarrow \bar{q})$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1

Составьте таблицы истинности и блок-схему для формулы  $F = (p \wedge q) \vee \bar{r}$

$p$	$q$	$r$	$p \wedge q$	$\bar{r}$	$(p \wedge q) \vee \bar{r}$
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1



Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

— Вот увидишь, Шумахер не придет первым, — сказал Джон. **Первым будет Хилл.**

— Да нет же, **победителем будет, как всегда, Шумахер**, — воскликнул Ник. А об Алезе и говорить нечего, ему не быть первым.

Питер, к которому обратился Ник, возмутился:

— **Хиллу не видать первого места!**

По завершении этапа гонок оказалось, что **только два предположения подтвердились**. Кто выиграл этап гонки?

**Решение.** Введем обозначения для логических высказываний:

**Ш** — победит Шумахер; **Х** — победит Хилл; **А** — победит Алезе.

**Зафиксируем высказывания каждого из друзей:**

Джон:  $\overline{Ш} \wedge Х$

Ник:  $Ш \wedge \overline{А}$

Питер:  $\overline{Х}$

# Составим таблицу истинности

Исходный блок

Результирующий блок

$\text{Ш}$	$X$	$A$	$\overline{\text{Ш}}$	$\overline{A}$	$\overline{\text{Ш}} \wedge X$	$\text{Ш} \wedge \overline{A}$	$\overrightarrow{X}$
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0

Ищем в результирующем блоке таблицы истинности строку с двумя 1 и одним 0. Это 4-ая строка.

И соответствует выигрышу Шумахера.

**Ответ: Шумахер**