

Операции над высказываниями

Высказыванием называют предложение, которое либо истинно, либо ложно. Любое высказывание принимает одно и только одно значение из набора $\{0, 1\}$ (здесь 1 обозначает истинностное значение "истина", а 0 -- истинностное значение "ложь").

Высказывания обычно записываются повествовательными предложениями (на русском или ином языке), числовыми выражениями или формулами.

Примеры:

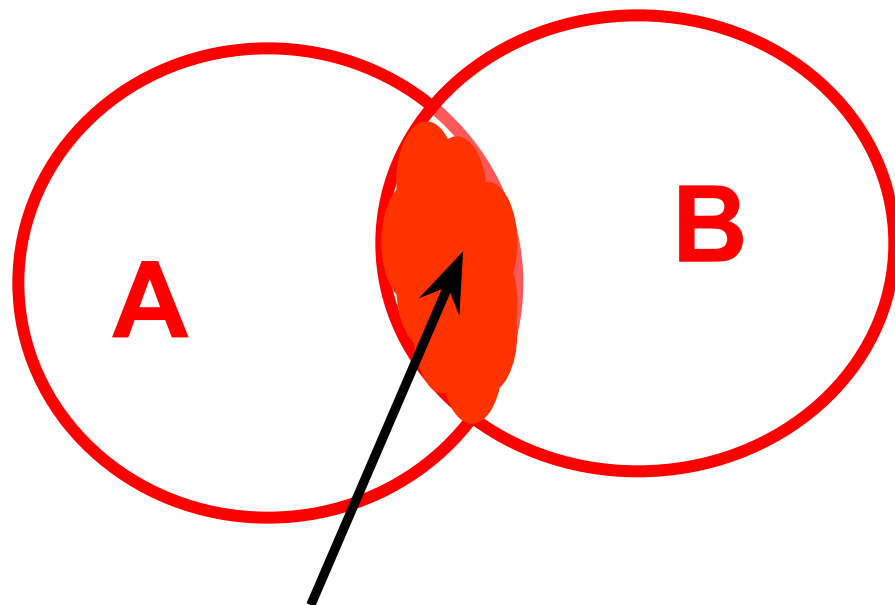
«Волга впадает в Каспийское море», $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Сложные высказывания – это такие высказывания, в составе которых можно выделить другие высказывания как их собственные части. Высказывание, не являющееся сложным, называется **простым**. Значение сложного высказывания однозначно определяется по значениям составляющих его простых высказываний.

Таблица истинности КОНЪЮНКЦИИ

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера — Венна

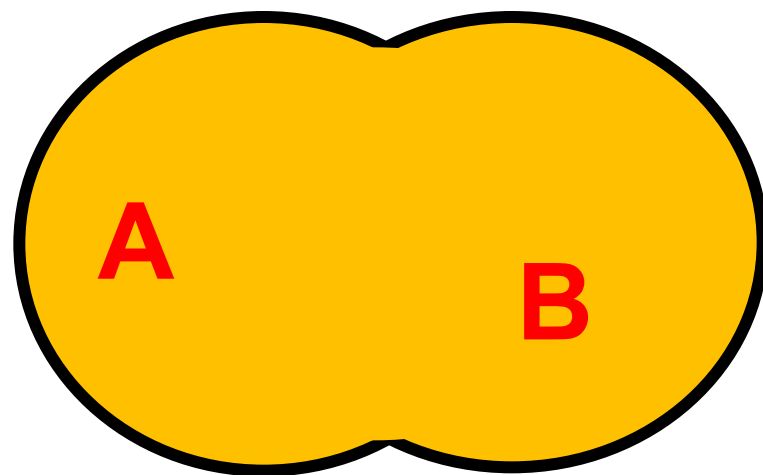


$A \wedge B$

Таблица истинности дизъюнкции

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Диаграмма Эйлера — Венна



$A \vee B$

Таблица истинности отрицания

A	\bar{A}
1	0
0	1

Диаграмма Эйлера — Венна

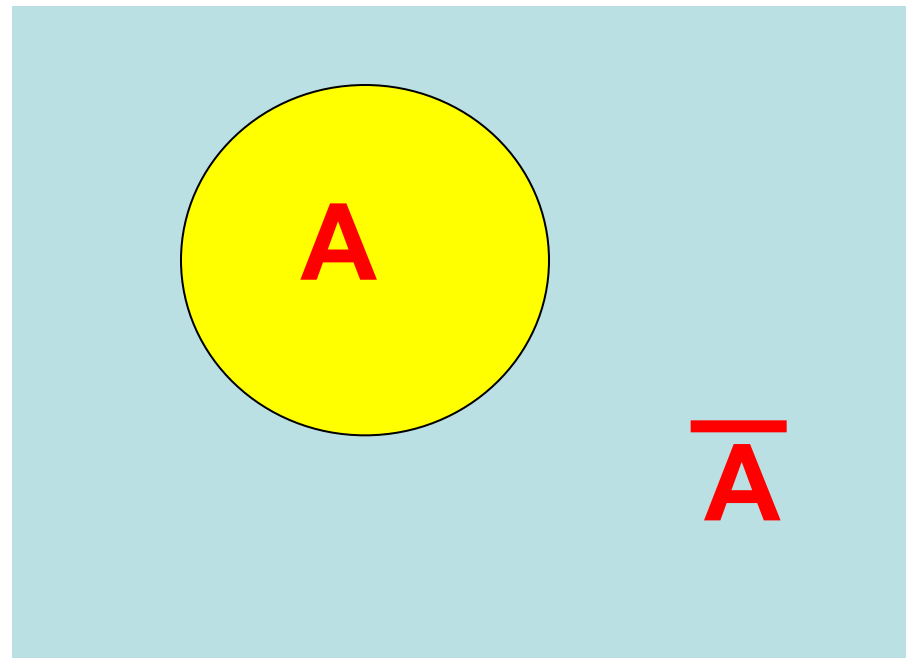


Таблица истинности импликации

A	B	A → B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера — Венна



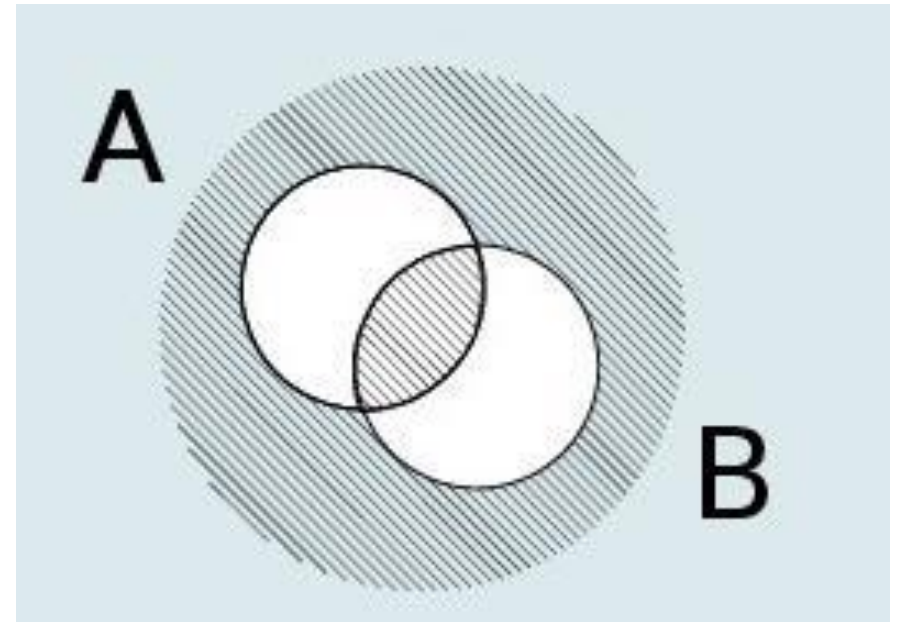
$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow \bar{A} \vee B$$

Логическая операция ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

Таблица истинности

A	B	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма
Эйлера — Венна



Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$$

p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
0	0	0	1	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{p} \vee q)$$

p	q	\bar{p}	$p \rightarrow q$	$\bar{p} \vee q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{p} \vee q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \rightarrow \bar{q}) \leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$$

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$p \rightarrow \bar{q}$	$\bar{p} \vee \bar{q}$	$(p \rightarrow \bar{q}) \leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1

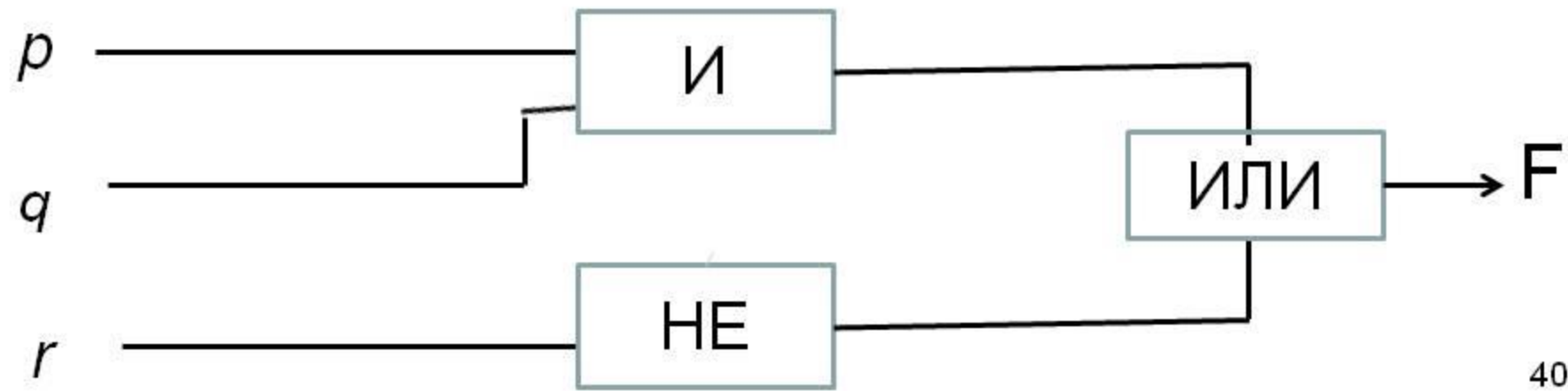
Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \rightarrow \bar{q}) \rightarrow (\bar{p} \leftrightarrow \bar{q})$$

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$p \rightarrow \bar{q}$	$\bar{p} \leftrightarrow \bar{q}$	$(p \rightarrow \bar{q}) \rightarrow (\bar{p} \leftrightarrow \bar{q})$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1

Составьте таблицы истинности и блок-схему для формулы $F = (p \wedge q) \vee \bar{r}$

p	q	r	$p \wedge q$	\bar{r}	$(p \wedge q) \vee \bar{r}$
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1



Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

— Вот увидишь, Шумахер не придет первым, — сказал Джон. **Первым будет Хилл.**

— Да нет же, **победителем будет, как всегда, Шумахер**, — воскликнул Ник. А об Алезе и говорить нечего, ему не быть первым.

Питер, к которому обратился Ник, возмутился:

— **Хиллу не видать первого места!**

По завершении этапа гонок оказалось, что **только два предположения подтвердились**. Кто выиграл этап гонки?

Решение. Введем обозначения для логических высказываний:

Ш — победит Шумахер; **Х** — победит Хилл; **А** — победит Алезе.

Зафиксируем высказывания каждого из друзей:

Джон: $\overline{Ш} \wedge Х$

Ник: $Ш \wedge \overline{А}$

Питер: $\overline{Х}$

Составим таблицу истинности

Исходный блок

Результирующий блок

Ш	Х	А	$\overline{Ш}$	$\overline{А}$	$\overline{Ш} \wedge X$	$Ш \wedge \overline{А}$	\vec{X}
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0

Ищем в результирующем блоке таблицы истинности строку с двумя 1 и одним 0. Это 4-ая строка.

И соответствует выигрышу Шумахера.

Ответ: Шумахер