

Тема № 2 Основные понятия и законы теории электрических цепей

Занятие № 22 Лекция

Рабочие и характеристические параметры четырехполюсника



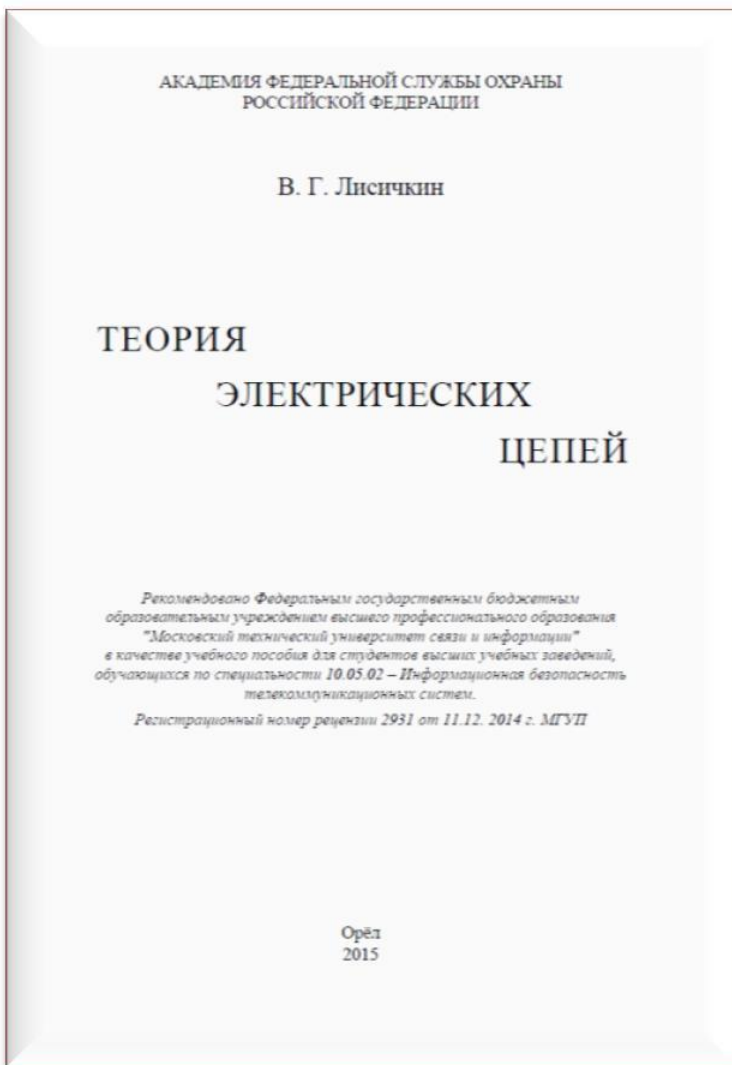
Цели занятия:

1. Изучить основные параметры и характеристики четырехполюсников, способы их получения.
2. Изучить области применения теории четырехполюсников.
3. Совершенствовать у курсантов способности к обобщению изученного материала.

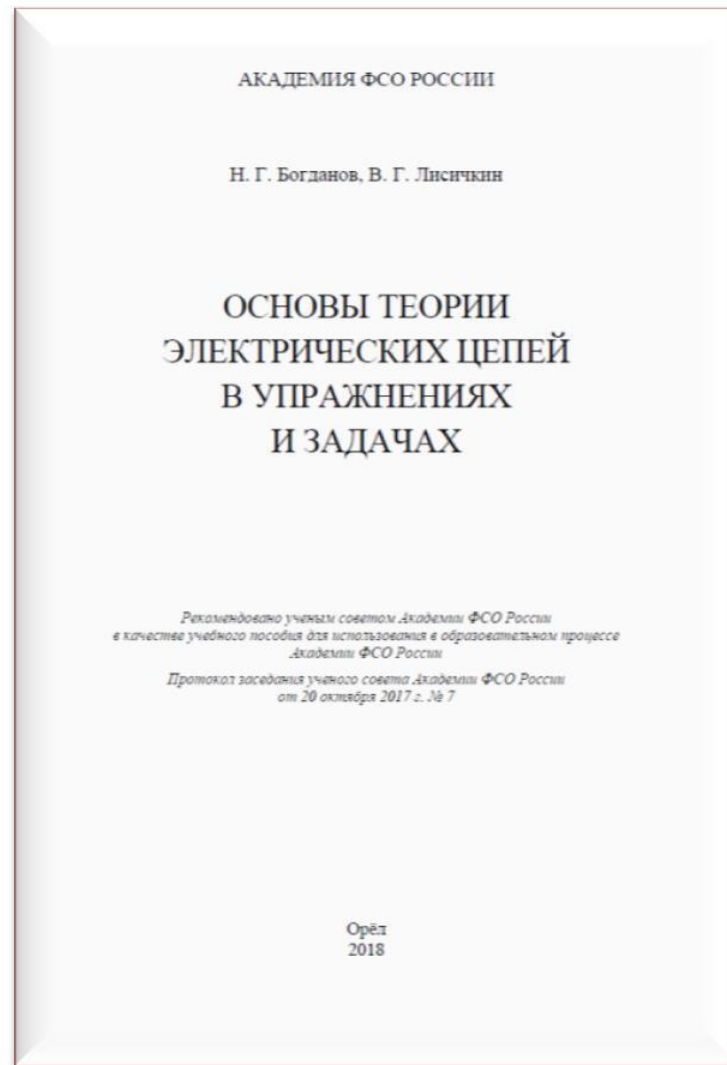
Учебные вопросы

1. Передаточные функции четырехполюсников.
2. Входное и выходное сопротивления четырехполюсников.
3. Характеристические параметры четырехполюсников.
4. Способы соединения четырехполюсников.

1. Лисичкин В.Г. Теория электрических цепей. Орел: Академия ФСО России, 2015.



2. Богданов Н. Г. Сборник задач и упражнений по теории электрических цепей : учебное пособие / Н. Г. Богданов, В. Г. Лисичкин. – Орел : Академия ФСО России, 2017. – 294 с.



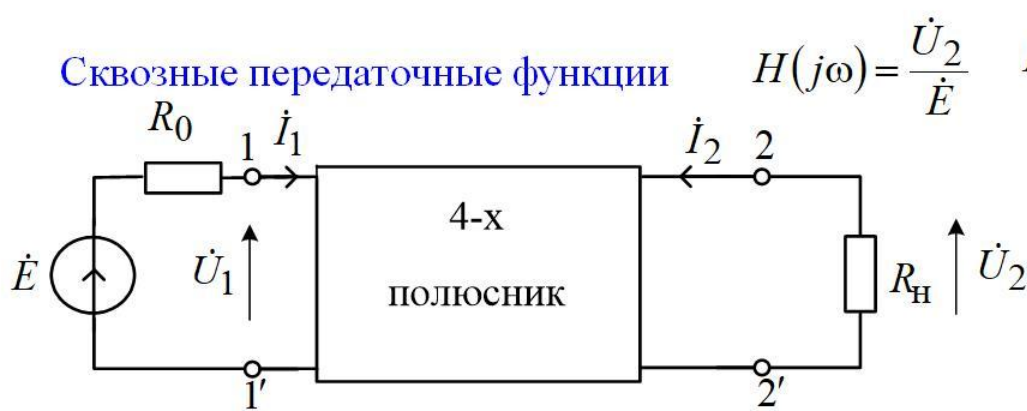
Передаточные функции четырехполюсников

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \quad \dot{I}_2 = \dot{Y}_{21}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{U}_2 \quad \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \dot{Y}_{21} + \dot{Y}_{22} \quad \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} = -\dot{Y}_H$$

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = -\frac{\dot{Y}_{21}}{\dot{Y}_{22} + \dot{Y}_H}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{A}_{11}\dot{U}_2 + \dot{A}_{12}(-\dot{I}_2) \quad \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \dot{A}_{11} - \dot{A}_{12} \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \quad H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{\dot{A}_{11} + \dot{A}_{12}\dot{Y}_H} \quad \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} = -\dot{Y}_H$$

Сквозные передаточные функции



$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}} \quad H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_0}$$

$$\dot{U}_2 = U_{2max}$$

$$P_{2max} = \frac{E^2}{4R_0}$$

$$P_2 = \frac{U_{2max}^2}{R_H} \quad \frac{U_{2max}^2}{R_H} = \frac{E^2}{4R_0}$$

$$U_{2max} = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{R_H}{R_0}}$$

$$|\hat{H}(j\omega)| = \hat{H}(\omega) = \frac{U_2}{U_{2max}} = \frac{2U_2}{E} \sqrt{\frac{R_0}{R_H}}$$

Нормированная АЧХ

$$a = \frac{1}{2} \ln \frac{P_{2max}}{P_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{E^2}{4R_0} \frac{R_H}{U_2^2} = \ln \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{R_H}{R_0}}, \text{ Нп} \quad a = 20 \lg \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{R_H}{R_0}}, \text{ дБ}$$

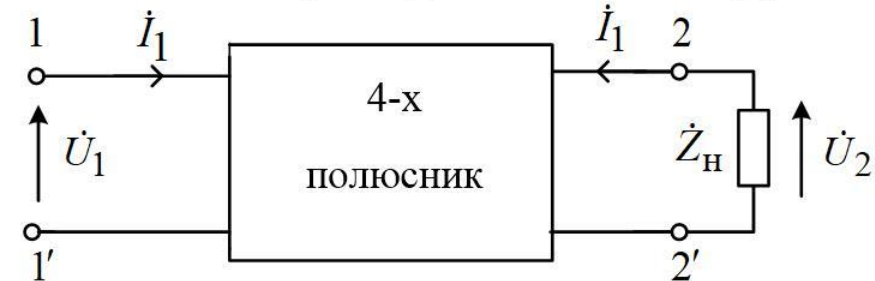
$$R_H = R_0 \quad a = \ln \frac{E}{2U_2}, \text{ Нп} \quad a = 20 \lg \frac{E}{2U_2}, \text{ дБ} \quad 1 \text{ Нп} = 8,7 \text{ дБ}; \quad 1 \text{ дБ} = 0,115 \text{ Нп.}$$

Выводы по первому вопросу:

1. Любую передаточную функцию четырехполюсника можно найти из систем уравнений передачи.
2. Для характеристики четырехполюсника используют понятие рабочего затухания.
3. Данный параметр характеризует свойства соединения от генератора, четырёхполюсника и нагрузки как системы для передачи сигналов. При этом величина затухания зависит не только от свойств четырёхполюсников, но и от внешних сопротивлений.
4. В технике связи для измерения рабочего затухания (ослабления). Используют логарифмические единицы измерения.

Входное и выходное сопротивления четырёхполюсника

Под **входным сопротивлением** понимают сопротивление четырёхполюсника со стороны зажимов 1-1' при подключенной нагрузке \dot{Z}_H



$$\dot{Z}_{\text{ВХ}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{A}_{11}\dot{U}_2 + \dot{A}_{12}(-\dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 = \dot{A}_{21}\dot{U}_2 + \dot{A}_{22}(-\dot{I}_2) \end{cases}$$

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{A}_{11}\dot{U}_2 + \dot{A}_{12}(-\dot{I}_2)}{\dot{A}_{21}\dot{U}_2 + \dot{A}_{22}(-\dot{I}_2)} = \frac{-\dot{I}_2 \left(-\dot{A}_{11} \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} + \dot{A}_{12} \right)}{-\dot{I}_2 \left(-\dot{A}_{21} \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} + \dot{A}_{22} \right)}$$

$$\dot{Z}_H = -\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \quad \boxed{\dot{Z}_{\text{ВХ}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{A}_{11}\dot{Z}_H + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_H + \dot{A}_{22}}}$$

Под **выходным сопротивлением** четырёхполюсника понимают сопротивление со стороны зажимов 2-2' при подключенном к зажимам 1-1' сопротивления генератора.



$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = -\dot{Z}_0 \quad -\dot{Z}_0 = \frac{-\dot{A}_{11}\dot{Z}_{\text{ВЫХ}} + \dot{A}_{12}}{-\dot{A}_{21}\dot{Z}_{\text{ВЫХ}} + \dot{A}_{22}}$$

$$\dot{Z}_{\text{ВЫХ}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \quad \boxed{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}} = \frac{\dot{A}_{22}\dot{Z}_0 + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_0 + \dot{A}_{11}}}$$

$$\dot{Z}_{\text{ВХ}0} = \frac{\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{22}} \quad \dot{Z}_{\text{ВХ}\infty} = \frac{\dot{A}_{11}}{\dot{A}_{21}} \quad \dot{Z}_{\text{ВЫХ}0} = \frac{\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{11}} \quad \dot{Z}_{\text{ВЫХ}\infty} = \frac{\dot{A}_{22}}{\dot{A}_{21}}$$

Выводы по второму вопросу:

1. Входное сопротивление четырехполюсника зависит как от собственных параметров, так и от сопротивления подключенной нагрузки.
2. Выходное сопротивление зависит как от внутренних параметров четырехполюсника, так и от внутреннего сопротивления подключенного к нему генератора.
3. На практике широко используются так называемые параметры «холостого хода и короткого замыкания». Данные параметры представляют собой входное и выходное сопротивления четырехполюсника при обрыве (холостой ход) или коротком замыкании противоположных зажимов.
4. Параметры холостого хода и короткого замыкания определяются только внутренними параметрами четырехполюсника и могут рассматриваться как справочные. Для конкретного четырехполюсника их можно определить как теоретическим путём, так и с помощью измерений.

Характеристические параметры четырёхполюсников

А. Характеристические сопротивления



$$\dot{Z}_{\text{ВХ}} = \dot{Z}_0; \quad \dot{Z}_{\text{ВЫХ}} = \dot{Z}_H \quad \dot{Z}_{\text{ВХ}} = \dot{Z}_0 = \dot{Z}_{\text{ВЫХ}} = \dot{Z}_H = \dot{Z}_c \quad \dot{Z}_{\text{ВХ}} \neq \dot{Z}_{\text{ВЫХ}} \quad (\dot{Z}_{\text{ВХ}} = \dot{Z}_0 = \dot{Z}_{c1})$$

$$\text{Входное характеристическое сопротивление} \quad \dot{Z}_{c1} \quad (\dot{Z}_{\text{ВЫХ}} = \dot{Z}_H = \dot{Z}_{c2})$$

Выходное характеристическое сопротивление \dot{Z}_{c2}

такое входное сопротивление четырехполюсника, которое получается, если в качестве нагрузки подключается \dot{Z}_{c2}

$$\dot{Z}_{\text{ВХ}} = \frac{\dot{A}_{11}\dot{Z}_H + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_H + \dot{A}_{22}} \quad \dot{Z}_{\text{ВЫХ}} = \frac{\dot{A}_{22}\dot{Z}_0 + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_0 + \dot{A}_{11}}$$

такое выходное сопротивление четырехполюсника, которое получается, если к входным зажимам вместо \dot{Z}_0 подключить \dot{Z}_{c1}

$$\dot{Z}_{c1} = \frac{\dot{A}_{11}\dot{Z}_{c2} + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_{c2} + \dot{A}_{22}} \quad \dot{Z}_{c2} = \frac{\dot{A}_{22}\dot{Z}_{c1} + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_{c1} + \dot{A}_{11}}$$

$$\dot{Z}_{c1} = \sqrt{\frac{\dot{A}_{11}\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{A}_{22}}} \quad \dot{Z}_{c2} = \sqrt{\frac{\dot{A}_{22}\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{A}_{11}}}$$

$$\dot{Z}_{c1} = \sqrt{\dot{Z}_{\text{ВХ}0}\dot{Z}_{\text{ВХ}\infty}} \quad \dot{Z}_{c2} = \sqrt{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}0}\dot{Z}_{\text{ВЫХ}\infty}}$$

Б. Характеристическая постоянная передачи

Характеристической постоянной передачи \dot{g}_c называется комплексная величина, определяемая соотношением $\dot{g}_c = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2}$ в режиме полного согласования, где:

\dot{P}_1 – комплексная мощность на входе четырёхполюсника;

\dot{P}_2 – комплексная мощность на выходе (в нагрузке) четырёхполюсника.

$$\dot{P}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1 \quad \dot{P}_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2$$

$$\dot{g}_c = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} e^{j(\phi_{U_1} - \phi_{U_2})} e^{j(\phi_{I_1} - \phi_{I_2})}$$

$$\phi_{U_1} - \phi_{U_2} = \phi_U \quad \phi_{I_1} - \phi_{I_2} = \phi_I$$

$$\dot{g}_c = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} + j \frac{1}{2} (\phi_u + \phi_i)$$

$$a_c = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}$$

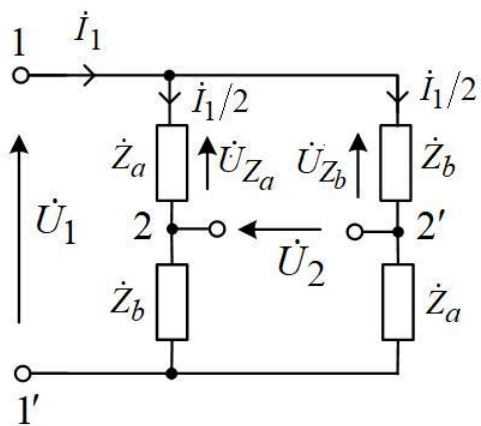
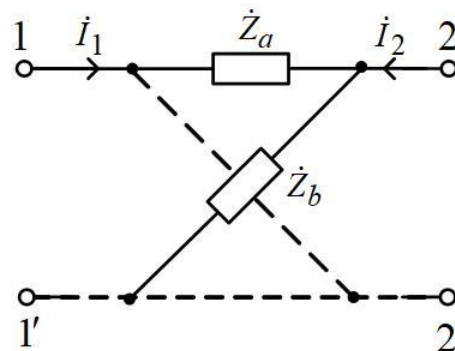
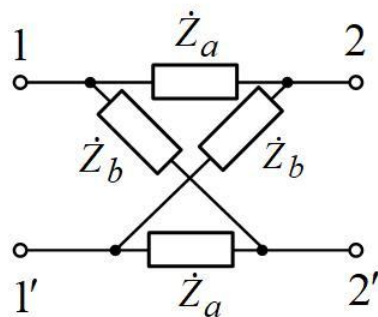
$$b_c = \frac{1}{2} (\phi_u + \phi_i)$$

$$\dot{g}_c = a_c + j b_c$$

$$\dot{g}_c = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_{\text{ВХ}0}}{\dot{Z}_{\text{ВХ}\infty}}}}{1 - \sqrt{\frac{\dot{Z}_{\text{ВХ}0}}{\dot{Z}_{\text{ВХ}\infty}}}} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}0}}{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}\infty}}}}{1 - \sqrt{\frac{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}0}}{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}\infty}}}}$$

$$a_c = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_{\text{ВХ}0}}{\dot{Z}_{\text{ВХ}\infty}}}}{1 - \sqrt{\frac{\dot{Z}_{\text{ВХ}0}}{\dot{Z}_{\text{ВХ}\infty}}}} \right| = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}0}}{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}\infty}}}}{1 - \sqrt{\frac{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}0}}{\dot{Z}_{\text{ВЫХ}\infty}}}} \right|$$

Собственные и характеристические параметры симметричного мостового четырёхполюсника



$$\dot{Z}_a = \dot{Z}_b$$

$$\dot{Z}_{11} = \dot{Z}_{22} = \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}{2}$$

$$\dot{Z}_{12} = \dot{Z}_{21}$$

$$\dot{Z}_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_{\dot{Z}_b} - \dot{U}_{\dot{Z}_a}}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{Z}_b \frac{\dot{I}_1}{2} - \dot{Z}_a \frac{\dot{I}_1}{2}}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{Z}_b - \dot{Z}_a}{2}$$

$$\dot{Z}_{xx} = \dot{Z}_{11} = \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}{2}$$

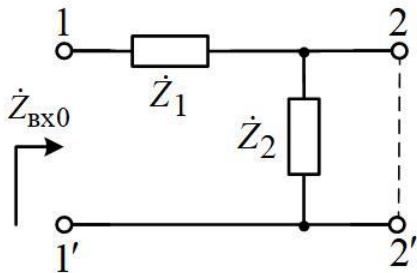
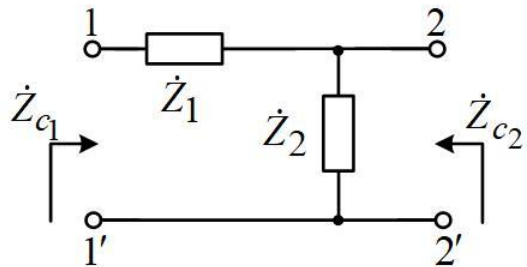
$$\dot{Z}_{K3} = \frac{2\dot{Z}_a\dot{Z}_b}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}$$

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\dot{Z}_a\dot{Z}_b}$$

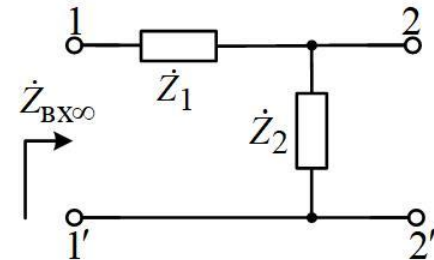
$$\dot{g}_c = \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}}}{1 - \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}}}$$

$$a_c = \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}}}{1 - \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}}} \right|$$

Пример: определить характеристические входное и выходное сопротивления Γ -образного четырехполюсника

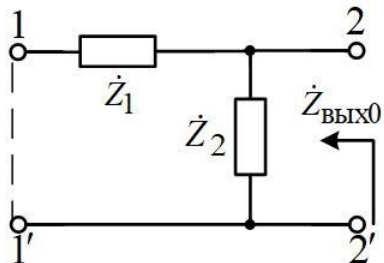


$$\dot{Z}_{\text{BX}0} = \dot{Z}_1$$

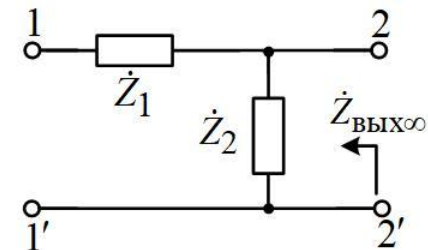


$$\dot{Z}_{\text{BX}\infty} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2$$

$$\dot{Z}_{c_1} = \sqrt{\dot{Z}_1(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)}$$



$$\dot{Z}_{\text{ВЫХ}0} = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$



$$\dot{Z}_{\text{ВЫХ}\infty} = \dot{Z}_2$$

$$\dot{Z}_{c_2} = \sqrt{\dot{Z}_1 \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}} = \dot{Z}_2 \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}}$$

Выводы по третьему вопросу:

1. Характеристические сопротивления называют вторичными параметрами, так как хотя они зависят только от внутренней структуры четырехполюсника, но определяются через собственные (первичные) параметры.
2. Если реальное сопротивление нагрузки равно \dot{Z}_{c_2} , то говорят, что четырёхполюсник «согласован по выходу», если сопротивление источника равно \dot{Z}_{c_1} , то четырёхполюсник «согласован по входу»; если эти положения выполняются одновременно, то говорят что четырёхполюсник «полностью согласован» или «работает в режиме согласования».
3. Характеристическая постоянная передачи дает возможность оценить изменение амплитуды (с помощью характеристического затухания) и фазы (с помощью характеристической фазы) сигнала при прохождении через четырехполюсник в режиме полного согласования.

Способы соединения четырёхполюсников

Способы соединения четырехполюсников

последовательное

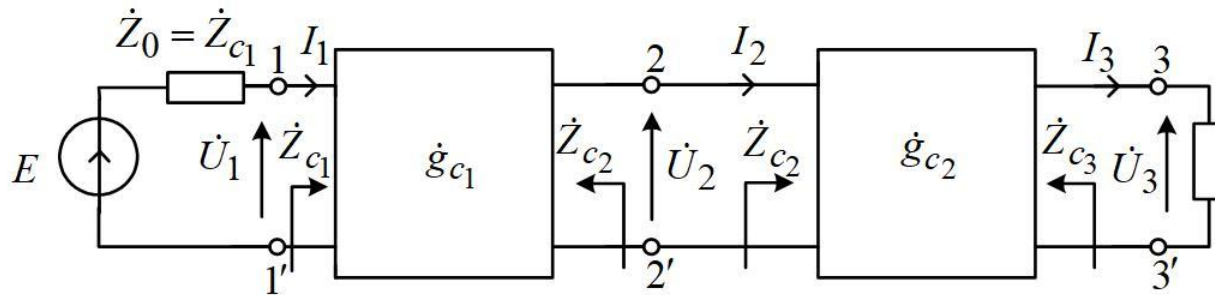
параллельное

последовательно-
параллельное

Параллельно-
последовательное

каскадное

Каскадное соединение четырехполюсников



$$\dot{Z}_{c2(k)} = \dot{Z}_{c1(k+1)}$$

$$\dot{Z}_0 = \dot{Z}_{c1(1)}$$

$$\dot{Z}_H = \dot{Z}_{c2(n)}$$

$$\dot{g}_c = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_3 \dot{I}_3}$$

$$\dot{g}_c = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_3 \dot{I}_3} \frac{\dot{U}_2 \dot{I}_2}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_2 \dot{I}_2}{\dot{U}_3 \dot{I}_3}$$

$$\dot{g}_c = \dot{g}_{c1} + \dot{g}_{c2} = (a_{c1} + a_{c2}) + j(b_{c1} + b_{c2})$$

$$H(j\omega) = \prod_{k=1}^n H_k(j\omega)$$

$$\dot{g}_c = \sum_{k=1}^n \dot{g}_{c(k)}$$

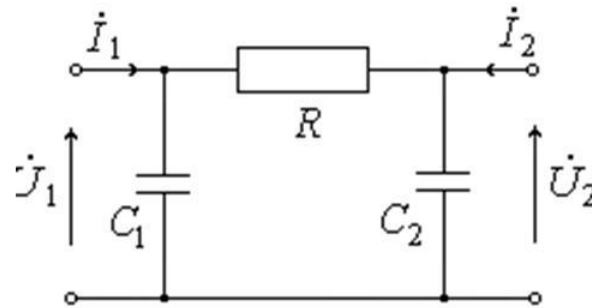
Выводы по четвертому вопросу:

1. При анализе работы любой электрической цепи, входящей в состав более сложного электронного устройства, неизбежно приходится учитывать влияние соседних каскадов на параметры и характеристики этой цепи.
2. Для оценки такого влияния важно знать рабочие и характеристические параметры анализируемой цепи и соседних четырехполюсников.
3. Характеристическое сопротивление мостового четырехполюсника зависит от произведения плеч моста, а характеристическая постоянная передачи определяется их отношением. Это обстоятельство представляет в ряде случаев значительное достоинство мостового четырехполюсника, позволяющего выбирать и независимо друг от друга.
4. Применяя каскадное согласованное включение четырёхполюсников можно «наращивать» характеристики как затухания, так и фазы до нужных величин, без изменения входного характеристического сопротивления.

На самостоятельную работу

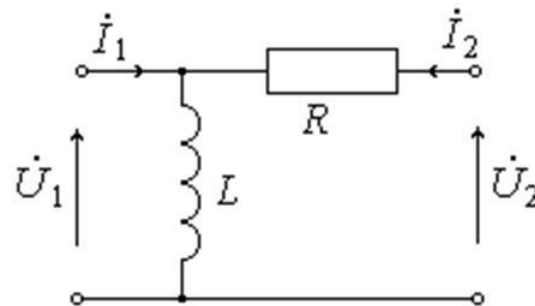
Определить собственные параметры типового четырехполюсника: для схемы определить Y -параметры и H -параметры, если известны параметры цепи

$$C_1 = C_2 = 4,5 \text{ нФ}; R = 4 \text{ кОм}; f = 20 \text{ кГц}$$



Определить рабочие и характеристические параметры: найти входное сопротивление и A -параметры, если четырехполюсник нагружен на активное сопротивление $R_n = 45 \text{ Ом}$

$$L = 1 \text{ мГн}; R = 10 \text{ Ом}; f = 40 \text{ кГц}$$



Занятие № 22 Лекция

Рабочие и характеристические параметры четырехполюсника

Учебные вопросы

1. Передаточные функции четырехполюсников.
2. Входное и выходное сопротивления четырехполюсников.
3. Характеристические параметры четырехполюсников.
4. Способы соединения четырехполюсников.