Г. Герц о своём открытии электромагнитных волн :

“Это абсолютно бесполезно. Это только эксперимент, который доказывает, что маэстро Максвелл был прав” – (1888 г.)

Лекция 7. Электромагнитные волны

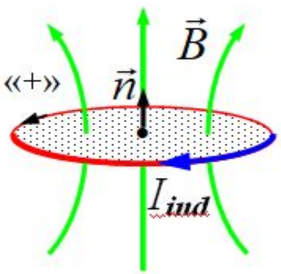
§ 2. Электромагнитные волны

2.1. Два уравнения Максвелла (две гипотезы)

2.1.1. Первая гипотеза Максвелла: “Вихревое электрическое поле”

Что «толкает электроны» **?**

$$\varepsilon_i = \oint\limits_{"C"} \vec{E}^* \cdot d\vec{l}$$



ЭМИ “по Максвеллу” :

$$\oint\limits_{C} \vec{E}^* \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad \textbf{(I)}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{E}$$

2.1.2. Вторая гипотеза Максвелла: “Ток смещения”

$$I_{см} = \varepsilon\varepsilon_0 \int\limits_{\Sigma} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

Теорема о циркуляции “по Максвеллу” :

$$\oint\limits_{C} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu\mu_0 \cdot \left(\int\limits_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{S} + \varepsilon\varepsilon_0 \int\limits_{\Sigma} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right) \qquad \textbf{(II)}$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \vec{B}$$

Модель:

1) Среда однородная и непроводящая. Следовательно, в ней не может быть токов проводимости; $\Rightarrow$ $\left(\int\limits_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \right)$

2) $\vec{E}$ и $\vec{B}$ зависят только от одной пространственной координаты, например, *x* – т.е.

$\Rightarrow$ $\vec{E} = \vec{E}(x,t)$ и $\vec{B} = \vec{B}(x,t)$;

(волна плоская)

2.2. Вывод волнового уравнения

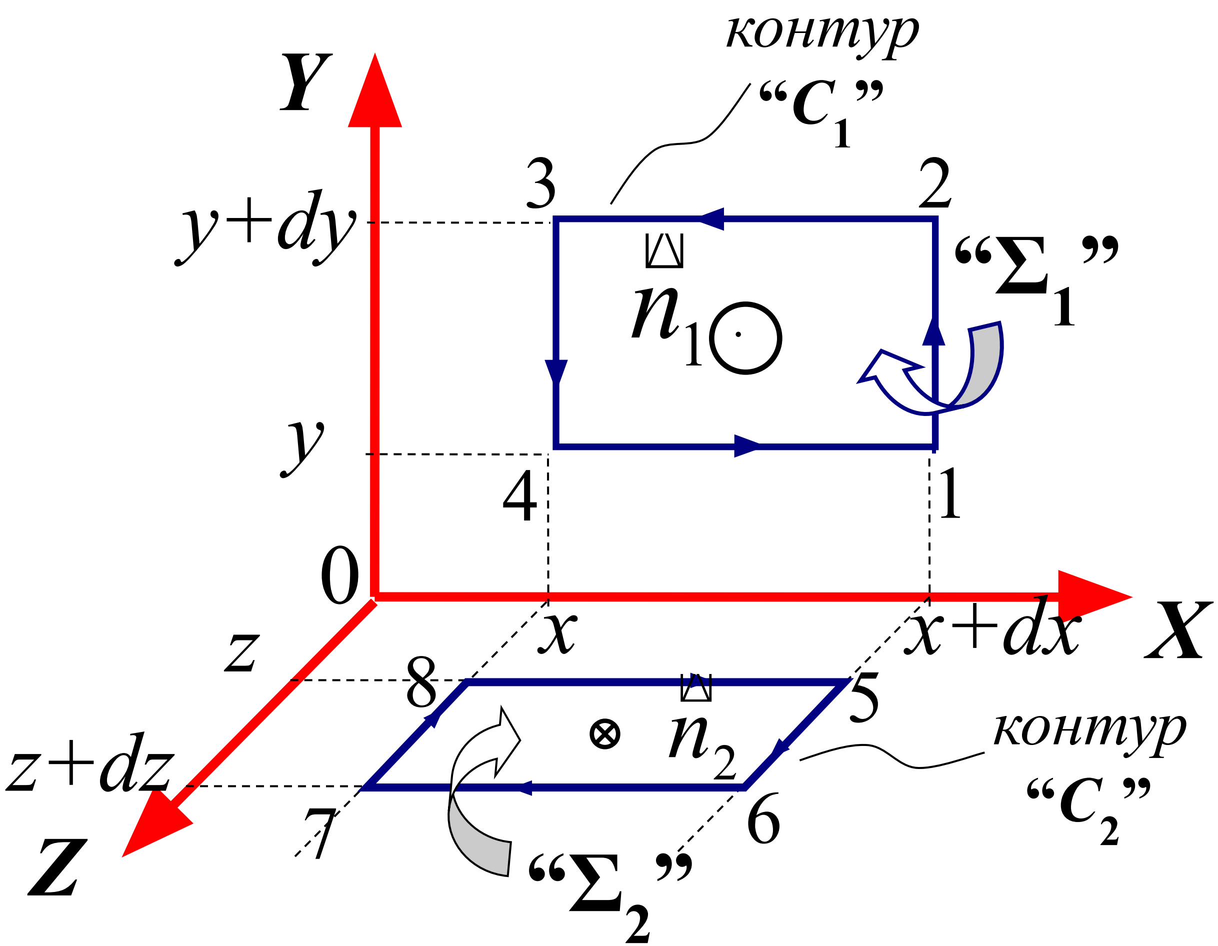
$$\begin{cases} \oint\limits_{"C_1"} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\dfrac{\partial}{\partial t} \int\limits_{"\Sigma_1"} \vec{B} \cdot d\vec{s}\,; & \text{(I)} \\ \oint\limits_{"C_2"} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \dfrac{\partial}{\partial t} \int\limits_{"\Sigma_2"} \vec{E} \cdot d\vec{s} & \text{(II)} \end{cases}$$

(ЭМИ "по Максвеллу")

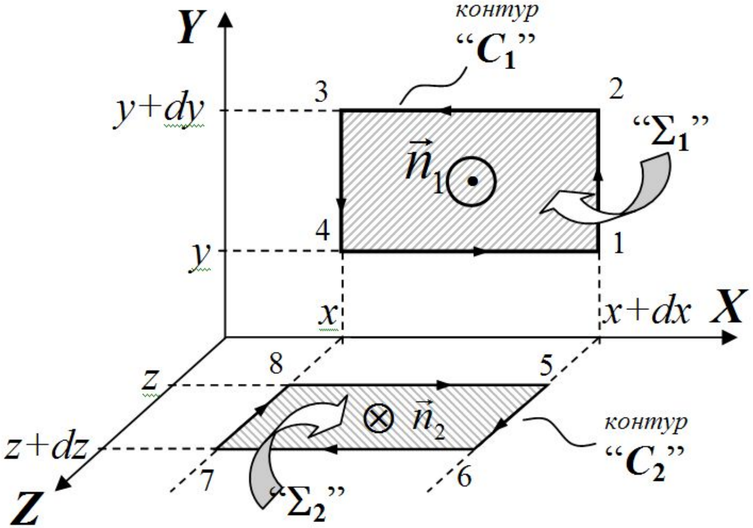
Теорема о циркуляции "по Максвеллу" :

$$\left.\begin{array}{l} \vec{E} = \vec{E}(x,t) \\ \vec{B} = \vec{B}(x,t) \end{array}\right] \Leftrightarrow \text{"}\textit{плоская волна}\text{"}$$

К выводу уравнения электромагнитной волны



dx и *dy* – *бесконечно малые* !!



$$\oint_{C_1}(\vec{E},d\vec{l}\,)=\int_1^2+\int_2^3+\int_3^4+\int_4^1$$

$$\int_1^2(\vec{E},d\vec{l}\,)=E_y(x+dx)\cdot dy\,;\qquad \int_3^4(\vec{E},d\vec{l}\,)=-E_y(x)\cdot dy\,;$$

$$\int_2^3(\vec{E},d\vec{l}\,)=-\int_4^1(\vec{E},d\vec{l}\,)\,;$$

$$\oint_{C_1}(\vec{E},d\vec{l}\,)=\left[E_y(x+dx)-E_y(x)\right]\cdot dy=\frac{\partial E_y}{\partial x}\cdot dxdy$$

$$\left\{\begin{array}{l}\displaystyle\oint_{C_1}\vec{E}\cdot d\vec{l}\;=\frac{\partial E_y}{\partial x}\cdot dxdy\,;\\[2ex] \displaystyle\int_{\Sigma_1}\vec{B}\cdot d\vec{S}=B_z\cdot dxdy\,;\end{array}\right.$$

(I) $\Rightarrow$ $$\boxed{\frac{\partial E_y}{\partial x}=-\frac{\partial B_z}{\partial t}\qquad(1a)}$$

$$\int_{C_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}\;=\left[B_z(x+dx)-B_z(x)\right]\cdot dz=\frac{\partial B_z}{\partial x}\cdot dxdz\,,$$

$$\int_{\Sigma_2}\vec{E}\cdot d\vec{S}=-E_y\cdot dxdz\,.$$

$$\oint_{C_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}\;=\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Sigma}\vec{E}\cdot d\vec{S};$$

(II) $\Rightarrow$ $$\boxed{\frac{\partial B_z}{\partial x}=-\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial E_y}{\partial t}\qquad(2a)}$$

… а теперь дифференцируем эти равенства по координате: $\dfrac{\partial}{\partial x}(...)$

и, меняя последовательность дифференцирования в правой части, делаем подстановки

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right) \qquad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

Или:

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}}, \qquad \boxed{\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$$

2.3. Важные выводы

1) *Уравнения для* $\vec{E} = \vec{E}(x,t)$ *и* $\vec{B} = \vec{B}(x,t)$ *идентичны* ;

2) Фазовая скорость $v = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$,

и даже БЕЗ СРЕДЫ ($\varepsilon = 1$ $\mu = 1$) получаем

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3\cdot 10^8 \text{ м/с}$$!

Свет – электромагнитная волна! $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$; $\upsilon = c/n$

3) Решения ?? Например:

$$\boxed{\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx)}$$

$$\boxed{\vec{B}(x,t) = \vec{B}_0 \cos(\omega t - kx)}$$

Продольная или поперечная ?

Волна поперечная ! только E_y и B_z в уравнениях!

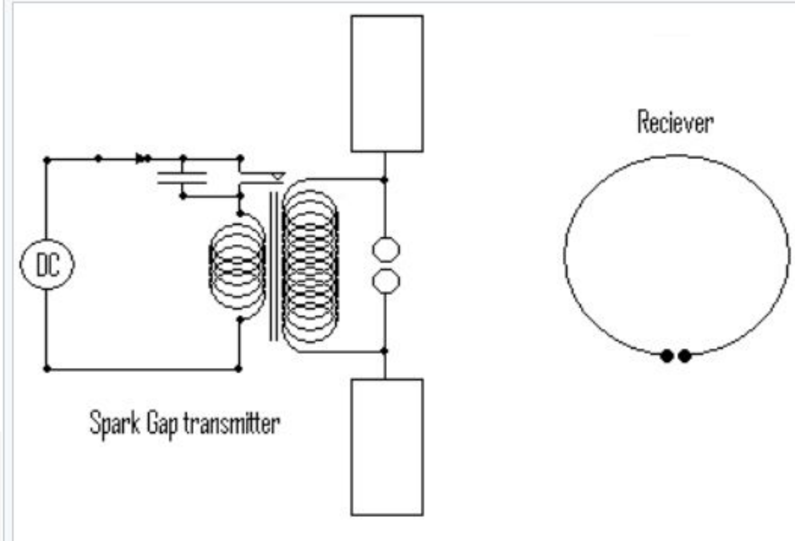
А ещё ... ??? п. 2.4.

Вибратор Герца

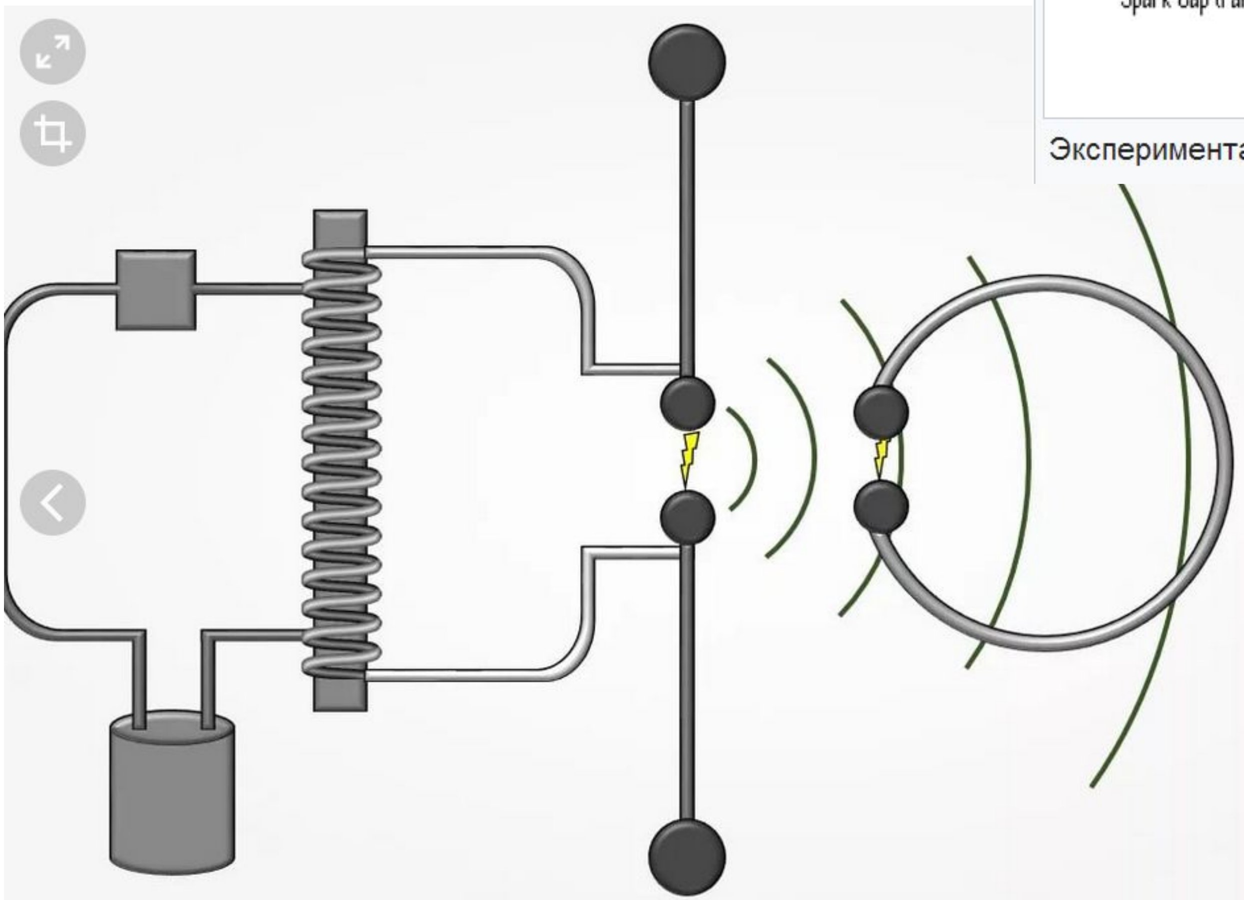
1887: «Об очень быстрых электрических колебаниях»

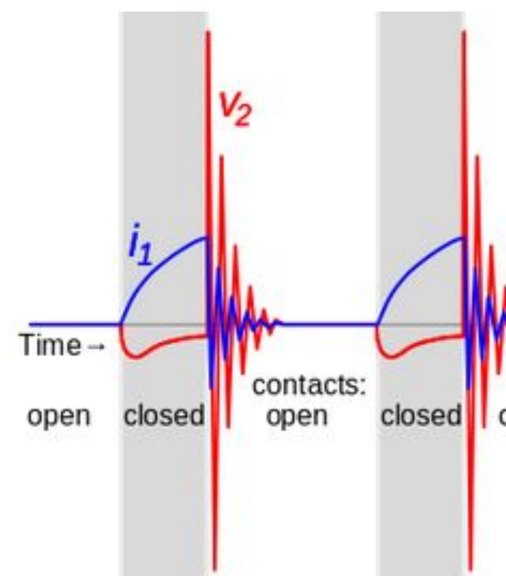
1888: «О лучах электрической силы»

1888: «Об электродинамических волнах в воздухе и их отражении»

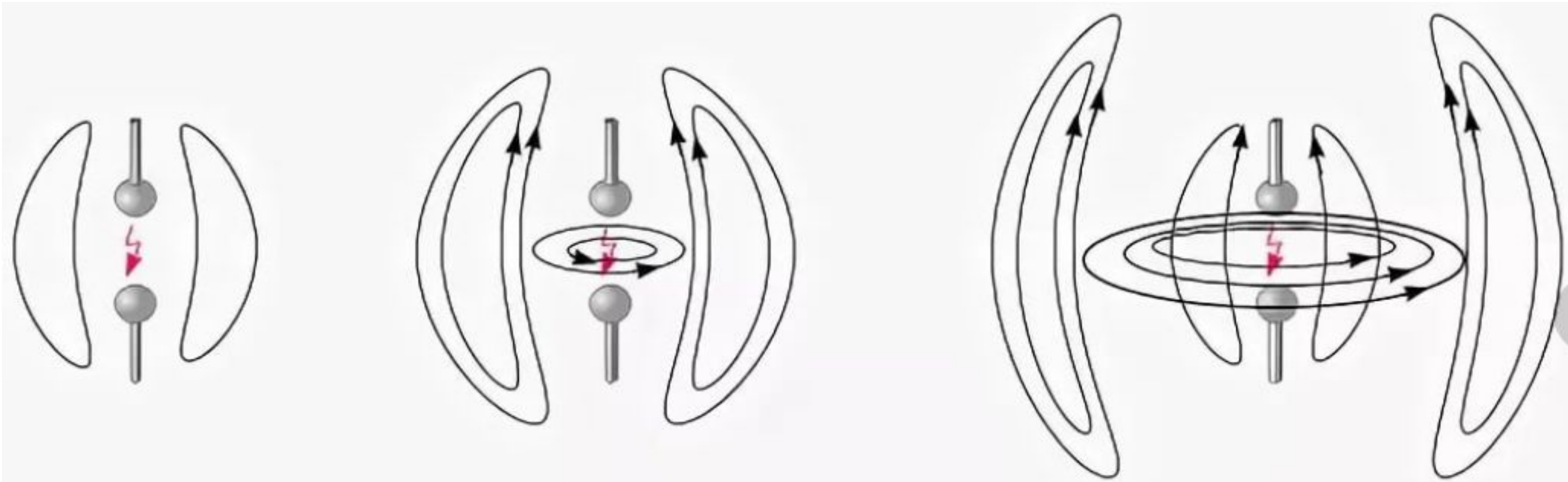


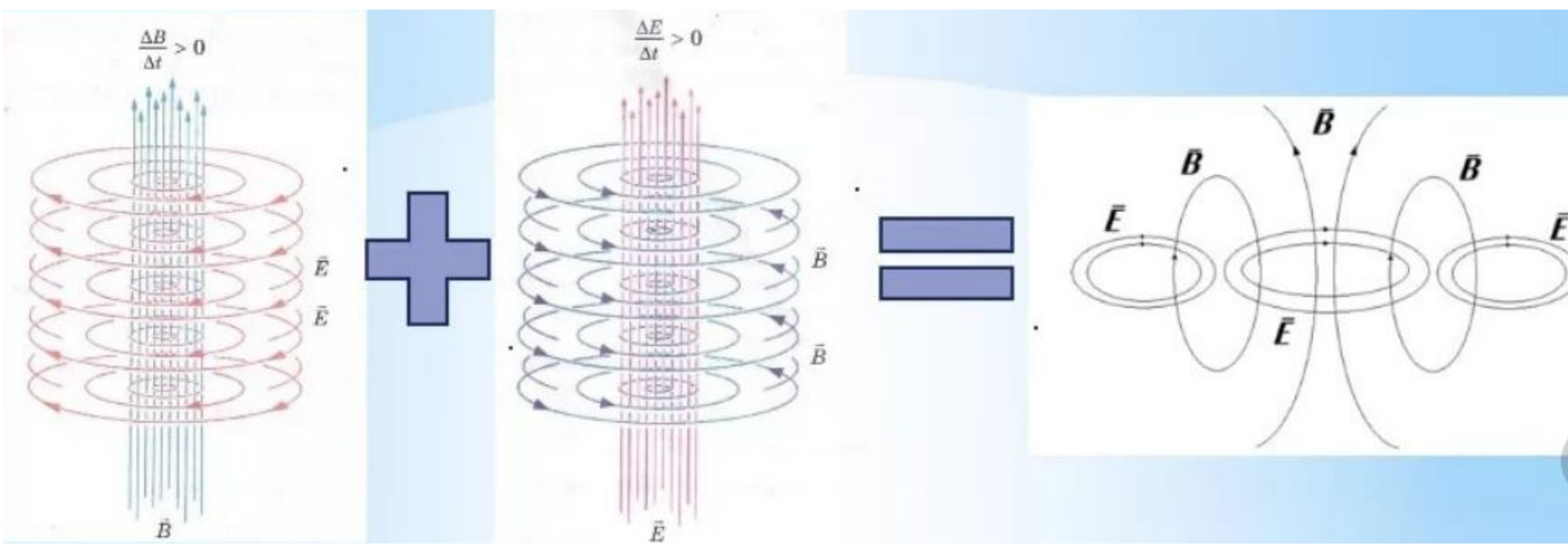
Экспериментальный аппарат Герца 1887 года.





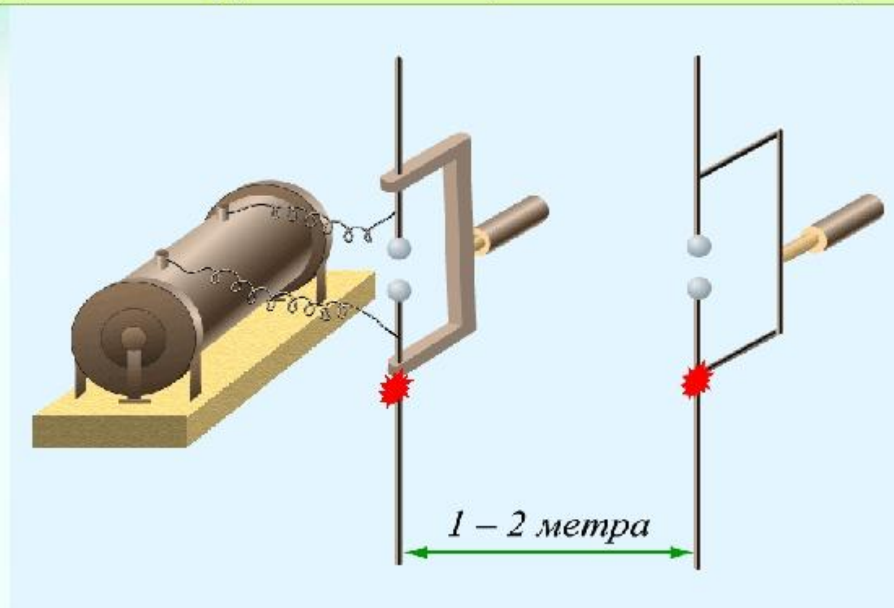
Связанные электро-магнитные поля

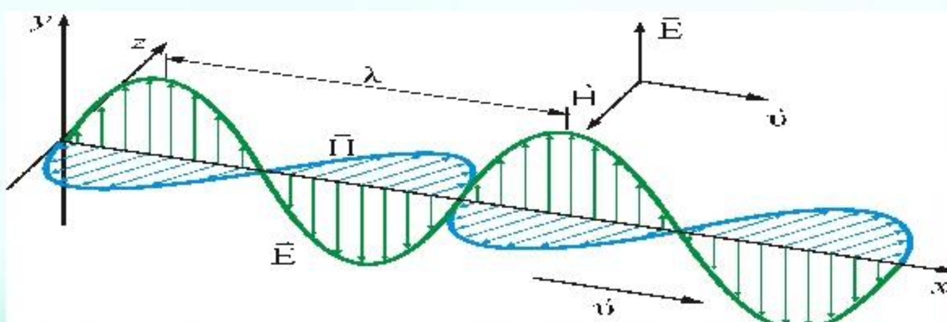




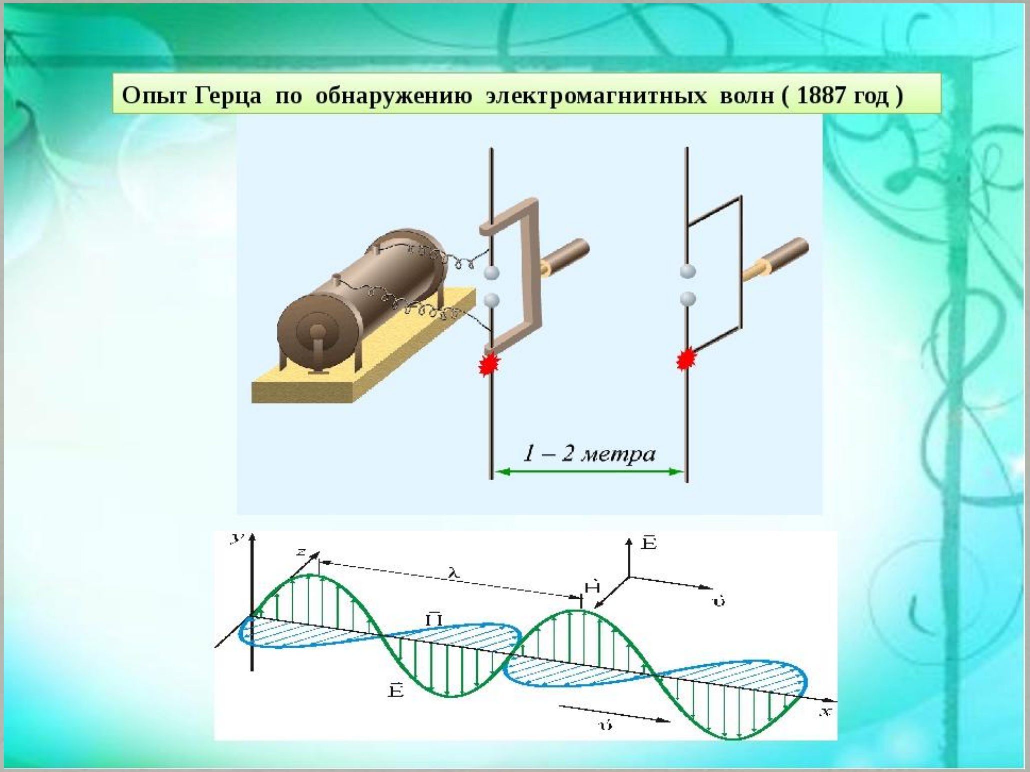
Открытие Герца

Опыт Герца по обнаружению электромагнитных волн (1887 год)





Открытие Герца

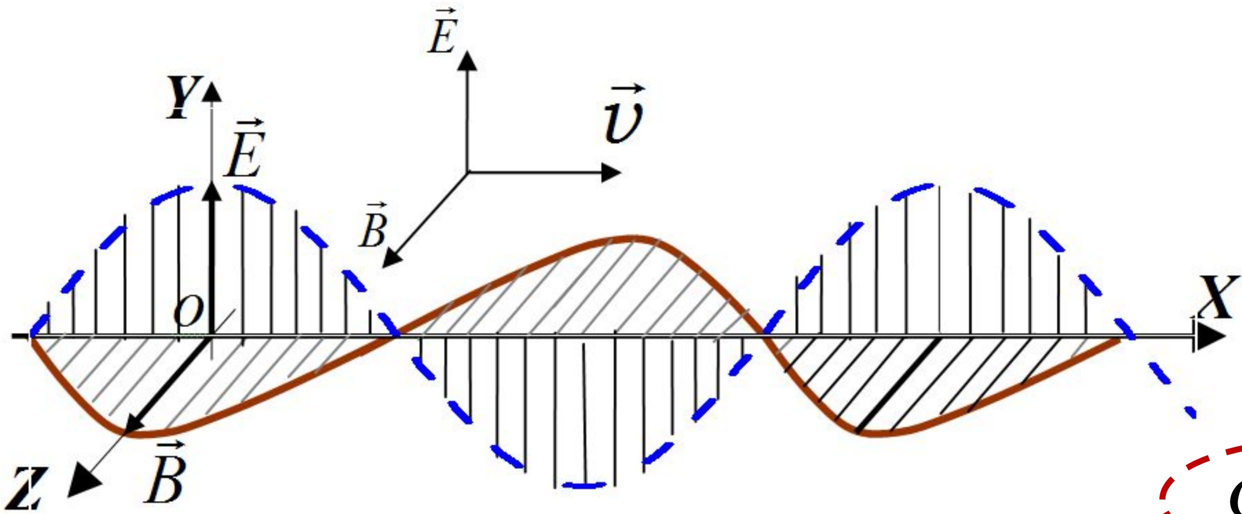


1888: “*Это абсолютно бесполезно. Это только эксперимент, который доказывает, что маэстро Максвелл был прав*” – Г. Герц

Приёмник Попова 1895

2.4. Фазовые и амплитудные соотношения для электромагнитной волны

$E(x,t) = E_o \cdot \cos(\omega t - kx);$ $\qquad B(x,t) = B_o \cdot \cos(\omega t - kx + \phi)$



$\varphi = 0$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \qquad (1a) \quad \Rightarrow \quad kE_o \sin(\omega t - kx) = \omega B_o \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$$\frac{\omega}{k} = v$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \qquad (2a) \quad \Rightarrow \quad kB_o \sin(\omega t - kx + \phi) = \omega E_o\, \varepsilon\varepsilon_o \mu\mu_o \sin(\omega t - kx)$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{B_0^2}{\mu\mu_0}; \qquad \varepsilon\varepsilon_0 E(t)^2 = \frac{B(t)^2}{\mu\mu_0}, \quad B(t) = \frac{E(t)}{v}.$$

2.5. Характеристики переноса энергии электромагнитной волной

$$w_E = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \qquad \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu\mu_0} \qquad w_B = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

$$w = w_E + w_B = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu\mu_0} = \frac{EB}{\mu\mu_0 \mathrm{v}}$$

Плотность потока энергии

$$S(t) = w(t)\cdot \mathrm{v} = \frac{E(t)B(t)}{\mu\mu_0}$$

Интенсивность

$$I = \langle S(t)\rangle = \langle w(t)\rangle \cdot \mathrm{v} = \frac{E_0 B_0}{2\mu\mu_0}$$

Вектор Пойнтинга

$$\vec{S}(t) = w(t)\cdot\vec{\mathrm{v}} = \frac{[\vec{E},\vec{B}]}{\mu\mu_0}$$

$$\langle\vec{S}(t)\rangle = \langle w(t)\rangle\cdot\vec{\mathrm{v}} = \frac{[\vec{E}_0,\vec{B}_0]}{2\mu\mu_0}$$

Поток

$$\Phi = \int_\Sigma \vec{S}\cdot d\vec{s} = \int_\Sigma S_n ds$$

$$\langle\Phi\rangle = \int_\Sigma \langle\vec{S}(t)\rangle\cdot d\vec{s} = \int_\Sigma \langle S_n(t)\rangle ds$$

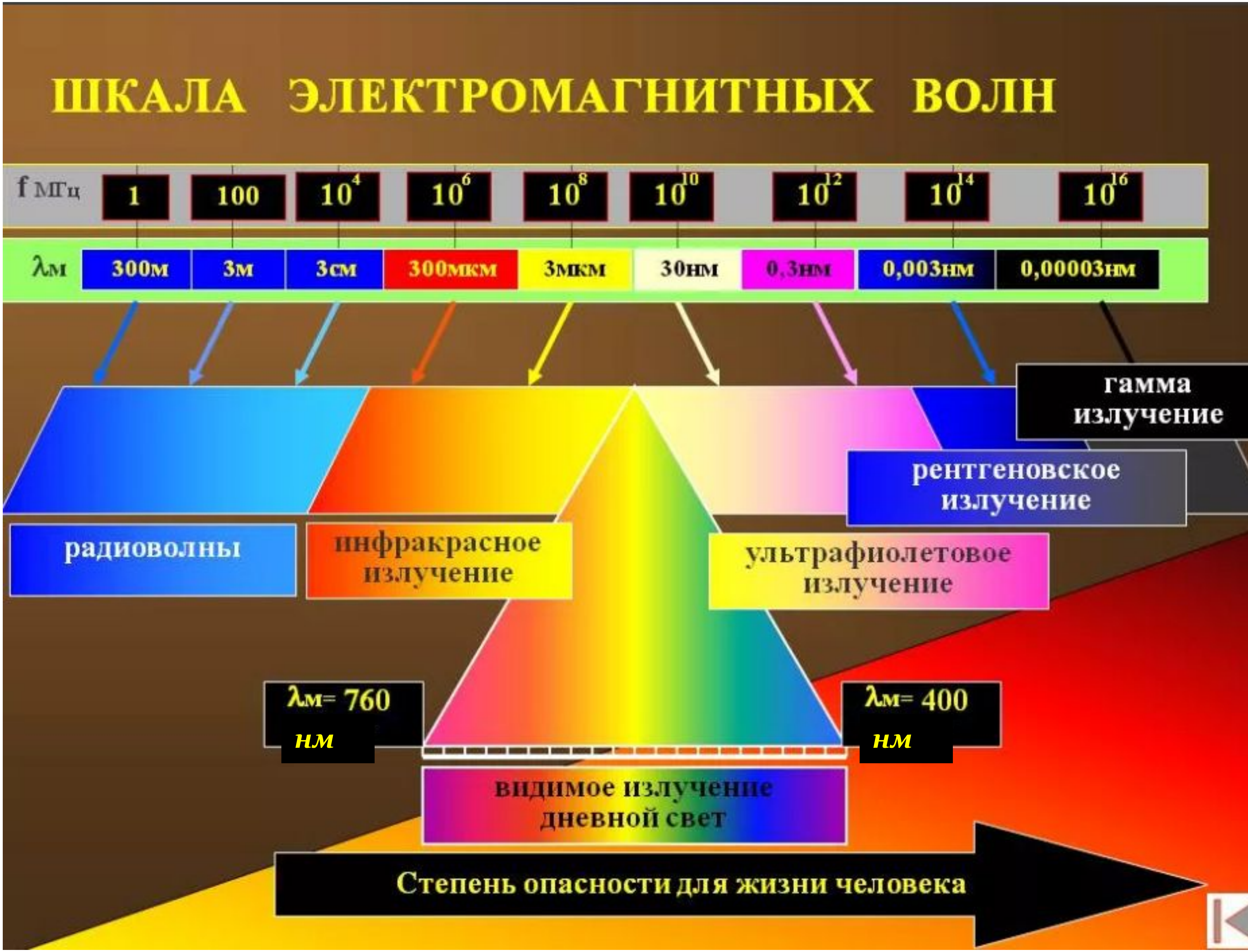
(Пример: задача 7.23)

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{n}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \ м/с$$

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}$$


ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
f МГц
1
100
10^4
10^6
10^8
10^{10}
10^{12}
10^{14}
10^{16}
λм
300м
3м
3см
300мкм
3мкм
30нм
0,3нм
0,003нм
0,00003нм
гамма излучение
рентгеновское излучение
радиоволны
инфракрасное излучение
ультрафиолетовое излучение
λм= 760 нм
λм= 400 нм
видимое излучение дневной свет
Степень опасности для жизни человека

Спектр видимого света