

Урок по теме: «Теорема Виета»

8 класс

Фронтальный опрос.

1. Какое уравнение называется квадратным?
2. Какое квадратное уравнение называется приведенным?
3. Запишите общий вид приведенного квадратного уравнения.
4. Что показывает дискриминант квадратного уравнения?
5. Как найти дискриминант квадратного уравнения?
6. Запишите формулу корней квадратного уравнения?

Устная работа

Охарактеризуйте данные уравнения.

$$x^2 - 13x = 0$$

$$7x^2 - 14x = 0$$

$$x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$2x^2 + 6x = 6$$

$$x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$3x^2 - 5x + 19 = 0$$

Теорема Виета

Дано: x_1 и x_2 -
корни

$$x^2 + px + q = 0$$

Доказать:

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Пусть: x_1 и x_2 - корни
квадратного
уравнения

$x^2 + px + q = 0$, тогда
сумма корней
приведенного
квадратного
уравнения равна
второму
коэффициенту,
взятому с
противоположным
знаком, а
произведение

Теорема Виета

Доказательство:

т.е.:

$$1. x_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}, \quad x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \quad \text{где } D = p^2 - 4q.$$

$$2. x_1 + x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} + \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-p + \sqrt{D} - p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

$$3. x_1 \cdot x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{4} = \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{p^2 - p^2 + 4q}{4} = \frac{4q}{4} = q$$

Теорема Виета

Прямая теорема:

Если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$. Тогда числа x_1 , x_2 и p , q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$
$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Обратная теорема:

Если числа x_1 , x_2 и p , q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q.$$

Тогда x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$.

Числа x_1 и x_2 являются корнями приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ тогда и только тогда, когда $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$

Применение теоремы

- Проверяем, правильно ли найдены корни уравнения
- Определяем знаки корней уравнения не решая его
- Устно находим корни приведенного квадратного уравнения
- Составляем квадратное уравнение с заданными корнями

Исследуем связь между корнями и коэффициентами квадратного уравнения

| | Уравнение | p | q | x_1 | x_2 | $x_1 + x_2$ | $x_1 \cdot x_2$ |
|---|----------------------|-----|----|-------|-------|-------------|-----------------|
| 1 | $x^2 - 15x + 14 = 0$ | -15 | 14 | 1 | 14 | 15 | 14 |
| 2 | $x^2 - 5x + 6 = 0$ | -5 | 6 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| 3 | $x^2 - 7x + 6 = 0$ | -7 | 6 | 1 | 6 | 7 | 6 |

Сформулируйте вывод о взаимосвязи корней приведенного квадратного уравнения с его коэффициентами.

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а

произведение корней равно свободному члену.

Сравните свой вывод с теоремой:

Если x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0,$$

то верны равенства:

$$x_1 + x_2 = -p; \quad x_1 x_2 = q$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

№29.1. Выберите уравнение сумма корней которого равна -6, а произведение равно -11

а) $x^2 - 6x + 11 = 0$

б) $x^2 + 6x - 11 = 0$

в) $x^2 + 6x + 11 = 0$

г) $x^2 - 11x - 6 = 0$

$x^2 + 11x - 6 = 0$

Как с помощью теоремы Виета можно составить квадратное уравнение по его корням

Например:

№1. Составить уравнение, если известны его корни:

$$x_{1=10}; x_{2=-2}$$

$$x^2 + px + q = 0$$

Решение:

$$\begin{cases} p = -(x_1 + x_2) \\ q = x_1 * x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = -(10 + (-2)) \\ q = 10 * (-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = -8 \\ q = -20 \end{cases}$$

Уравнение : $x^2 - 8x - 20 = 0$

Ответ: $x^2 - 8x - 20 = 0$

Задание 1. Составьте уравнение по заданным корням (Самостоятельная работа по вариантам с последующей проверкой)

| x_1 | x_2 | Уравнение |
|-------|-------|-----------|
| 4 | -3 | |
| 2 | 5 | |
| -3 | -4 | |
| -1 | 3 | |

- **Задание 2. Если $x_1 = -5$ и $x_2 = -1$ - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то**

1) $p = -6, q = -5$

2) $p = 5, q = 6$

3) $p = 6, q = 5$

4) $p = -5, q = -6$

5) $p = 5, q = -6$

6) $p = -6, q = -5$

произведение корней уравнения $x^2 - 3x - 5 = 0$.

Выберите правильный ответ.

1) $x_1 + x_2 = -3, x_1 \cdot x_2 = -5$

2) $x_1 + x_2 = -5, x_1 \cdot x_2 = -3$

3) $x_1 + x_2 = 3, x_1 \cdot x_2 = -5$

4) $x_1 + x_2 = 5, x_1 \cdot x_2 = -3$

Решение:

Найти сумму и
произведение
корней
уравнения

№29.3(а)

б,в.

**самостоятельно с
последующей проверкой**

$$\text{а) } 2x^2 + 9x - 10 = 0$$

$$x^2 + 4,5x - 2 = 0,$$

$$D > 0$$

| :2

$$p = 4,5, q = -2$$

$$x_1 + x_2 = -4,5, x_1 \cdot x_2 = -2$$

Домашнее задание:

Стр. 181; №№ 29.4, 29.6, 29.9