



Государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение города Москвы
«Московский колледж архитектуры и градостроительства»

Определенный интеграл и его свойства.
Формула Ньютона-Лейбница

Москва 2020 г.



Определенный интеграл

Определенный интеграл – это число,
равное

$$\int_a^a f(x) dx = 0.$$

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$$

Верхний предел
интегрирования

$$\int_a^b f(x) dx$$

Нижний предел
интегрирования

Свойства определенного интеграла

1. Значение определенного интеграла не зависит от обозначения переменной интегрирования:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(z)dz = \int_a^b f(t)dt = \dots$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак определенного интеграла:

$$\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$$

3. Определенный интеграл от алгебраической суммы двух функций равен алгебраической сумме определенных интегралов от этих функций:

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx.$$

4. Если функция $y = f(x)$ интегрируема на $[a, b]$ и $a < b < c$, то

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

5. (**теорема о среднем**). Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то на этом отрезке существует точка $c \in [a, b]$, такая, что

$$\int_a^b f(x)dx = f(c) \cdot (b - a).$$

Формула Ньютона –Лейбница

Теорема Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и $F(x)$ – какая-либо ее первообразная на этом отрезке,

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

которая называется **формулой Ньютона–Лейбница**.

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a) \quad \Big|_a^b \text{ называется знаком двойной подстановки.}$$

Пример Вычислить интеграл

$$\int_1^3 x^2 dx$$

$$\int_1^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 9 - \frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}.$$

Государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение города Москвы
«Московский колледж архитектуры и градостроительства»

Спасибо за внимание