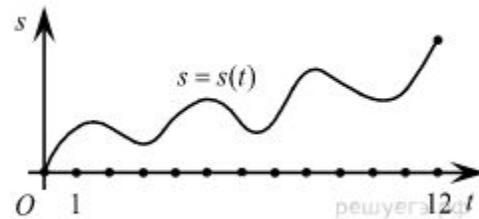


# Производная и первообразная

# Тип 1. Физический смысл производной

Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$ .

Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



**Решение.**

Мгновенная скорость равна производной перемещения по времени. Значение производной равно нулю в точках экстремума функции  $s(t)$ . Точек экстремума на графике 6.

# Тип 2. Геометрический смысл производной, касательная

Прямая  $y = -5x + 8$  является касательной к графику функции  $28x^2 + bx + 15$ . Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

**Решение.**

Условие касания графика функции  $y = f(x)$  и прямой  $y = kx + l$  задаётся системой требований:

$$\begin{cases} f'(x) = k, \\ f(x) = kx + l. \end{cases}$$

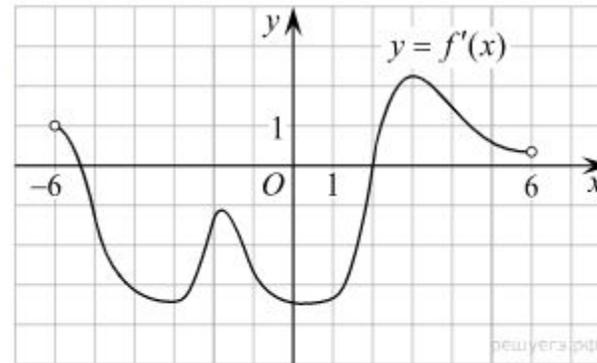
В нашем случае имеем:

$$\begin{cases} 56x + b = -5, \\ 28x^2 + bx + 15 = -5x + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 - 56x, \\ 28x^2 + (-5 - 56x)x + 15 = -5x + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 - 56x, \\ x^2 = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

По условию абсцисса точки касания положительна, поэтому  $x = 0,5$ , откуда  $b = -33$ .

# Тип 3. Применение производной к исследованию функции

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-6;6)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

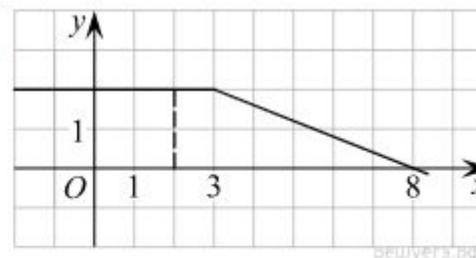


**Решение.**

Промежутки возрастания данной функции  $f(x)$  соответствуют промежуткам, на которых ее производная неотрицательна, то есть промежуткам  $(-6; -5,2]$  и  $[2; 6)$ . Данные промежутки содержат целые точки 2, 3, 4 и 5. Их сумма равна 14.

# Тип 4. Первообразная

На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(2)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



**Решение.**

Разность значений первообразной в точках 8 и 2 равна площади выделенной на рисунке трапеции  $ABCD$ . Поэтому

$$F(b) - F(a) = \frac{1+6}{2} \cdot 2 = 7.$$

Ответ: 7.

