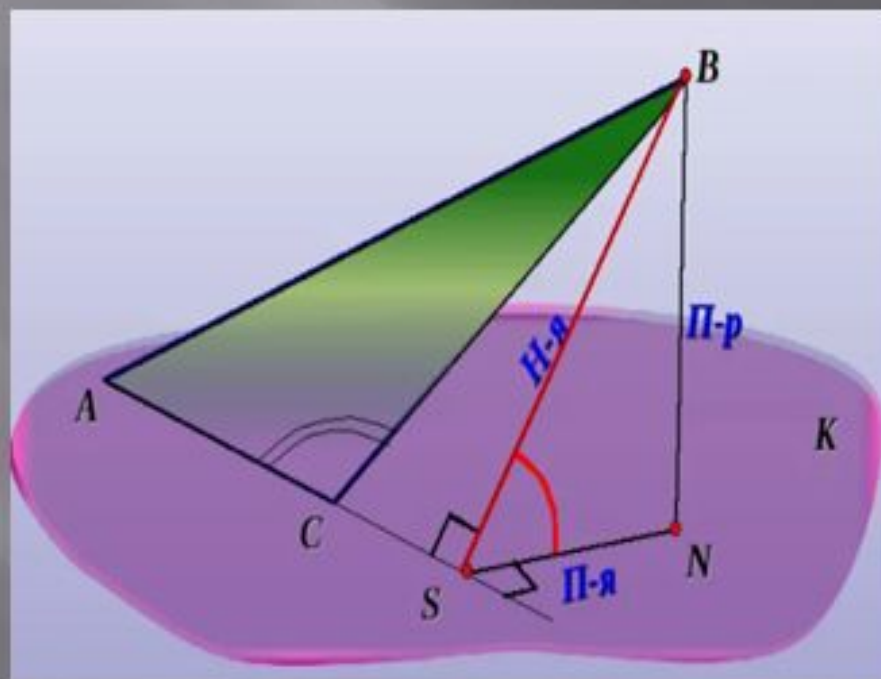
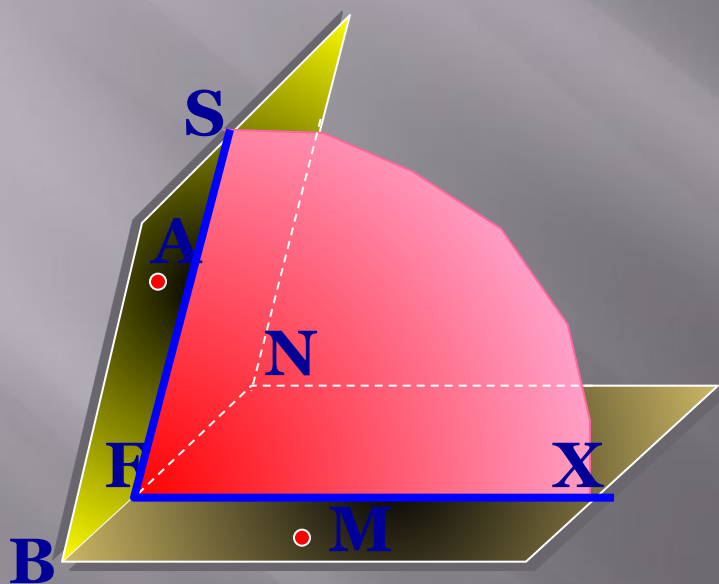


УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ ЗАДАНИЕ 13.



Повторение:

Двугранный угол, образованный полуплоскостями измеряется величиной его линейного угла, получаемого при пересечении двугранного угла плоскостью, перпендикулярной его ребру.



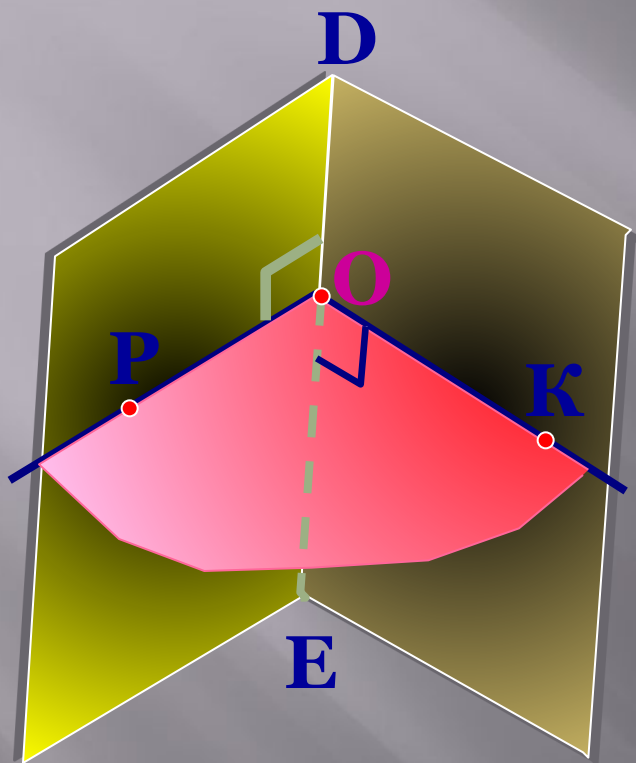
Двугранный угол $ABNM$, где BN – ребро, точки A и M лежат в гранях двугранного угла

Угол SFX – линейный угол двугранного угла



Повторение:

Алгоритм построения линейного угла.



Угол POK – линейный угол
двугранного угла $PDEK$.

Плоскость линейного угла (POK) \perp
 DE .



Повторение:

**Угол между пересекающимися плоскостями
МОЖНО ВЫЧИСЛИТЬ:**

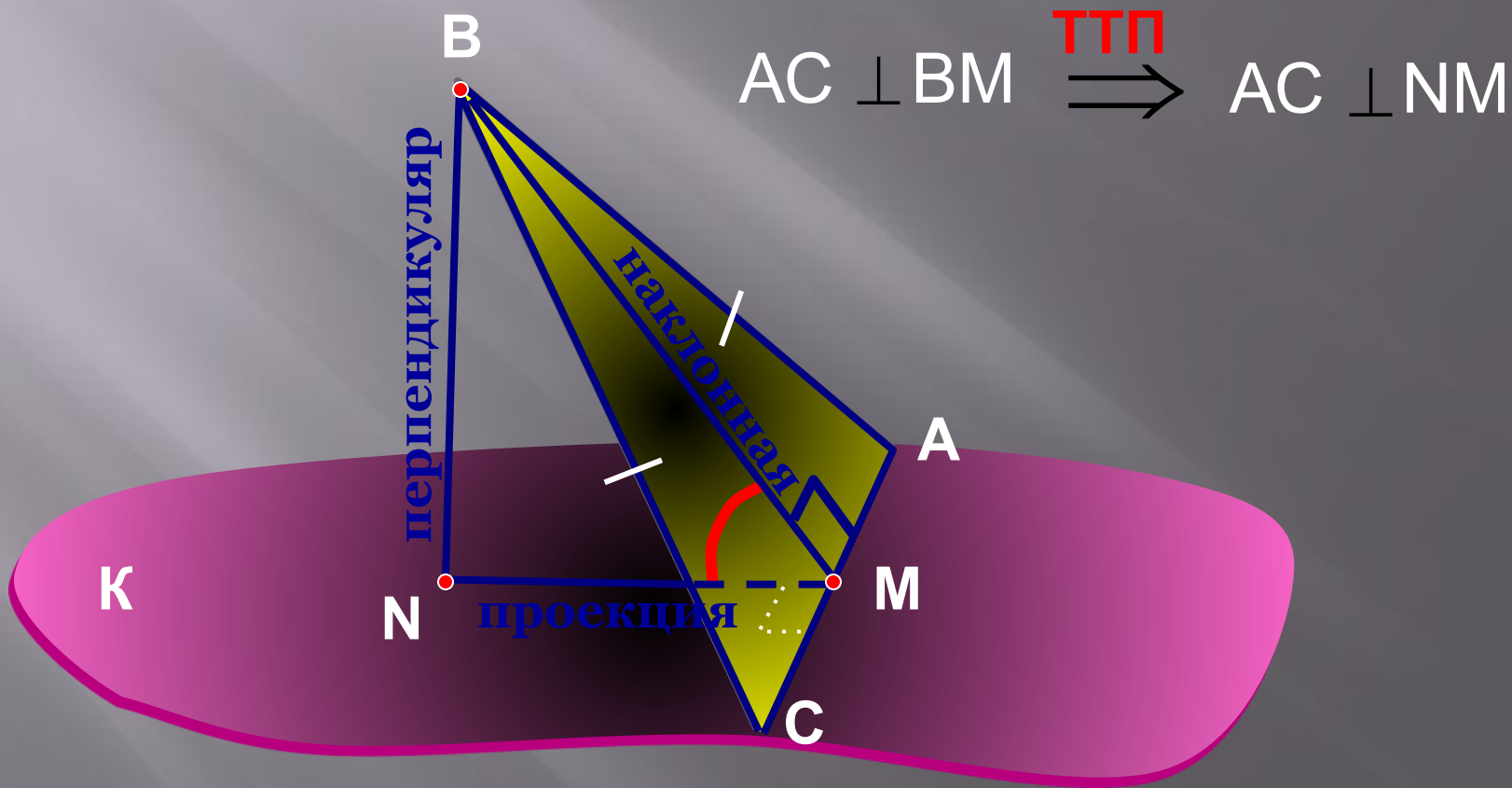
- 1) Как угол между прямыми, лежащими в этих плоскостях и перпендикулярными к линии их пересечения;
- 2) Как угол треугольника, если удастся включить линейный угол в некоторый треугольник;
- 3) Используя координатно – векторный метод;
- 4) Используя ключевые задачи;



Устно:

Построить линейный угол двугранного угла
ВАСК.

Треугольник ABC – равнобедренный.



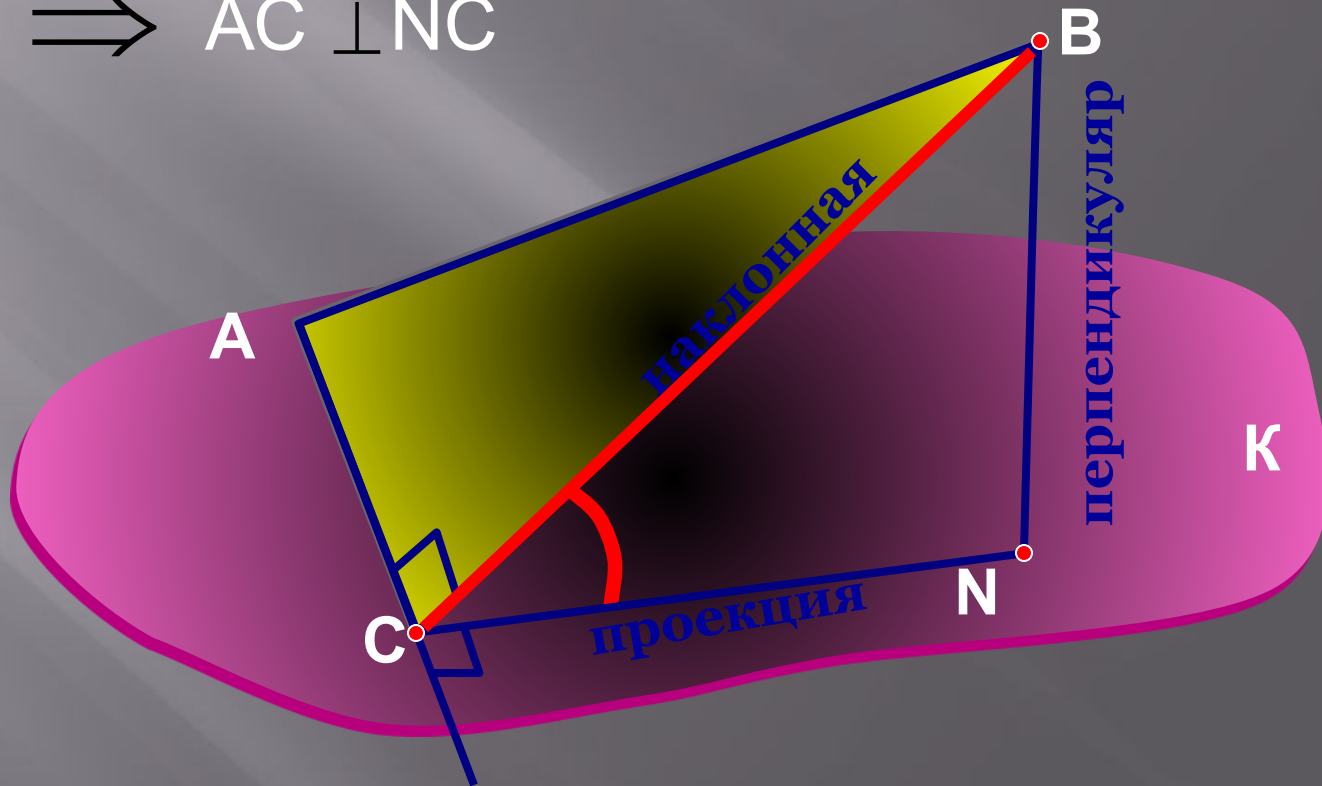
Угол BMN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Устно:

Построить линейный угол двугранного угла
ВАСК.

Треугольник ABC – прямоугольный.

$$AC \perp BC \xRightarrow{\text{ТПП}} AC \perp NC$$



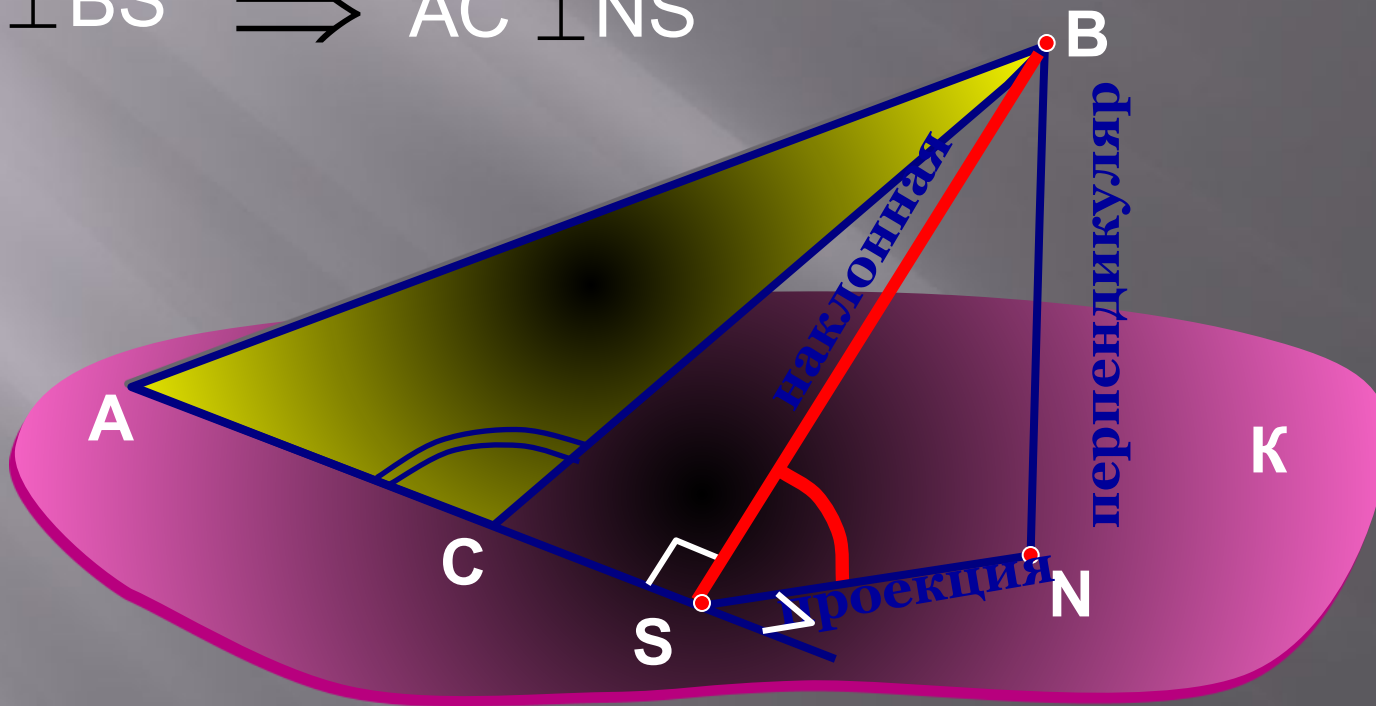
Угол BSN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Устно:

Построить линейный угол двугранного угла
BACK.

Треугольник ABC – тупоугольный.

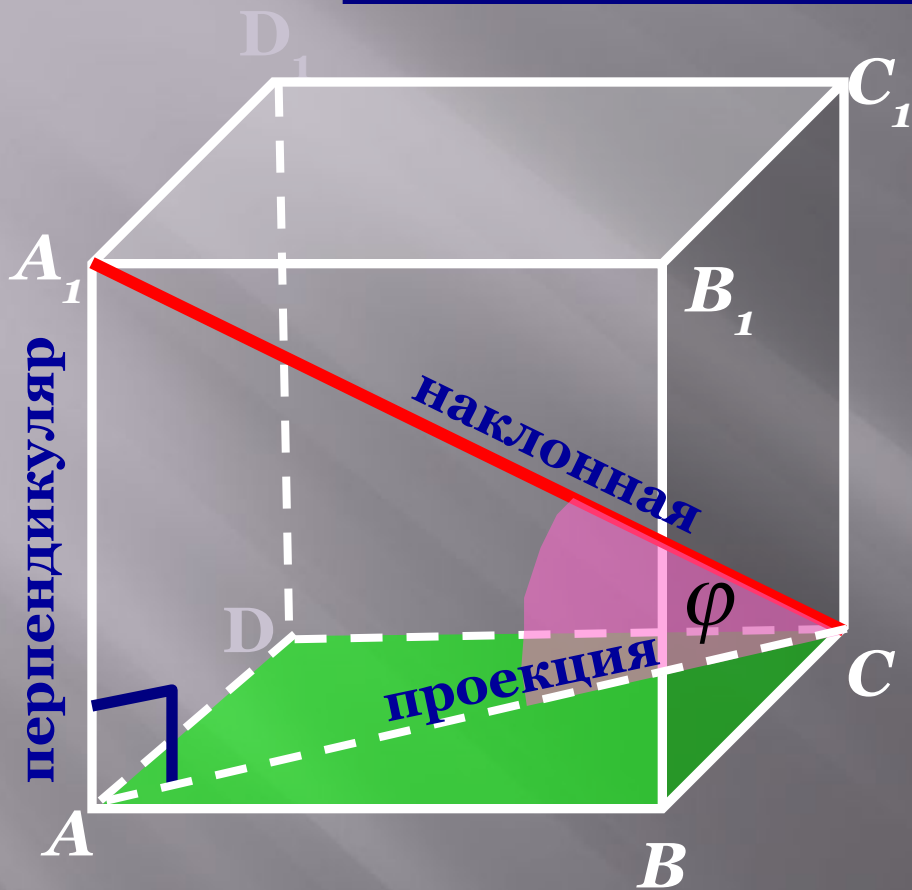
$$AC \perp BS \xRightarrow{\text{ТТП}} AC \perp NS$$



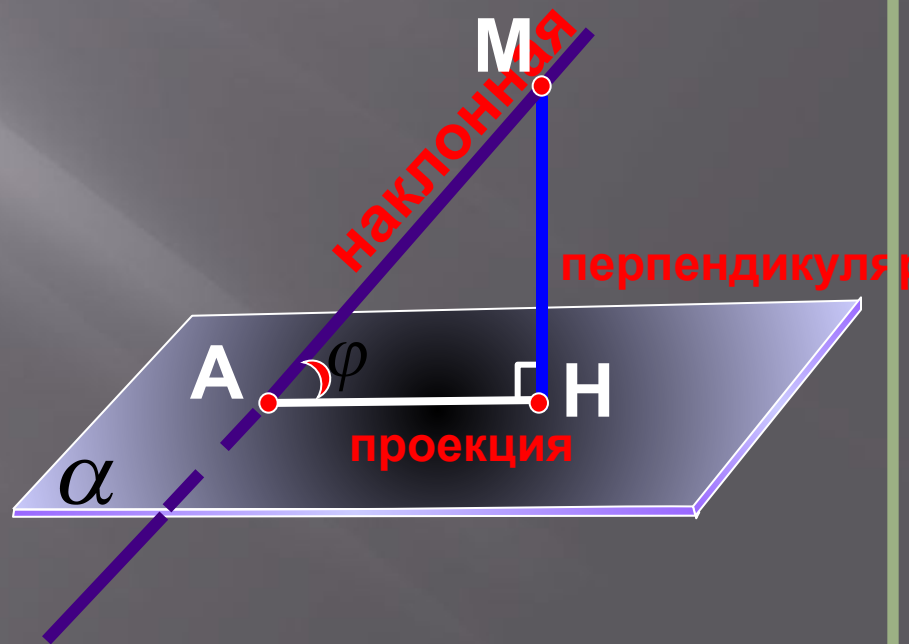
Угол BSN – линейный угол двугранного угла BACK

Устно:

Найдите тангенс угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.



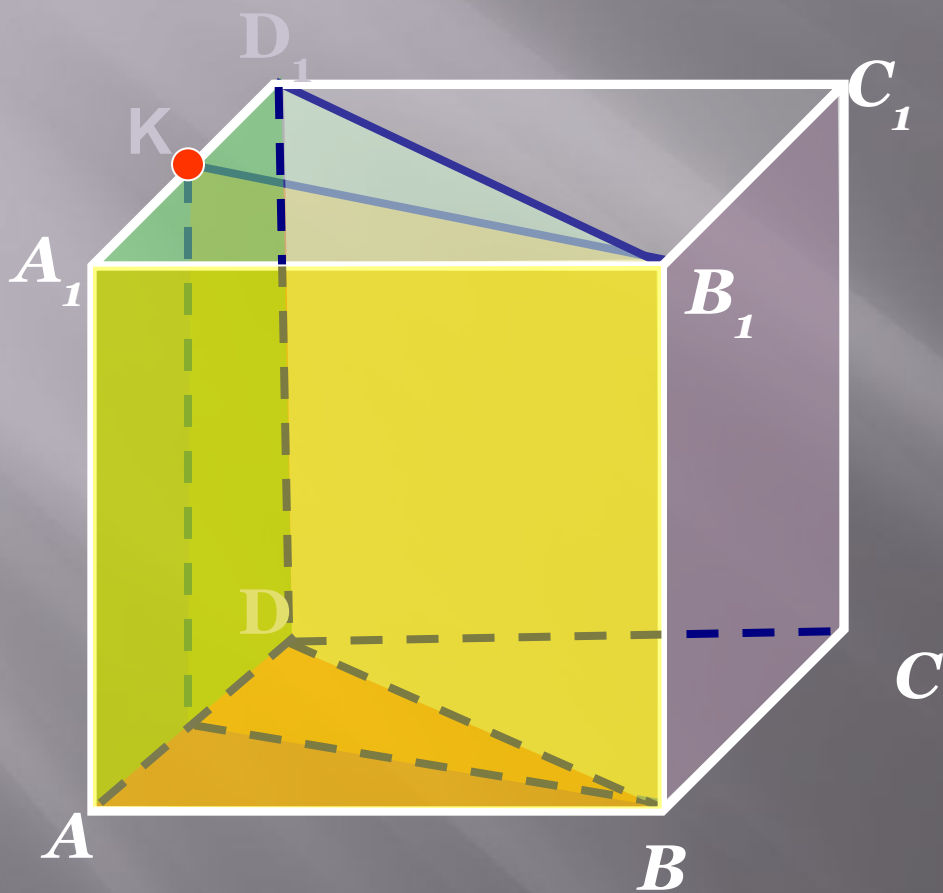
Подсказка



Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на

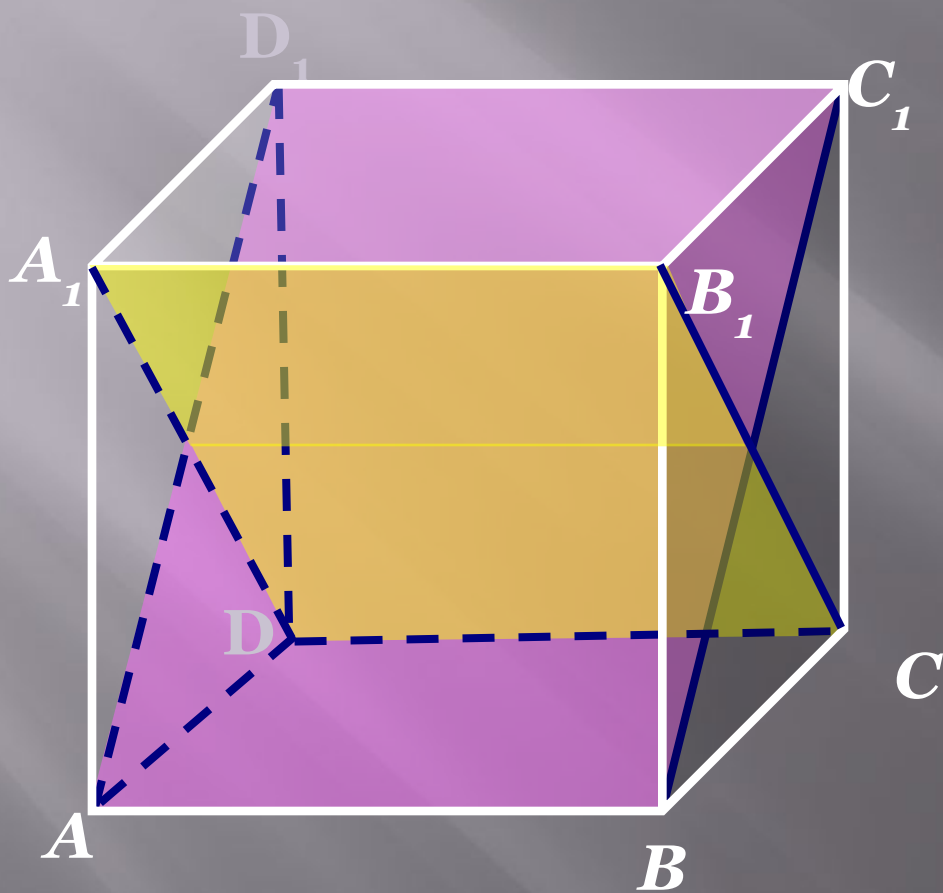
Устно:

Дан куб. Найдите следующие двугранные углы:
а) $\angle ABB_1C$; б) $\angle ADD_1B$; в) $\angle A_1BB_1K$,
где K середина ребра A_1D_1



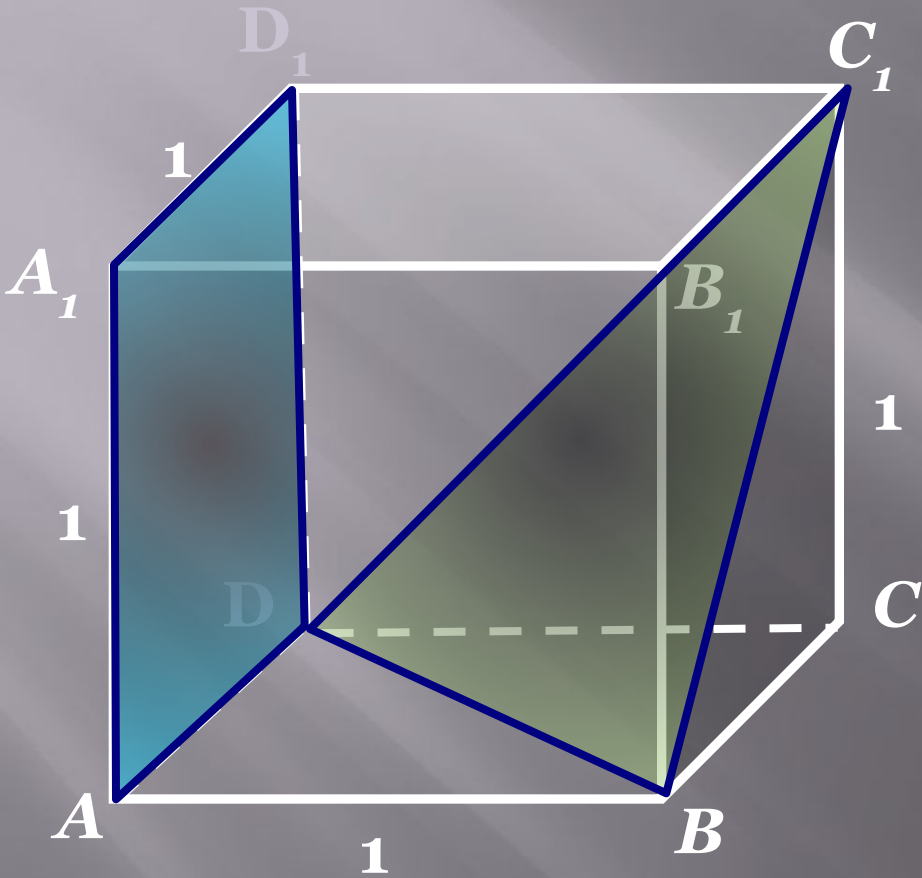
УСТНО:

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$, Докажите, что плоскости ABC_1 и A_1B_1D перпендикулярны.



**№
1**

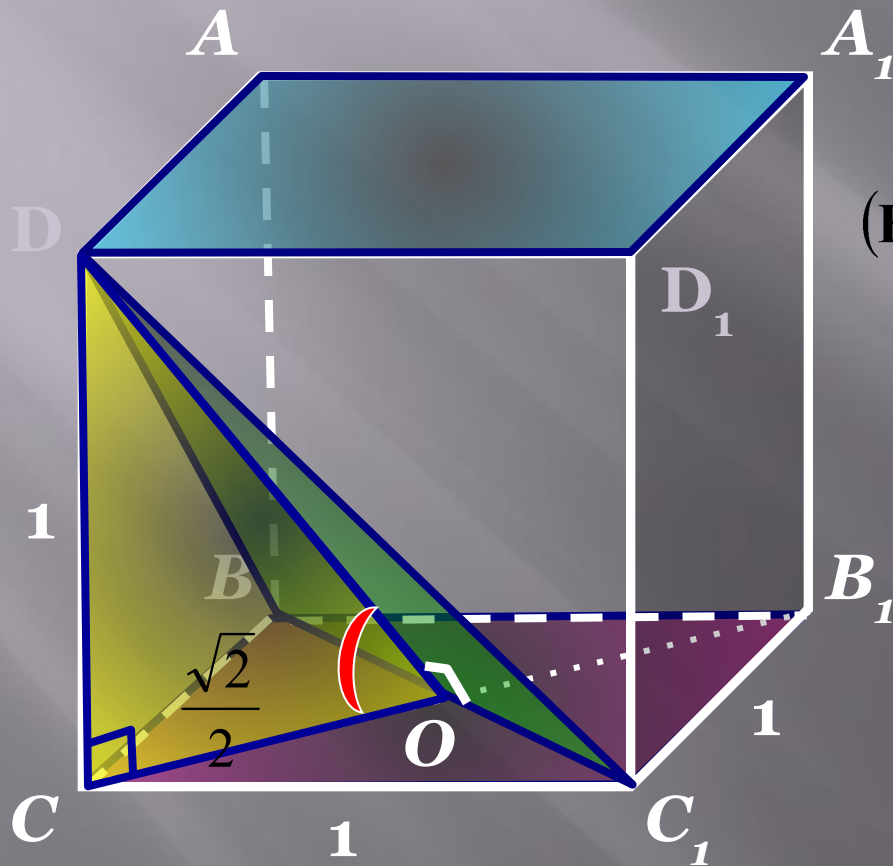
В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите тангенс угла между плоскостями ADD_1 и $ВДС_1$.



Задача окажется значительно проще, если расположить куб иначе!!!

№
1

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите тангенс угла между плоскостями ADD_1 и $ВДС_1$.



1) Плоскость ADD_1 параллельна плоскости BCC_1 , \Rightarrow искомый угол равен углом между плоскостями BCC_1 и $ВДС_1$.

$$(BCC_1) \cap (ВДС_1) = BC$$

$$OC \perp BC$$

$$OD \perp BC$$

$\Rightarrow \angle DOC$ –
линейный угол

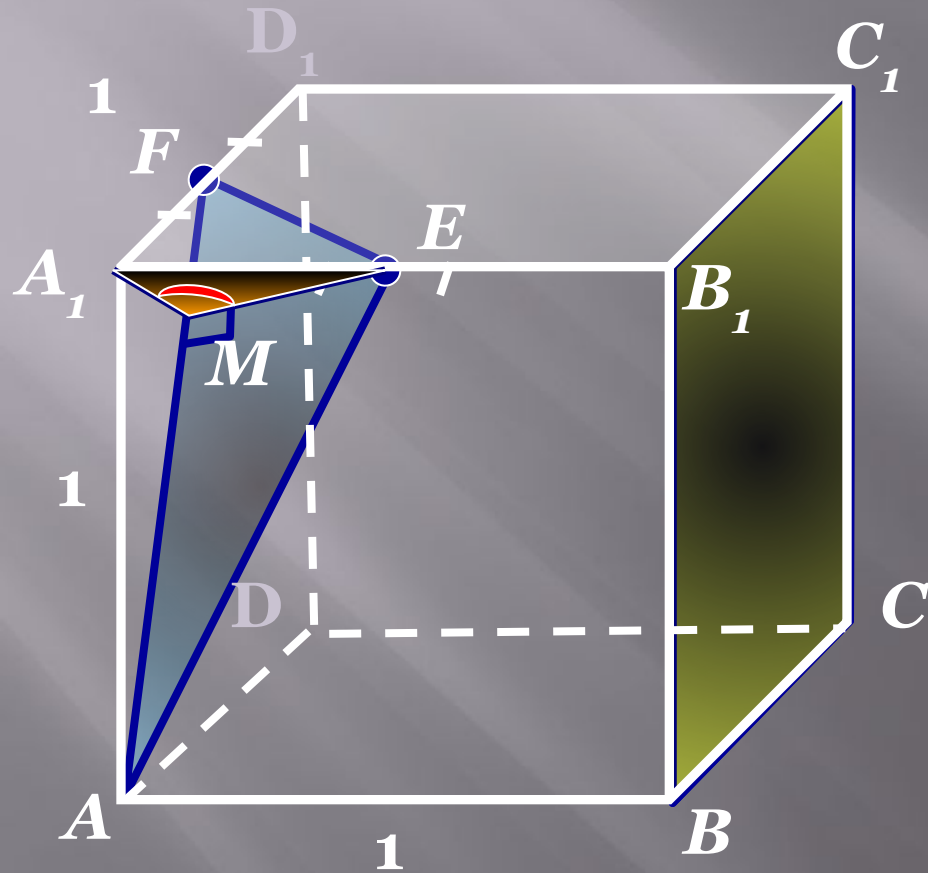
Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Критерии оценивания выполнения задания С2

баллы	Критерии оценивания
2	Правильный ход решения. Верно построен или описан искомый угол. Получен верный ответ
1	<ol style="list-style-type: none">1) Правильный ход решения. Получен верный ответ, но имеется ошибка в построении и описании искомого угла, не повлиявшая на ход решения2) Правильный ход решения. Верно построен и описан искомый угол, но имеется ошибка в одном из вычислений, допущенная из-за невнимательности, в результате чего получен неверный ответ
0	<ol style="list-style-type: none">1) Ход решения правильный, но оно не доведено до конца, или решение отсутствует. Нет ответа2) Ход решения правильный, но имеются существенные ошибки в вычислениях, приведшие к неправильному ответу3) Неправильный ход решения, приведший к неверному ответу4) Верный ответ получен случайно или неверным

**№
2**

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки E, F – середины ребер соответственно A_1B_1 и A_1D_1 . Найдите тангенс угла между плоскостями AEF и BCC_1 .

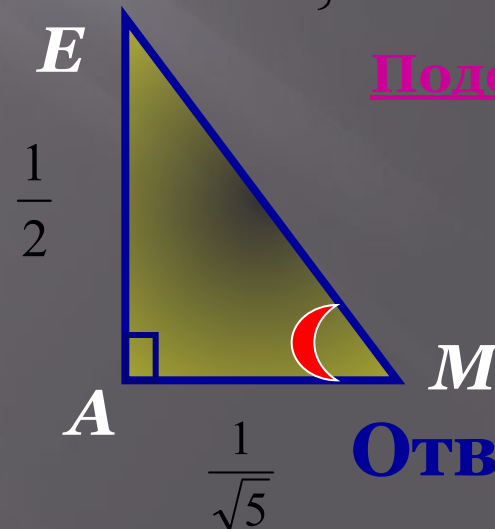


1) Плоскость ADD_1 параллельна плоскости BCC_1 , \Rightarrow искомый угол равен углом между плоскостями ADD_1 и AEF .

$(ADD_1) \cap (AEF) = AF$
 $EM \perp AF$
 $AM \perp AF$

$\Rightarrow \angle AME$ – линейный угол

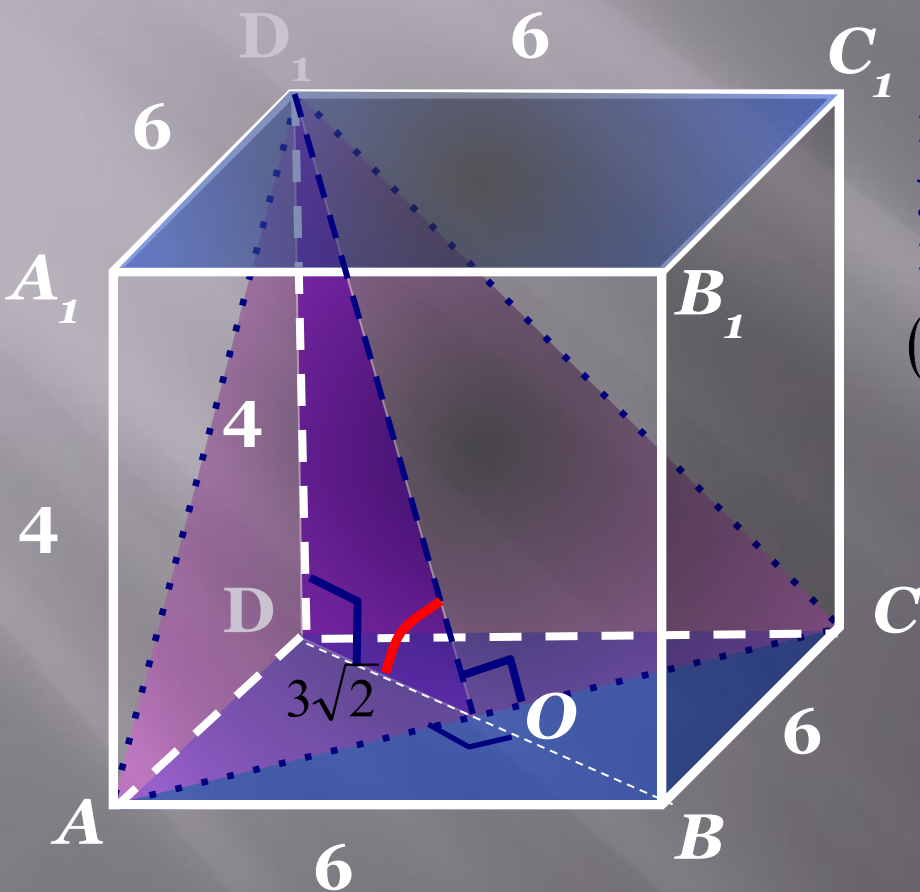
Подсказка:



Ответ: $\frac{\sqrt{5}}{5}$

№
3

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1B_1C_1$.



1) Плоскость ABC параллельна плоскости $A_1B_1C_1$, \Rightarrow искомый угол равен углом между плоскостями ACD_1 и $A_1B_1C_1$.

$$(ABC) \cap (AD_1C) = AC$$

$$D_1O \perp AC$$

$$DO \perp AC$$

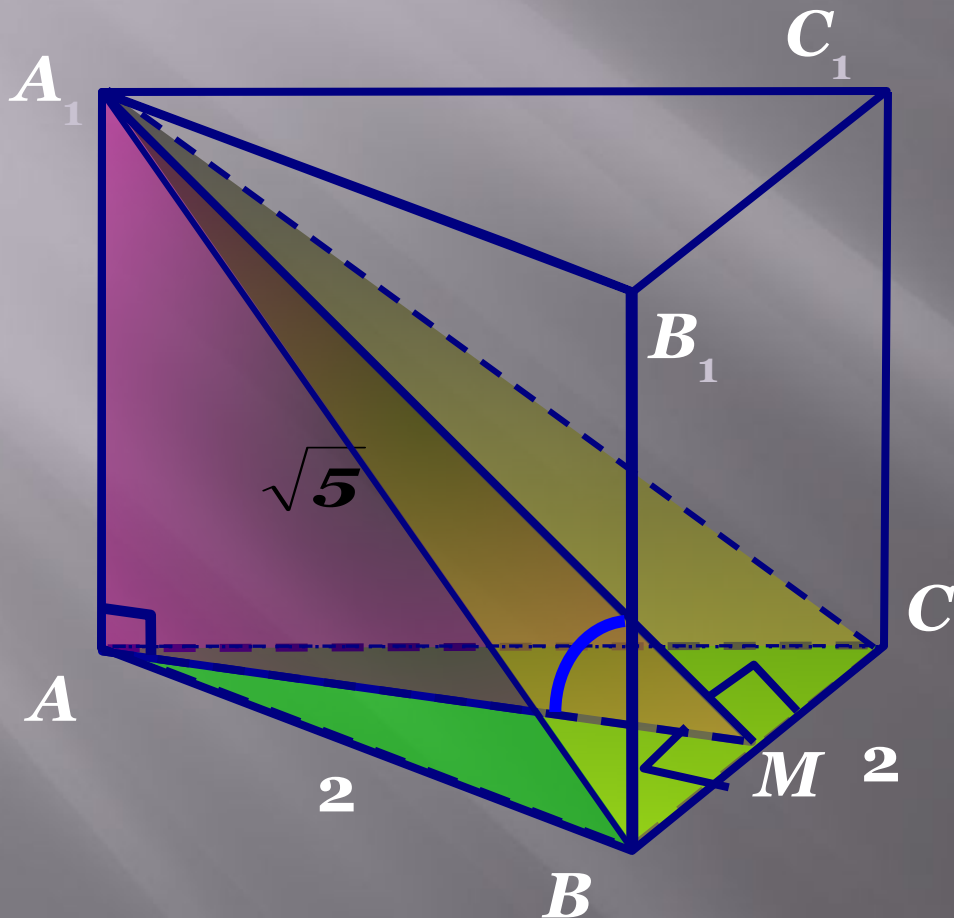
$\Rightarrow \angle DOD_1$ –
линейный угол

Ответ: $\frac{\sqrt{17}}{8}$

№

4

Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{5}$. Найдите угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.



(ДЕМО 2011)

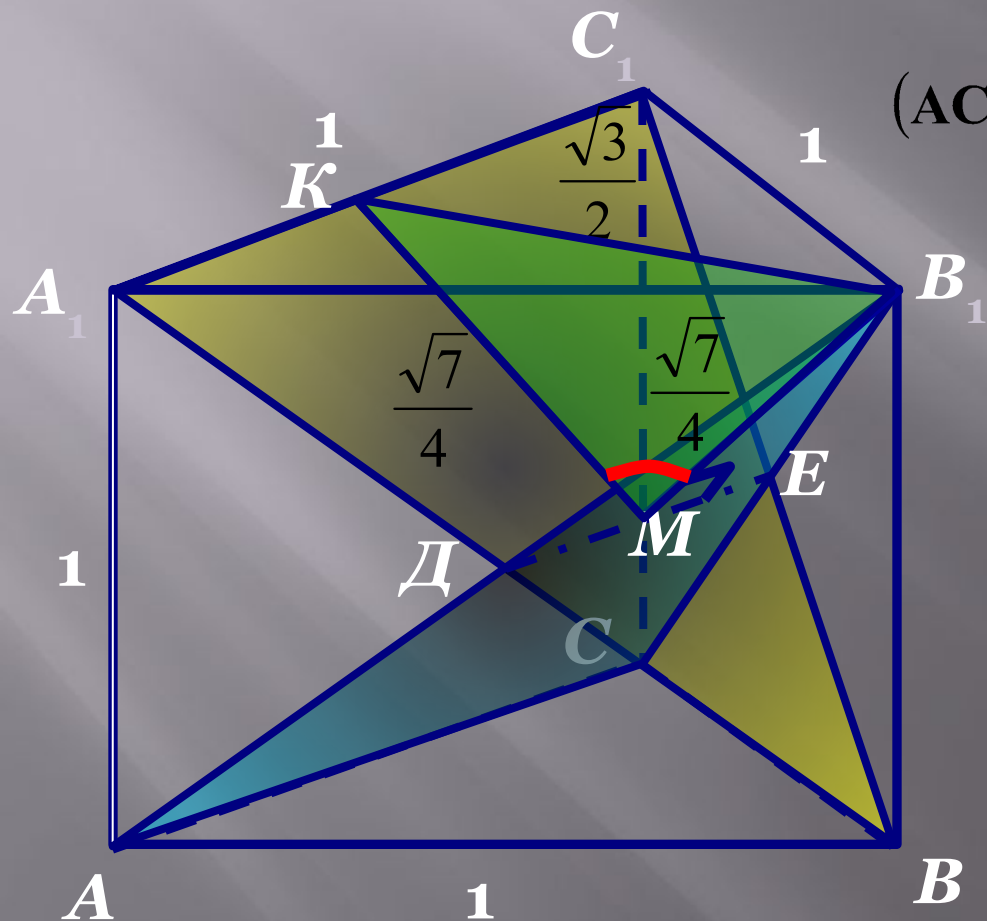
самостоятельно

Ответ: 30°

№

5

В правильной треугольной призме $АВСА_1В_1С_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между плоскостями $АСВ_1$ и $ВА_1С_1$.



$$(ACB_1) \cap (AB_1C) = DE$$

$$B_1M \perp DE$$

$$MK \perp DE$$

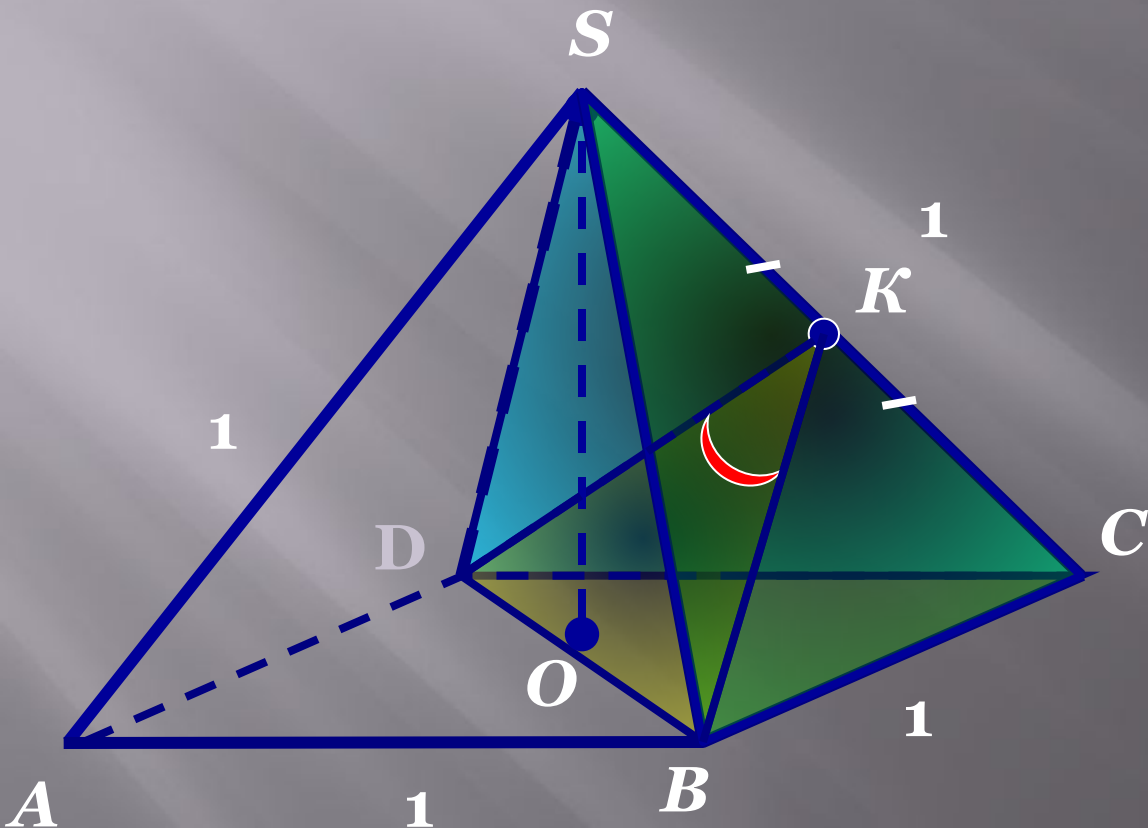
$\Rightarrow \angle KMB_1$ –
линейный угол

Ответ: $\frac{11}{7}$

№
6

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1. Найдите косинус двугранного угла, образованного гранями SBC и SCD .

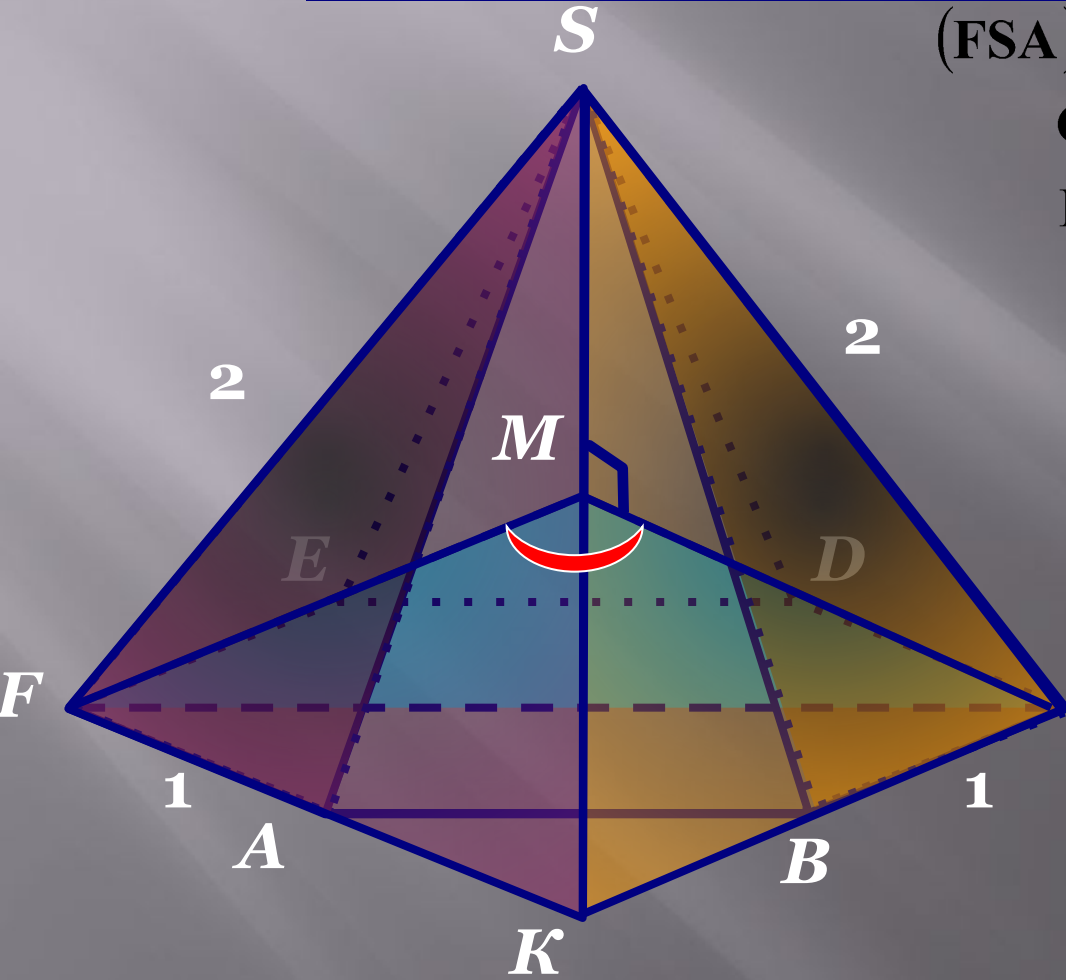
Самостоятельно:



Ответ: $-\frac{1}{3}$

№
7

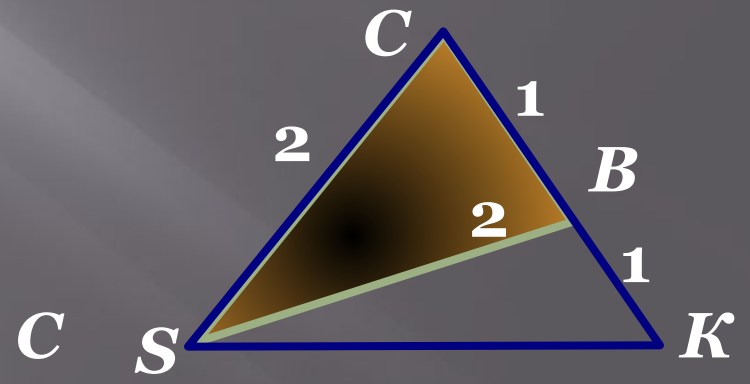
В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите косинус угла между плоскостями SAF и SBC .



$(FSA) \cap (SBC) = SK$
 $CM \perp SK$
 $FM \perp SK$

$\Rightarrow \angle CMF$ –
 линейный угол

Подсказка:



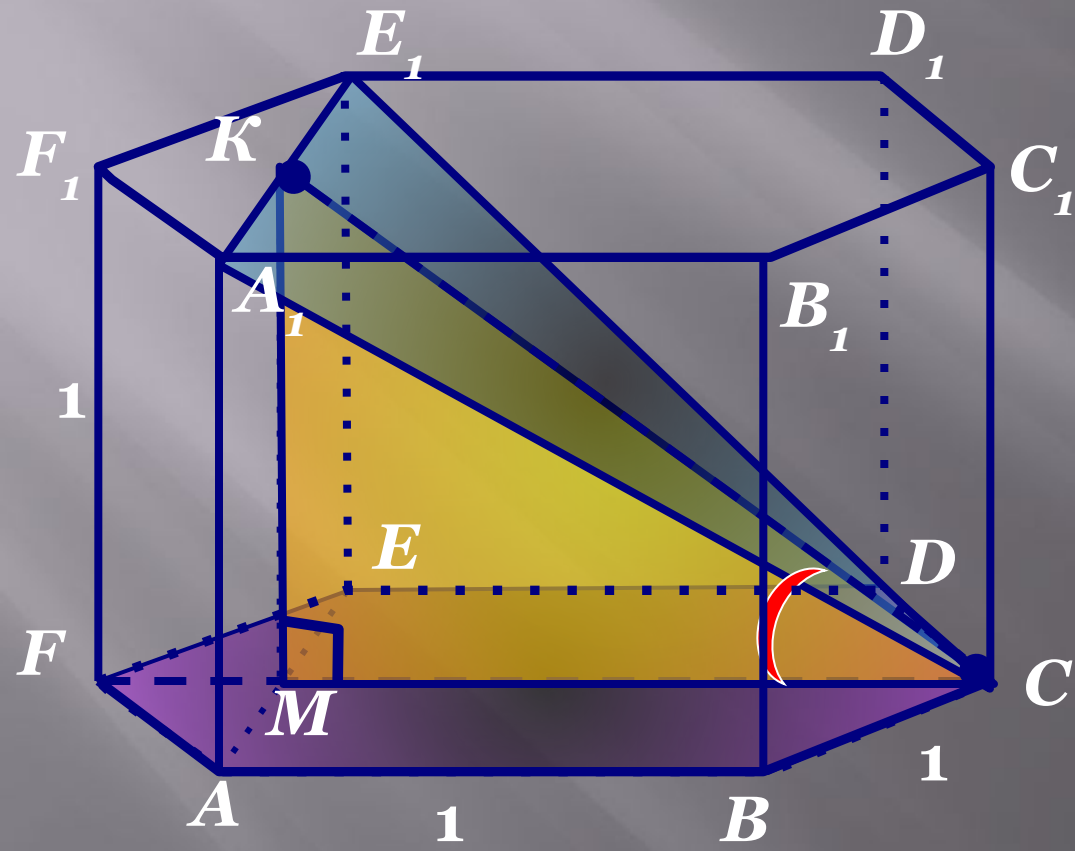
$$\cos \angle C = \frac{1}{4} \Rightarrow SK = \sqrt{6}$$

Ответ: 0,2

№
8

В правильной шестиугольной призме $A \dots F_1$,
все ребра которой равны 1, найдите
угол между плоскостями ABC и CA_1E_1 .

Самостоятельно:



Ответ: $\frac{2}{3}$

Литература

1. **В.А. Смирнов ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия. / Под. редакцией А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2011.**

