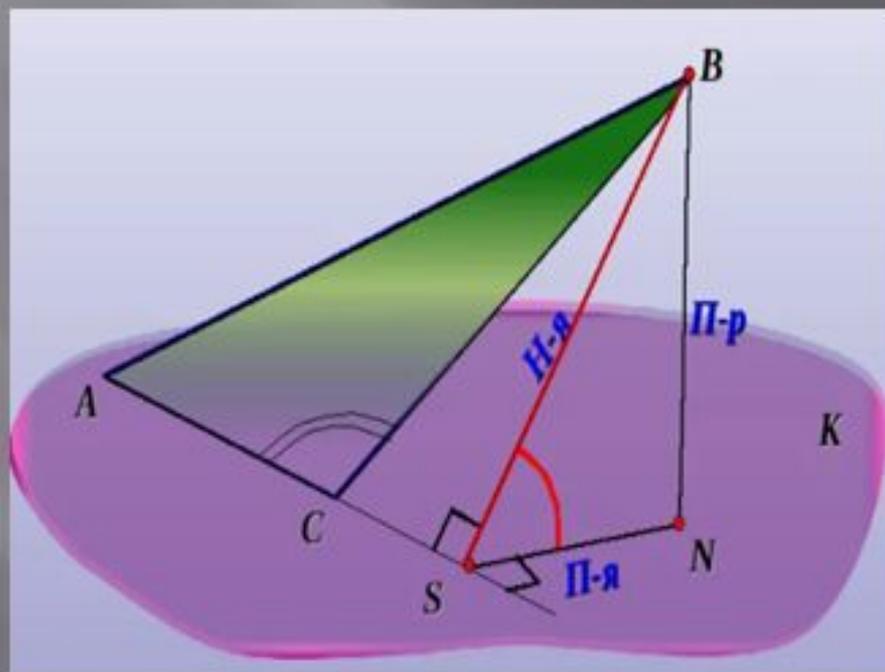
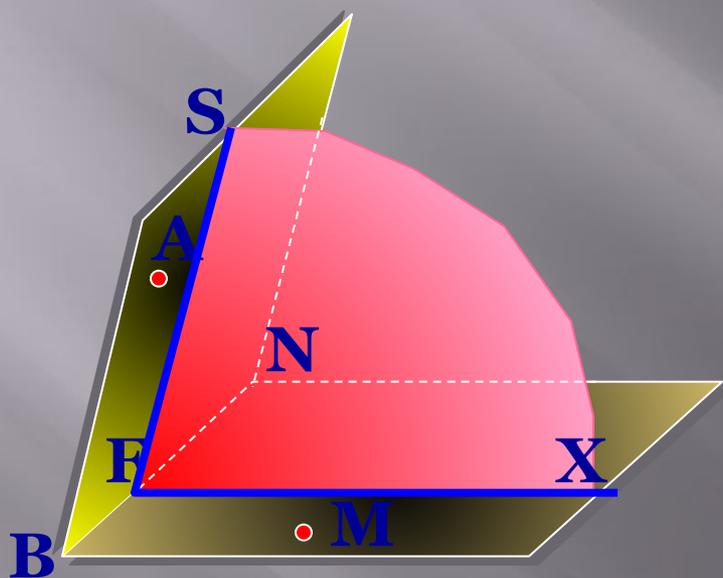


# УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ ЗАДАНИЕ 13.



# Повторение:

**Двугранный угол, образованный полуплоскостями измеряется величиной его линейного угла, получаемого при пересечении двугранного угла плоскостью, перпендикулярной его ребру.**



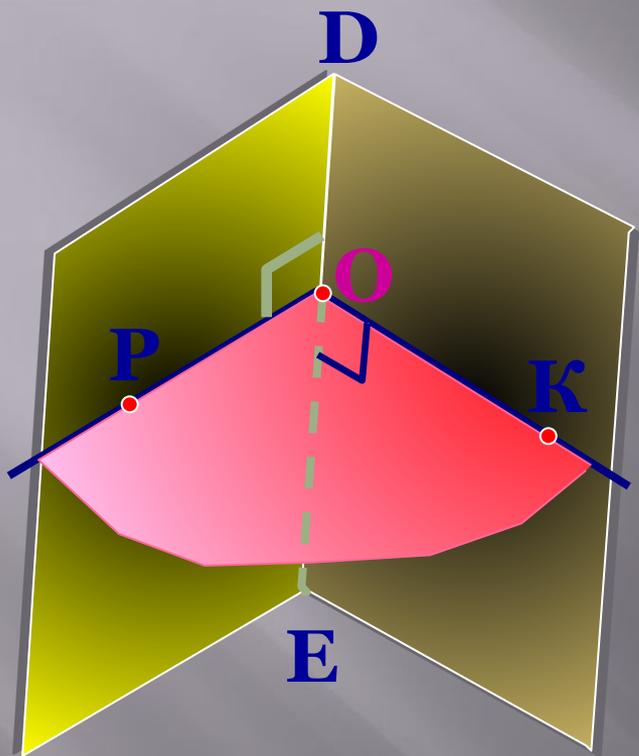
**Двугранный угол  $ABNM$ , где  $BN$  – ребро, точки  $A$  и  $M$  лежат в гранях двугранного угла**

**Угол  $SFX$  – линейный угол двугранного угла**



# Повторение:

## Алгоритм построения линейного угла.



Угол  $POK$  – линейный угол  
двугранного угла  $PDEK$ .

Плоскость линейного угла ( $POK$ )  $\perp$   
 $DE$ .



# Повторение:

**Угол между пересекающимися плоскостями  
МОЖНО ВЫЧИСЛИТЬ:**

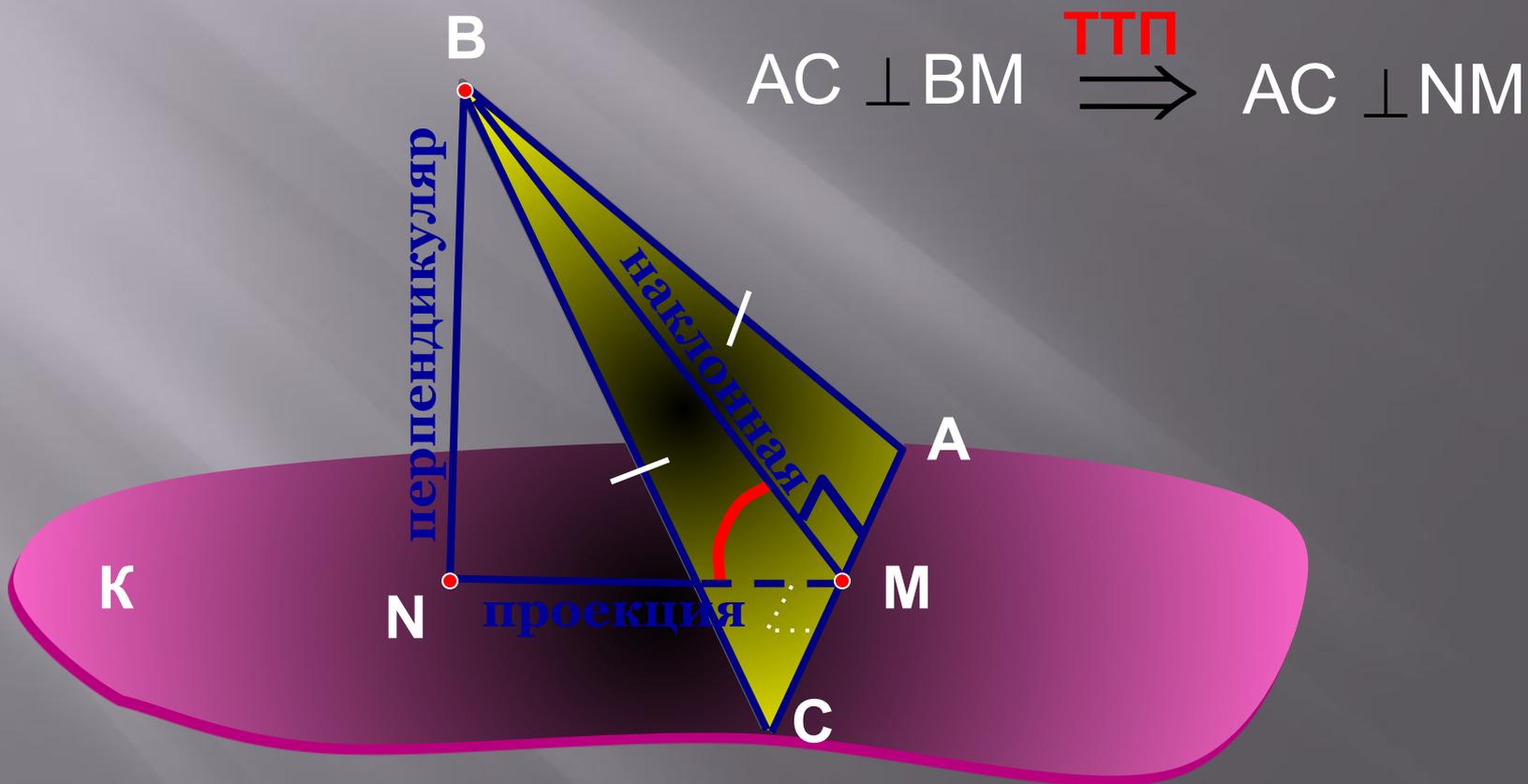
- 1) Как угол между прямыми, лежащими в этих плоскостях и перпендикулярными к линии их пересечения;
- 2) Как угол треугольника, если удастся включить линейный угол в некоторый треугольник;
- 3) Используя координатно – векторный метод;
- 4) Используя ключевые задачи;



**Устно:**

Построить линейный угол двугранного угла  
ВАСК.

Треугольник ABC – равнобедренный.



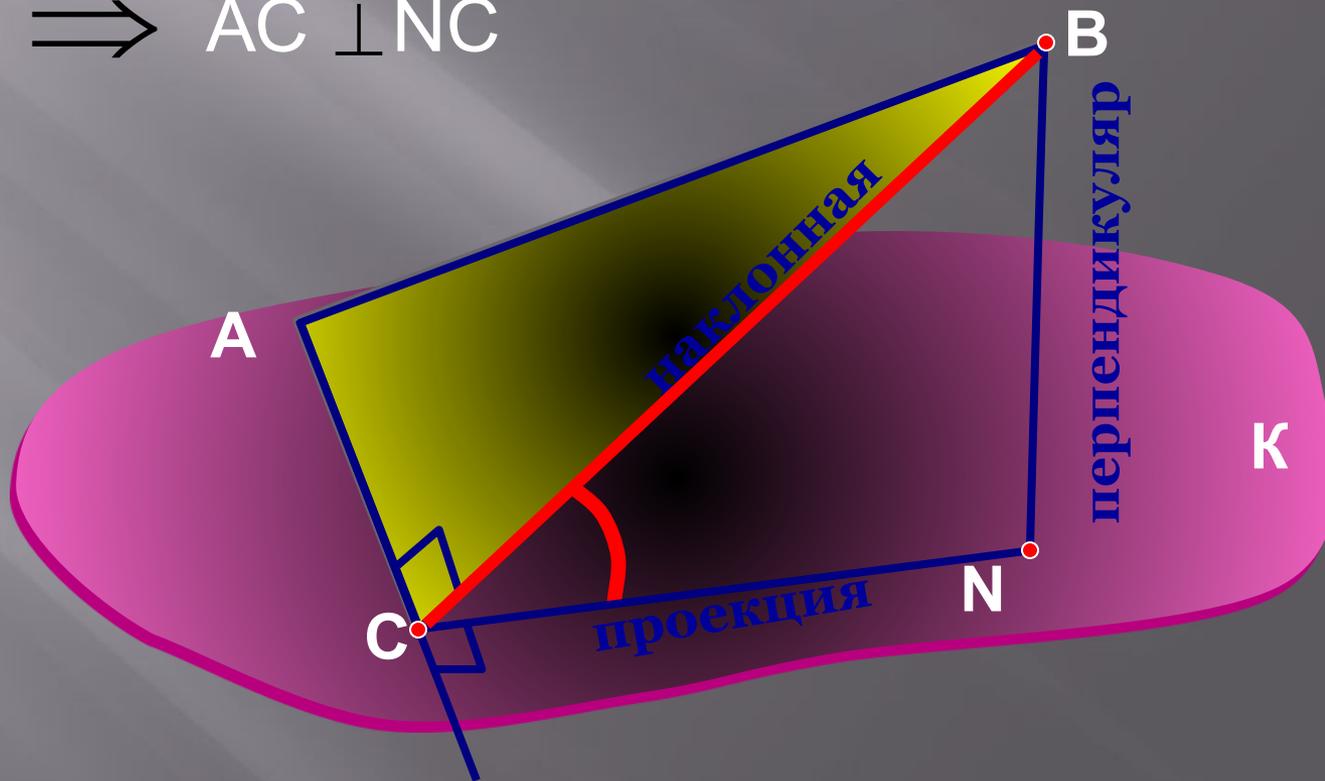
Угол  $BMN$  – линейный угол двугранного угла ВАСК

# Устно:

Построить линейный угол двугранного угла  
ВАСК.

Треугольник ABC – прямоугольный.

$$AC \perp BC \xRightarrow{\text{ТПП}} AC \perp NC$$



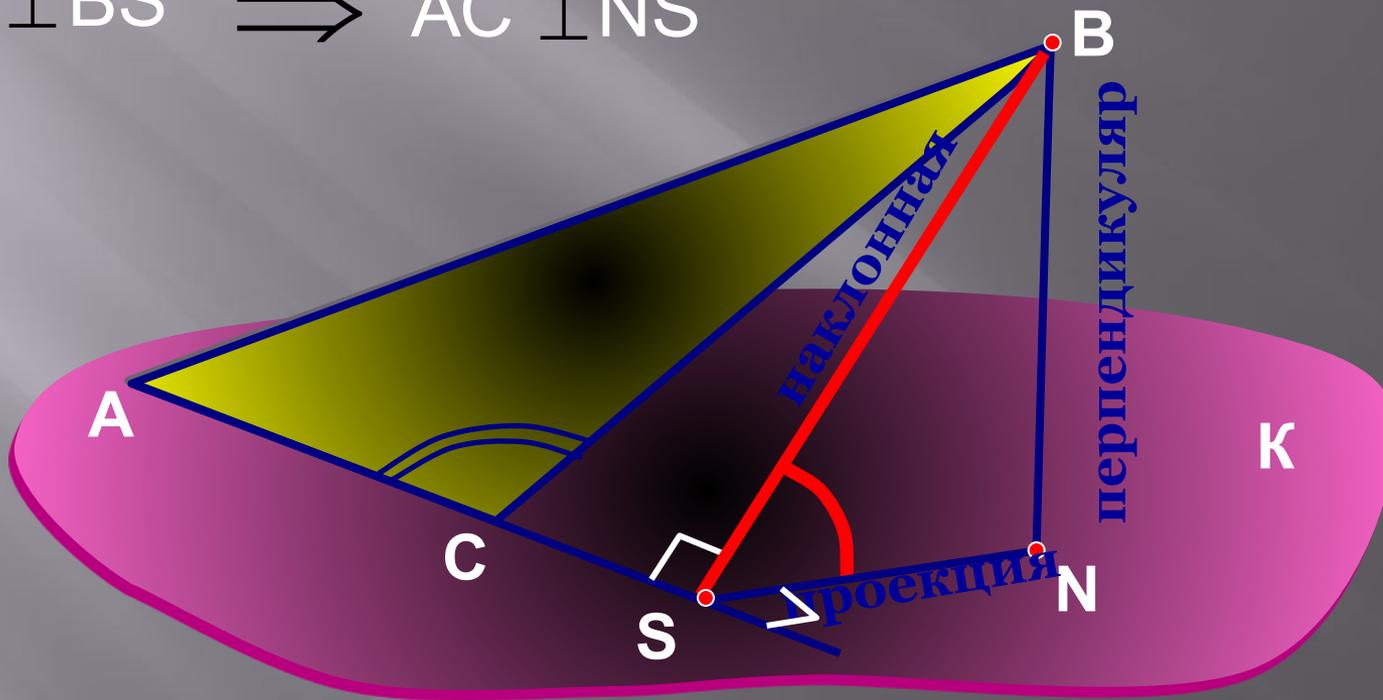
Угол BCN – линейный угол двугранного угла ВАСК

# Устно:

Построить линейный угол двугранного угла  
BACK.

Треугольник ABC – тупоугольный.

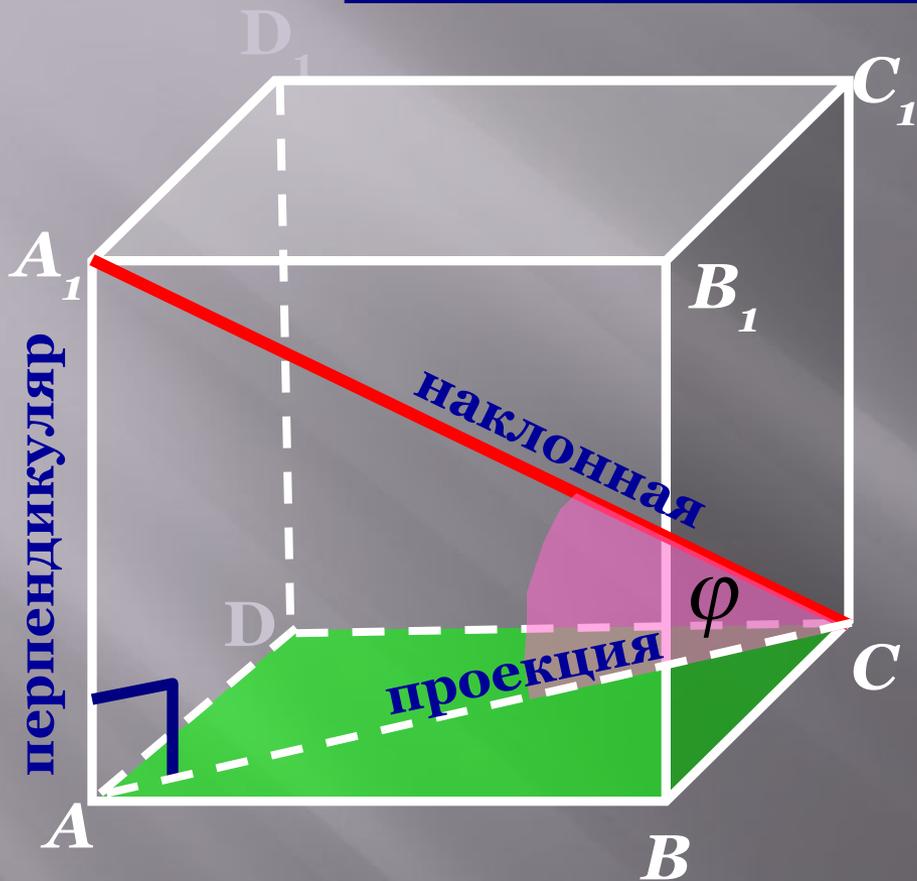
$$AC \perp BS \stackrel{\text{ТТП}}{\implies} AC \perp NS$$



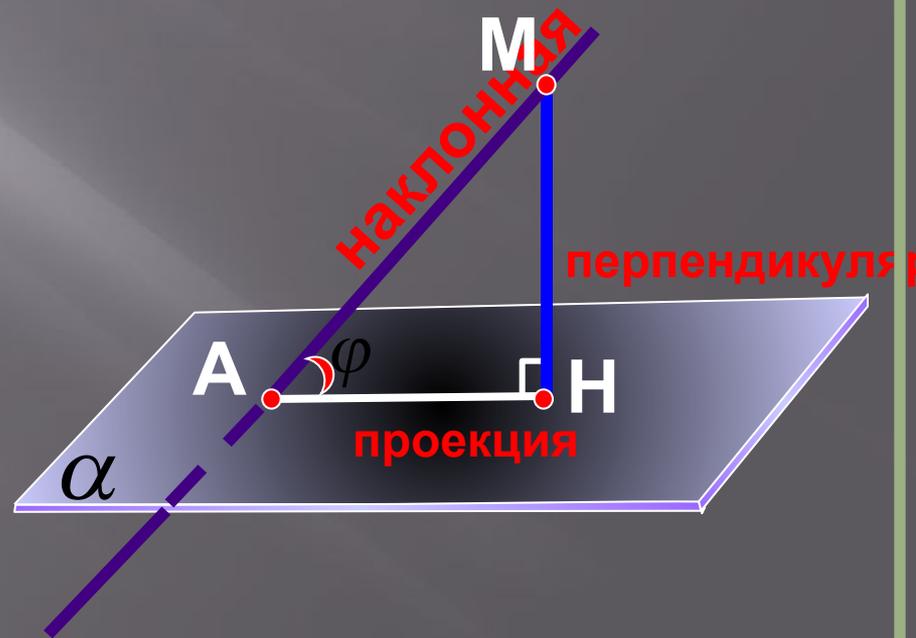
Угол BSN – линейный угол двугранного угла BACK

**Устно:**

Найдите тангенс угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.



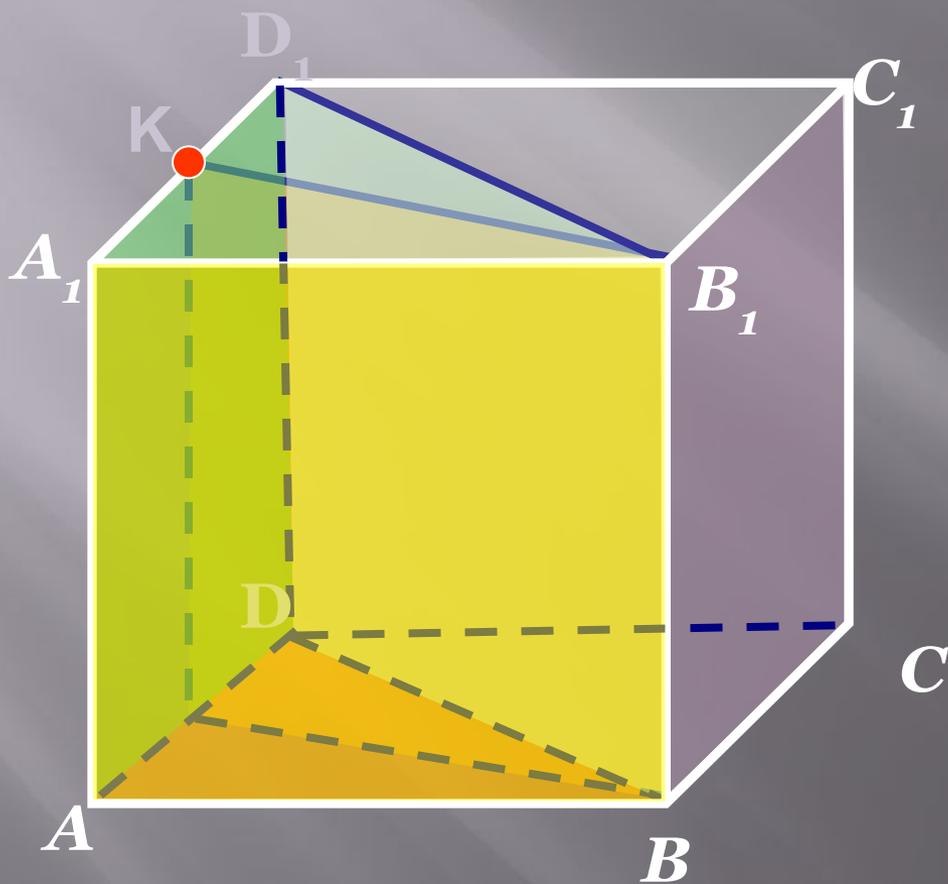
Подсказка



Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на

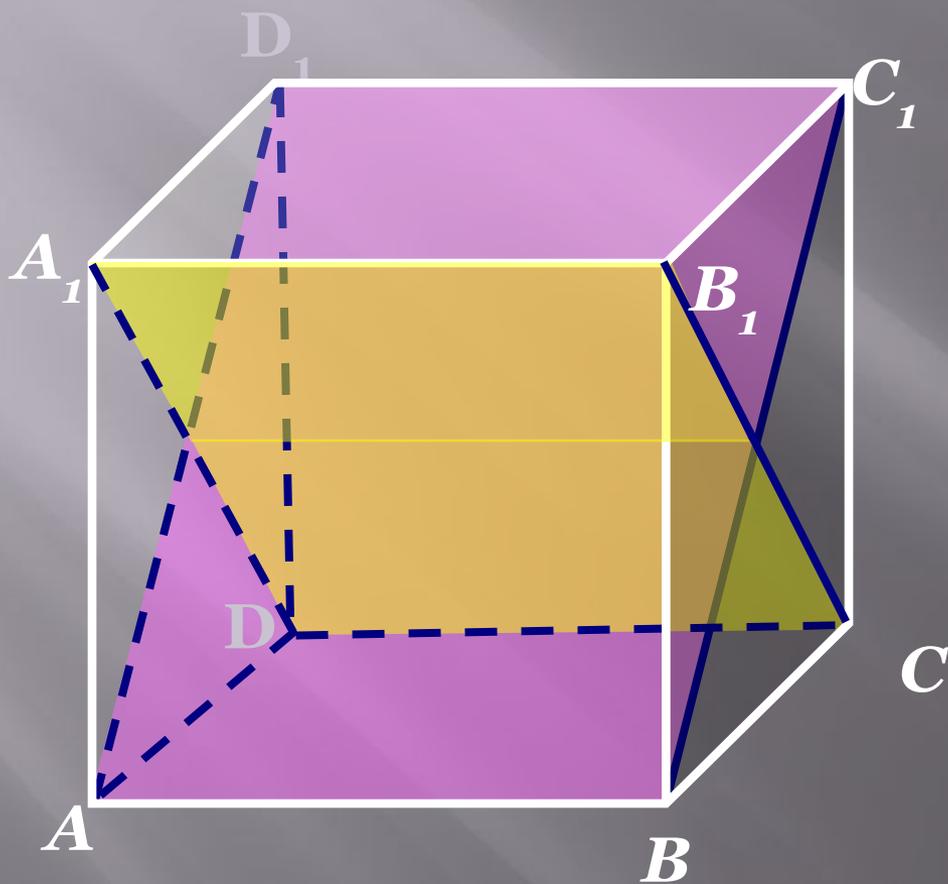
**УСТНО:**

Дан куб. Найдите следующие двугранные углы:  
а)  $\angle ABB_1C$ ; б)  $\angle ADD_1B$ ; в)  $\angle A_1BB_1K$ ,  
где  $K$  середина ребра  $A_1D_1$



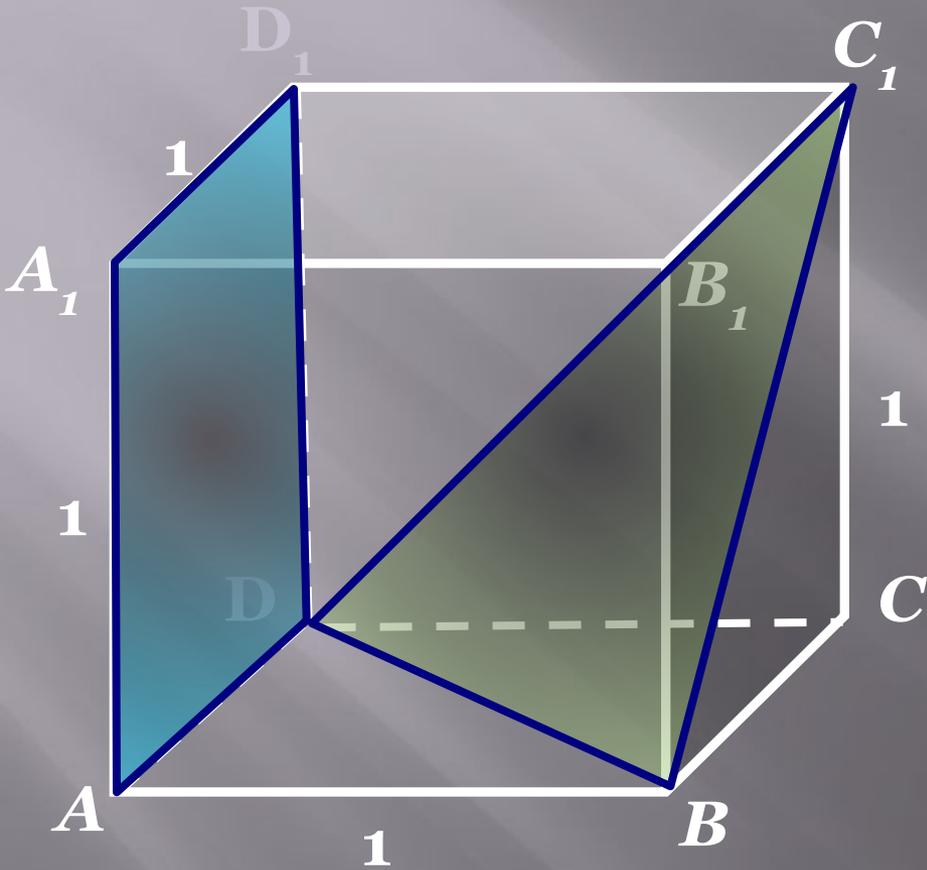
**УСТНО:**

В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ , Докажите, что плоскости  $ABC_1$  и  $A_1B_1D$  перпендикулярны.



**№  
1**

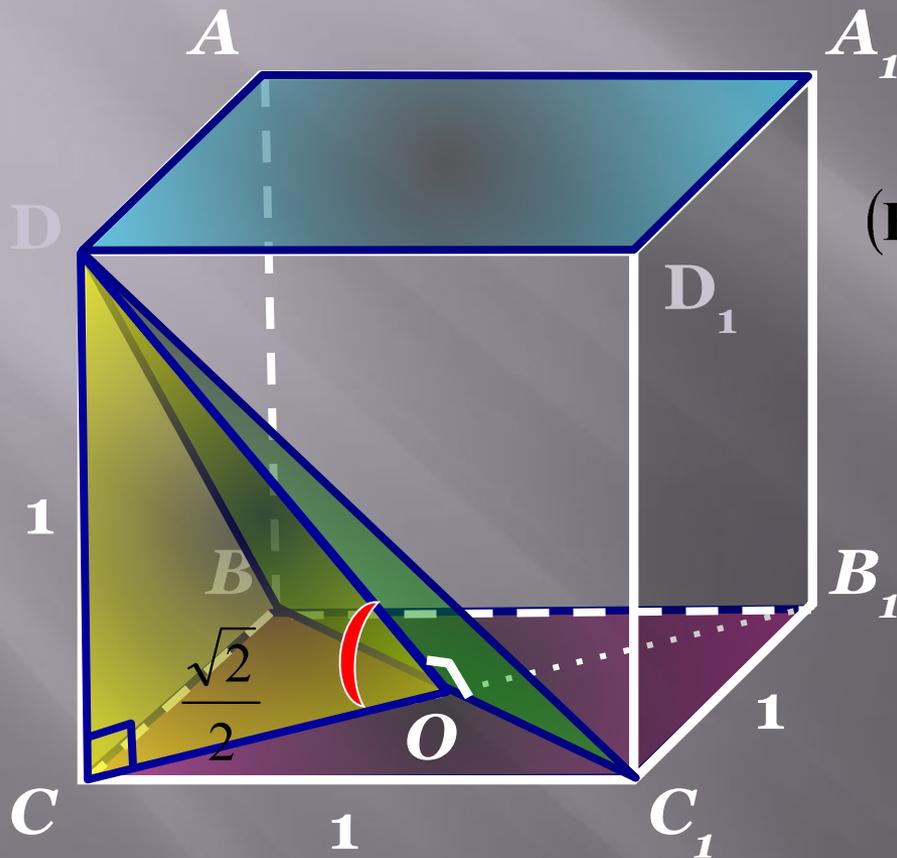
**В единичном кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите тангенс угла между плоскостями  $ADD_1$  и  $ВДС_1$ .**



**Задача окажется значительно проще, если расположить куб иначе!!!**

№  
1

В единичном кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите тангенс угла между плоскостями  $ADD_1$  и  $ВДС_1$ .



1) Плоскость  $ADD_1$  параллельна плоскости  $BCC_1$ ,  $\Rightarrow$  искомый угол равен углом между плоскостями  $BCC_1$  и  $ВДС_1$ .

$$(BCC_1) \cap (ВДС_1) = BC$$

$$OC \perp BC$$

$$OD \perp BC$$

$\Rightarrow \angle DOC$  –  
линейный угол

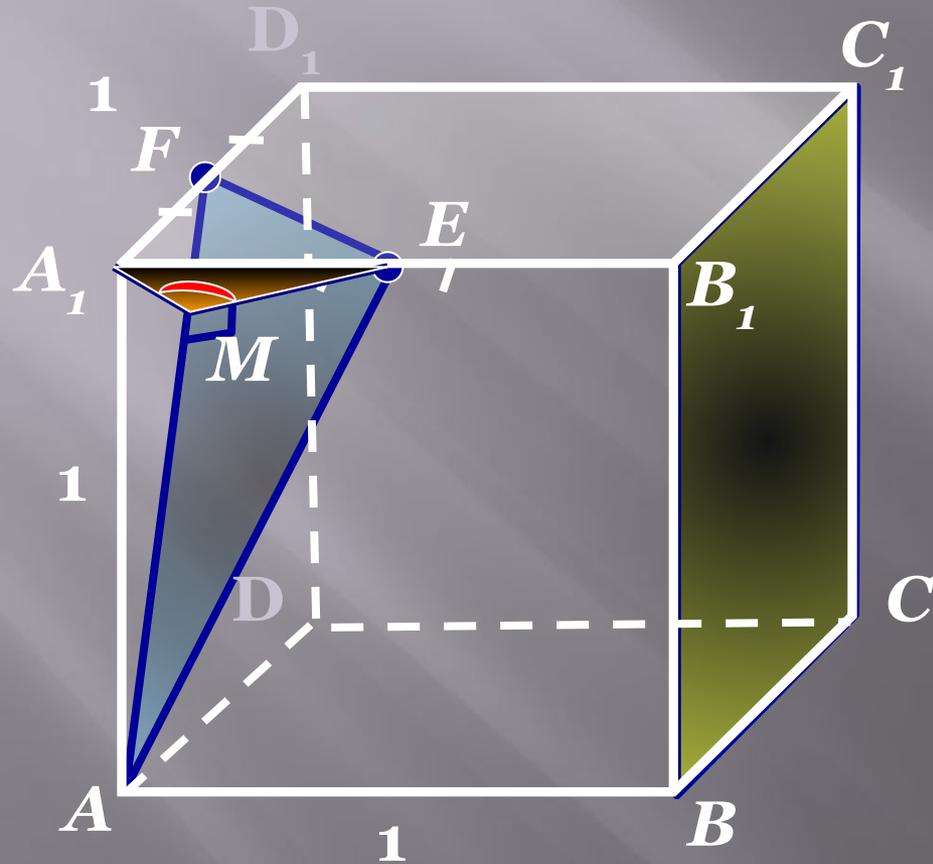
Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

## Критерии оценивания выполнения задания С2

баллы	Критерии оценивания
<b>2</b>	Правильный ход решения. Верно построен или описан искомый угол. Получен верный ответ
<b>1</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1) Правильный ход решения. Получен верный ответ, но имеется ошибка в построении и описании искомого угла, не повлиявшая на ход решения</li><li>2) Правильный ход решения. Верно построен и описан искомый угол, но имеется ошибка в одном из вычислений, допущенная из-за невнимательности, в результате чего получен неверный ответ</li></ol>
<b>0</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1) Ход решения правильный, но оно не доведено до конца, или решение отсутствует. Нет ответа</li><li>2) Ход решения правильный, но имеются существенные ошибки в вычислениях, приведшие к неправильному ответу</li><li>3) Неправильный ход решения, приведший к неверному ответу</li><li>4) Верный ответ получен случайно или неверным</li></ol>

**№  
2**

В единичном кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точки  $E, F$  – середины ребер соответственно  $A_1 B_1$  и  $A_1 D_1$ . Найдите тангенс угла между плоскостями  $AEF$  и  $BCC_1$ .

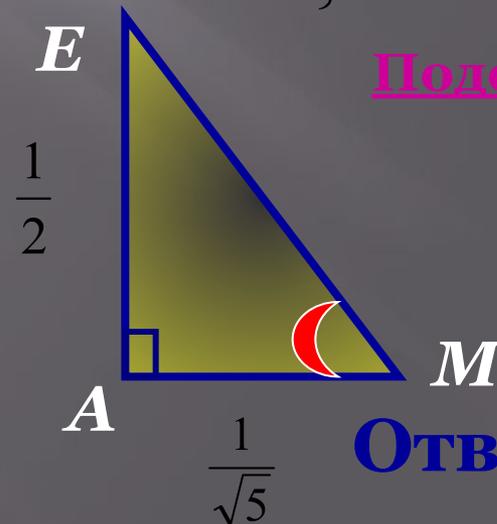


1) Плоскость  $ADD_1$  параллельна плоскости  $BCC_1$ ,  $\Rightarrow$  искомый угол равен углом между плоскостями  $ADD_1$  и  $AEF$ .

$(ADD_1) \cap (AEF) = AF$   
 $EM \perp AF$   
 $AM \perp AF$

$\Rightarrow \angle AME$  – линейный угол

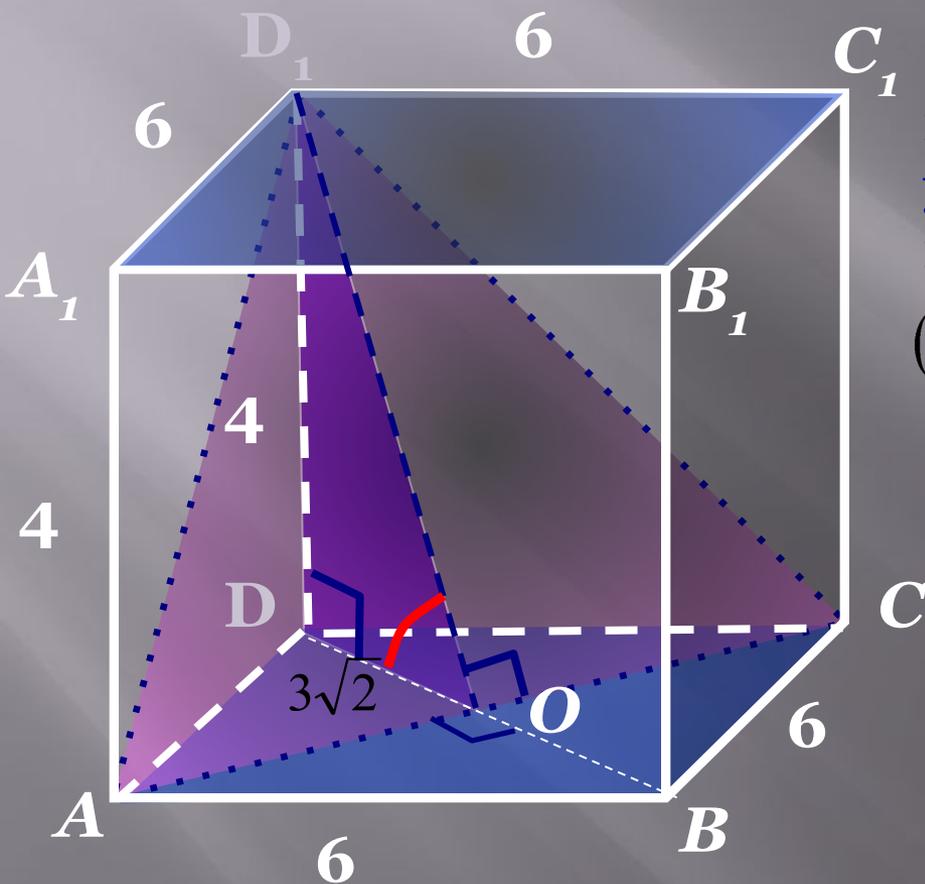
Подсказка:



**Ответ:**  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

№  
3

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$ , у которого  $AB = 6$ ,  $BC = 6$ ,  $CC_1 = 4$ , найдите тангенс угла между плоскостями  $ACD_1$  и  $A_1B_1C_1$ .



1) Плоскость  $ABC$  параллельна плоскости  $A_1B_1C_1$ ,  $\Rightarrow$  искомый угол равен углом между плоскостями  $ACD_1$  и  $A_1B_1C_1$ .

$$(ABC) \cap (AD_1C) = AC$$

$$D_1O \perp AC$$

$$DO \perp AC$$

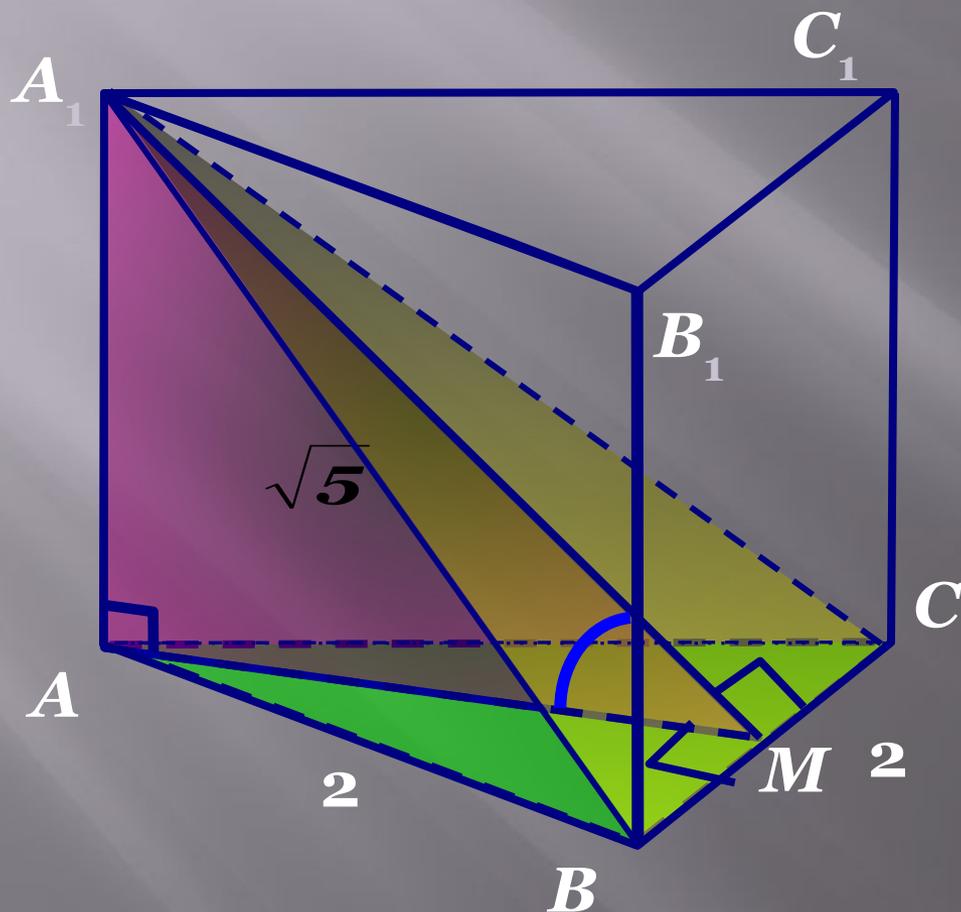
$\Rightarrow \angle DOD_1$  –  
линейный угол

Ответ:  $\frac{\sqrt{17}}{8}$

№

4

Сторона основания правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна 2, а диагональ боковой грани равна  $\sqrt{5}$ . Найдите угол между плоскостью  $A_1BC$  и плоскостью основания призмы.



(ДЕМО 2011)

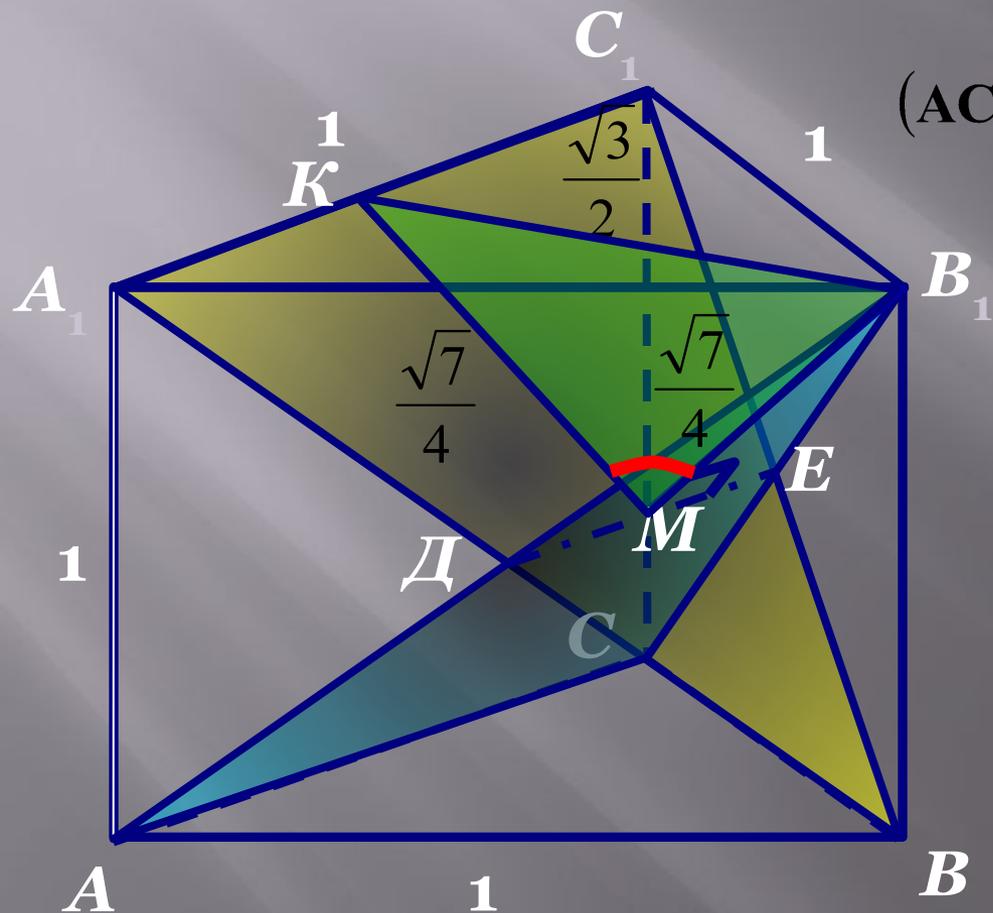
самостоятельно

Ответ:  $30^\circ$

№

5

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между плоскостями  $ACB_1$  и  $BA_1C_1$ .



$$(ACB_1) \cap (BA_1C_1) = DE$$

$$B_1M \perp DE$$

$$MK \perp DE$$

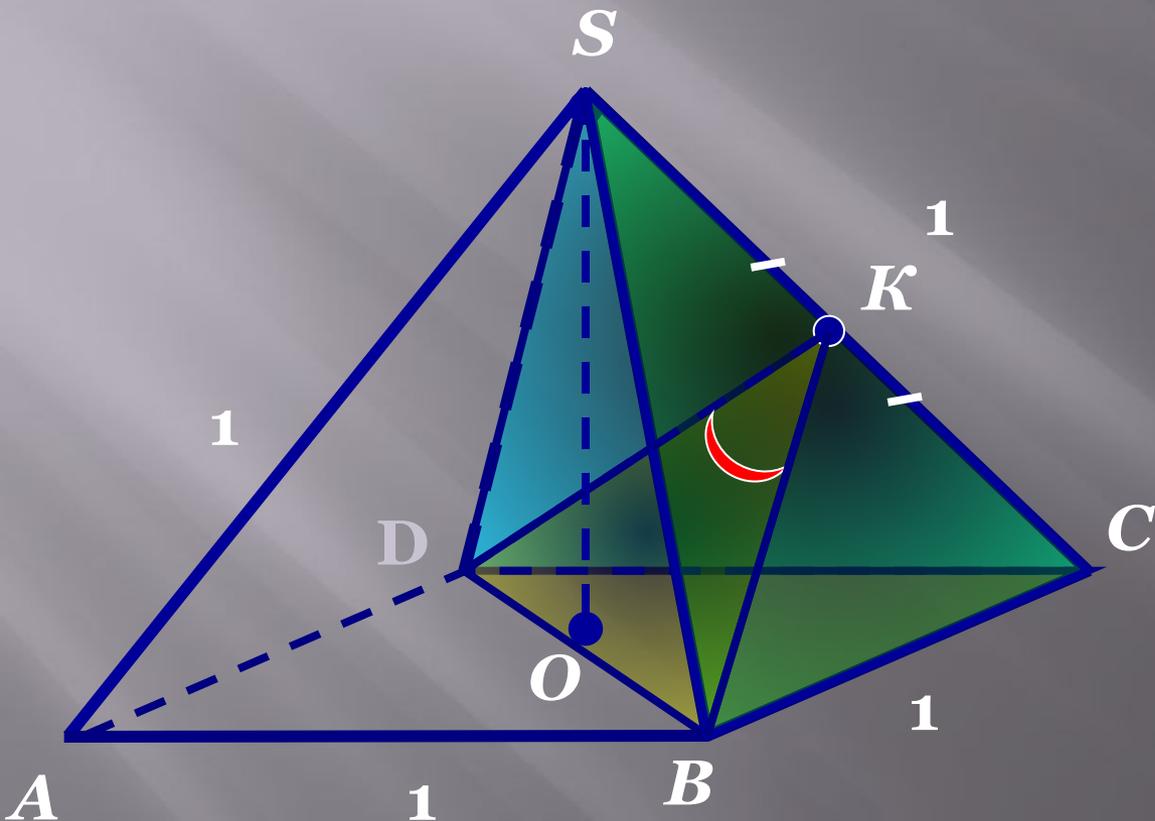
$\Rightarrow \angle KMB_1$  –  
линейный угол

Ответ:  $\frac{11}{7}$

№  
6

В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1. Найдите косинус двугранного угла, образованного гранями  $SBC$  и  $SCD$ .

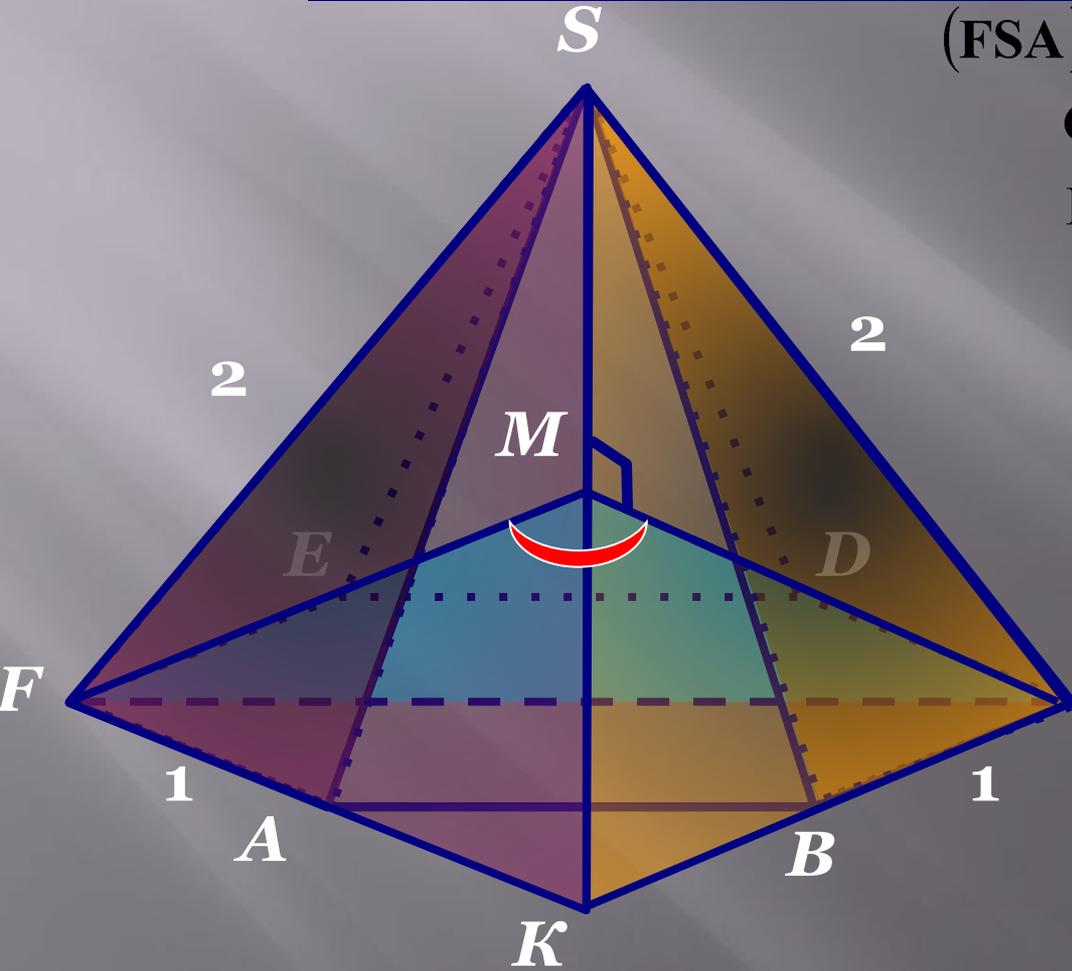
Самостоятельно:



Ответ:  $-\frac{1}{3}$

№  
7

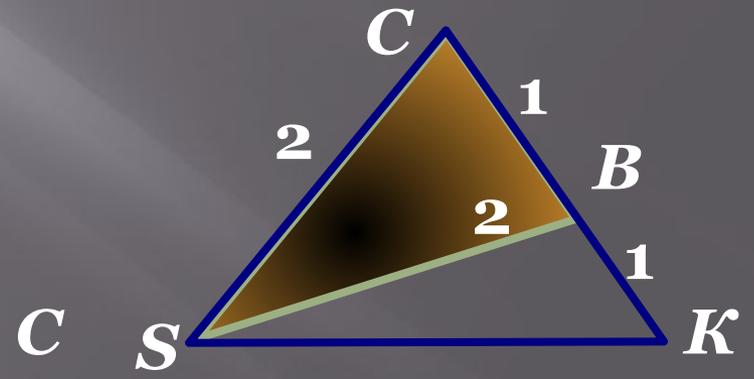
В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$ , стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите косинус угла между плоскостями  $SAF$  и  $SBC$ .



$(FSA) \cap (SBC) = SK$   
 $CM \perp SK$   
 $FM \perp SK$

$\Rightarrow \angle CMF$  –  
 линейный угол

Подсказка:



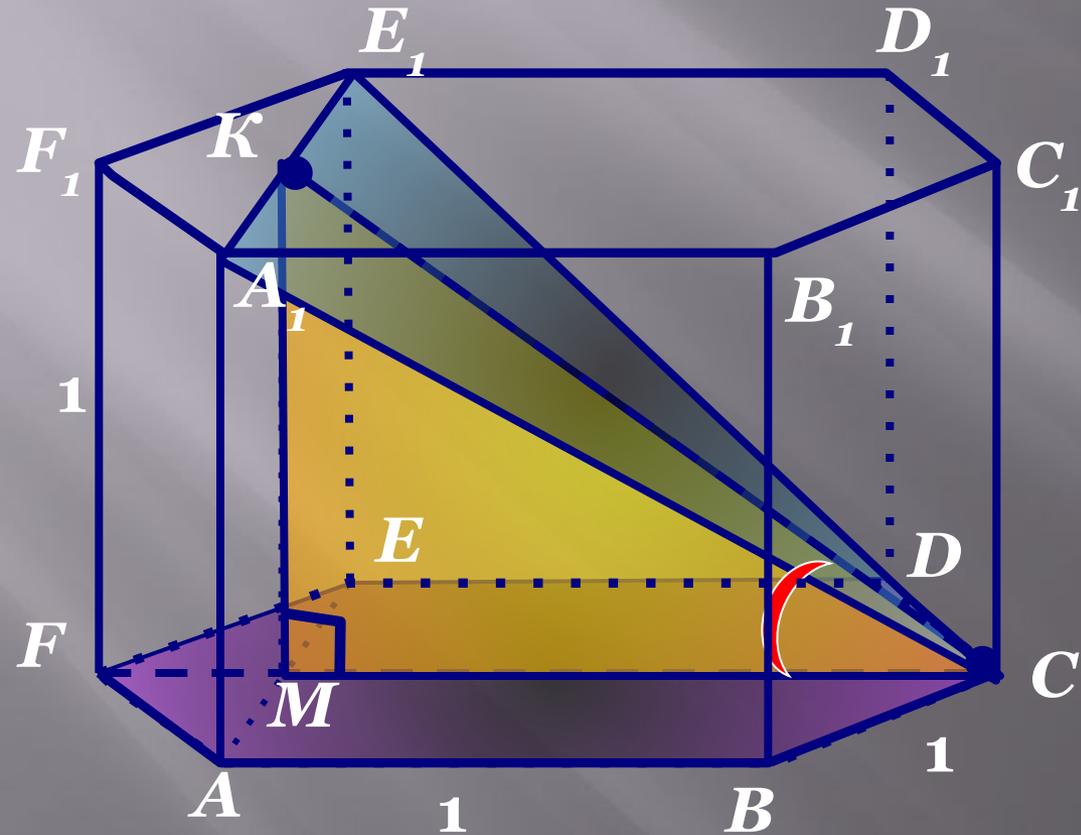
$$\cos \angle C = \frac{1}{4} \Rightarrow SK = \sqrt{6}$$

**Ответ: 0,2**

№  
8

В правильной шестиугольной призме  $A \dots F_1$ ,  
все ребра которой равны 1, найдите  
угол между плоскостями  $ABC$  и  $CA_1E_1$ .

Самостоятельно:



Ответ:  $\frac{2}{3}$

# Литература

1. **В.А. Смирнов ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия. / Под. редакцией А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2011.**

