

**Правило умножения.  
Перестановки и факториалы**

1. Правило умножения.
2. Применение правила умножения для решения задач.
3. Перестановки и факториалы.

Раздел математики, посвященный исследованию количественных оценок случайных событий, называют *теорией вероятности*.

*Комбинаторика* – это искусство подсчета числа различных комбинаций, соединений, сочетаний, перестановок тех или иных элементов некоторых множеств.

**Задача № 1.** Из цифр 2, 4, 7 следует составить трехзначное число, в котором ни одна цифра не может повторяться более двух раз. Сколько всего таких чисел можно составить?

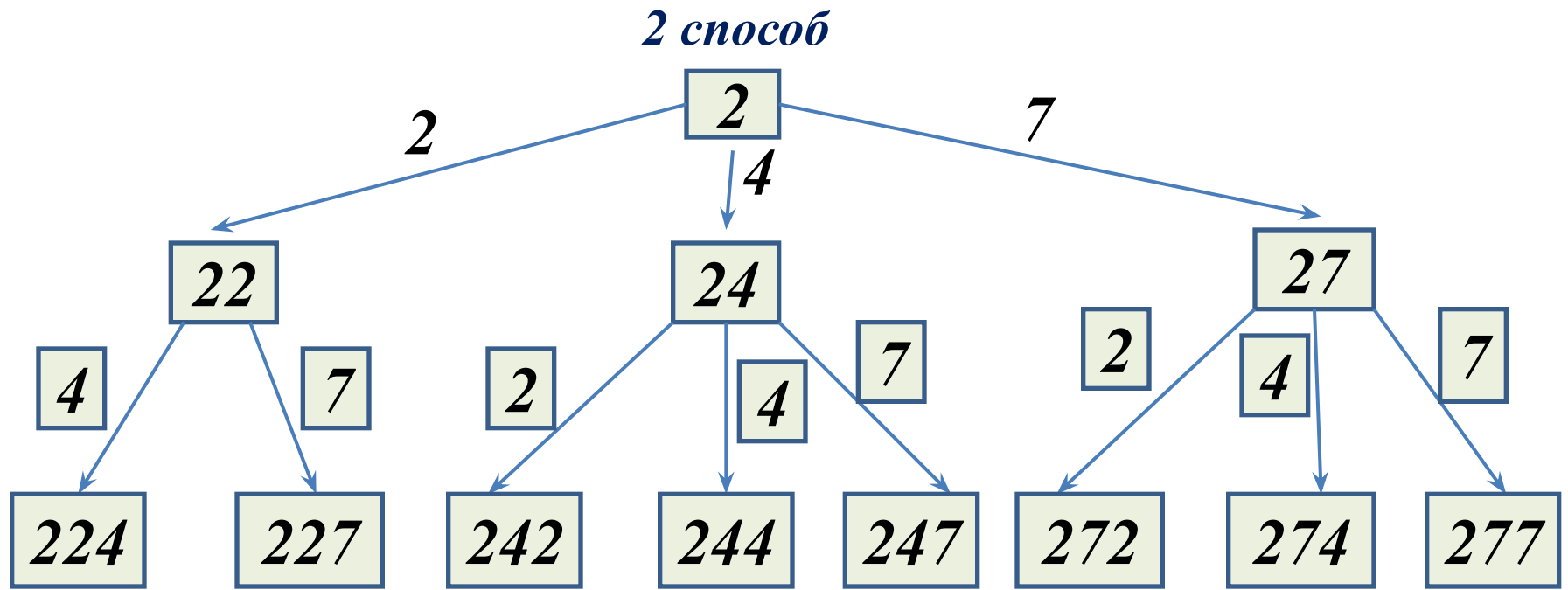
**Решение.**

**1 способ.** Найдем количество всех трехзначных чисел, которые начинаются с цифры 2: 224, 227, 242, 272, 244, 277, 247, 274 – 8 чисел.

Найдем количество всех трехзначных чисел, которые начинаются с цифры 4: 442, 447, 424, 474, 422, 477, 427, 472 – 8 чисел.

Найдем количество всех трехзначных чисел, которые начинаются с цифры 7: 772, 774, 727, 747, 722, 744, 724, 742 – 8 чисел.

**Ответ: 24 числа.**



Всего 8 чисел

Мы составили ***дерево возможных вариантов*** трехзначных чисел, где на первом месте стоит цифра 2. Составим дерево возможных вариантов для трехзначных чисел, где на первом месте стоит цифра 4, получим 8 чисел и для трехзначных чисел, где на первом месте стоит цифра 7, тоже 8 чисел. ***Всего 24 числа.***

## Правило умножения

*Для того чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний  $A$  и  $B$ , следует перемножить число всех исходов испытания  $A$  и число всех исходов испытания  $B$ .*

# Применение правила умножения при решении задач

**Задача.** Сколько среди четырёхзначных чисел, составленных из цифр 3, 4, 6, 8 (без повторений), таких, которые начинаются с цифры 3?

А. 24      Б. 18      В. 6      Г. 12

## Решение

На первое место можно поставить **только одну** цифру – 3.

На второе место можно поставить любую из **трёх**: 4, 6 или 8.

На третье место можно поставить любую из **двух** оставшихся цифр.

На четвертое место можно поставить **одну** оставшуюся цифру

Используя правило умножения получаем  **$1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$**

**Ответ: В.**

**Задача.** Найдите сумму цифр всех четырехзначных чисел, которые можно составить из цифр 2, 4, 6, 8 (без повторения).

А. 360    Б. 480    В. 240    Г. 400

## Решение

Все числа состоят из одних и тех же цифр, значит сумма цифр каждого числа одинаковая и равна  $2+4+6+8=20$ .

Выясним сколько таких четырехзначных чисел существует.

На первое место можно поставить любую из **четырёх** данных цифр.

На второе место любую из **трёх** оставшихся цифр.

На третье место любую из **двух** оставшихся цифр.

На четвёртое место **одну** оставшуюся цифру.

По правилу умножения получаем  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  числа.

Сумма цифр 24 чисел составляет  $24 \cdot 20 = 480$ .

**Ответ: Б.**



**Задача.** Из класса, в котором учится 15 девочек и 10 мальчиков, нужно выбрать одну девочку и одного мальчика для ведения школьного вечера. Сколькими способами это можно сделать?

## *Решение*

Применим правило умножения: девочку можно выбрать **15** способами,

мальчика – **10** способами,

пару мальчик – девочка –  **$15 \cdot 10 = 150$**  способами.

**Ответ: 150.**

**Задача.** В чемпионате города по футболу играет десять команд. Сколькими способами могут распределиться три призовых места?

## **Решение**

На первое место можно поставить любую из **10** команд,  
на второе – любую из **9** оставшихся,  
на третье – любую из **8** оставшихся.

По правилу умножения общее число способов, которыми можно распределить три места, равно  **$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$** .

**Ответ:** 720.

**Задача.** В расписании уроков на среду для первого класса должно быть четыре урока: два урока математики, урок чтения и урок физкультуры. Сколькими способами можно составить расписание на этот день?

## **Решение**

Урок чтения можно поставить на любой из **четырёх** уроков,

Урок физкультуры – на любой из **трёх** оставшихся.

После этого для двух уроков математики останется **единственный** вариант поставить их в расписание.

По правилу умножения общее число способов составить расписание на среду равно  **$4 \cdot 3 = 12$** .

**Ответ: 12.**

**Задача.** В конференции участвовало 30 человек. Каждый участник с каждым обменялся визитной карточкой. Сколько всего понадобилась карточек?

**Решение.**

Каждый из 30 участников конференции раздал 29 карточек.

Значит, всего было роздано  $30 \cdot 29 = 870$  карточек.

**Ответ.** 870.

**Задача.** Сколько трёхзначных чисел можно записать, используя только цифры 0, 2, 4, 6?

## **Решение**

На первое место можно поставить любую из цифр, кроме нуля, - это **3 варианта** ;

на второе место – любую из **4** цифр и

на третье – тоже любую из **4** цифр.

По правилу умножения общее количество вариантов равно  **$3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$** .

**Ответ: 48.**

**Задача.** В меню школьной столовой 2 различных супа, 4 вторых блюда и 3 вида сока. Сколько можно составить вариантов обеда из трех блюд?

## **Решение**

Первое блюдо можно выбрать **2 способами**,  
второе блюдо – **4 способами** и  
третье блюдо – **3 способами**.

По правилу умножения общее количество вариантов равно  **$2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$** .

**Ответ: 24.**

## Вопрос 4      Перестановки и факториалы

**Задача № 1.** *В семье шесть человек, а за столом в кухне шесть стульев. Было решено каждый вечер перед ужином рассаживаться на эти шесть стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?*

### *Решение*

Предположим, что первой садится бабушка. У нее имеется **6** вариантов выбора стула.

Вторым садится дедушка и независимо выбирает стул из **5** оставшихся

Мама делает свой выбор третьей, и выбор у нее будет из **4** стульев

У папы будет уже **3** варианта, у дочки – **2**, ну а у сын сядет на **единственно** незанятый стул.

По правилу умножения имеем  $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ .

**Ответ:** 720 дней.

**Определение.** Произведение подряд идущих первых  $n$  натуральных чисел обозначают  $n!$  и называют «эн факториал»:  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ .

*Задача № 2. В 9 «А» классе в среду семь уроков: алгебра, геометрия, литература, русский язык, английский язык, биология и физкультура. Сколько вариантов расписания можно составить на среду?*

*Решение*

Для алгебры – **7** вариантов. Для геометрии – **6** вариантов.

Для литературы – **5** вариантов и т. д.

По правилу умножения получаем:  $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7! =$   
**5040.**

**Ответ: 5040.**



**Определение.** Перестановкой называется множество из  $n$  элементов, записанных в определённом порядке.

*Теорема о перестановках элементов конечного множества:*

$n$  различных элементов можно расставить по одному на  $n$  различных мест ровно  $n!$  способами.


$$P_n = n!$$

**Задача.** *Четыре друга купили билеты в кино: на 1-е и 2-е места в первом ряду и на 1-е и 2-е места во втором ряду. Сколькими способами друзья могут занять эти 4 места в кинотеатре?*

### *Решение*

Используя теорему о перестановках имеем: **4-е** друга могут занять по одному **4-е** различных места ровно **4!** способами.

$$P_n = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

**Ответ:** *24 способа.*

**Задача.** Сколькими способами можно с помощью букв *K, L, M, N* обозначить вершины четырехугольника?

## *Решение*

Используя теорему о перестановках имеем: **4-е** различные буквы можно записать по одной около **4-ех** различных вершин многоугольника ровно **4!** способами.

$$P_n = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

**Ответ:** 24 способа.

**Задача.** Сколько различных нечетных пятизначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр 1, 2, 4, 6, 8?

## *Решение*

Т.к. числа должны быть нечётными, то на последнем пятом месте может быть только нечётная цифра – это **1**.

Осталось **4-е** цифры(2, 4, 6, 8) и **4-е** разряда.

Используя теорему о перестановках имеем:  $P_n = 4! = 24$

**Ответ:** 24 числа.

**Задача.** Сколько различных чётных пятизначных чисел, все цифры которых различны, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5?

### *Решение*

Т. к. числа должны быть чётными, значит на последнем пятом месте должна стоять чётная цифра – это **2** или **4**.

Найдем сколько пятизначных чётных чисел, которые оканчиваются цифрой **2**.

Осталось **4-е** цифры (1, 3, 4, 5) и **4-е** разряда. Применяя теорему о перестановках имеем:  $P_n = 4! = 24$  числа.

Рассуждая аналогично, получим, что пятизначных чётных чисел, оканчивающихся цифрой **4**, тоже **24**.

Получаем:  $24 + 24 = 48$ .

**Ответ:** 48 чисел.