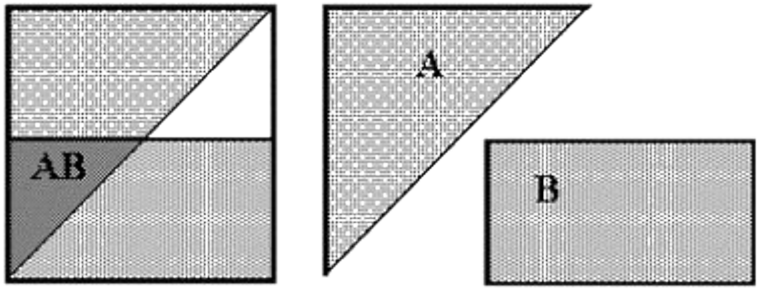
# Занимательная математика

## АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, 11 КЛАСС.

УРОК НА ТЕМУ: ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ.



# Геометрическая вероятность.

Ребята, мы подобрались к завершению изучению разделов теории вероятности. Нам осталось рассмотреть только один случай. До этого количество испытаний, для которых мы вычисляли вероятность, было конечно, но как быть в случае когда у нас бесконечное число, то есть $n=\infty$.

Одним из способов вычисления таких вероятностей является, так называемая, геометрическая вероятность.

# Геометрическая вероятность.

**Пример.** Случайным образом выбирают одно из решений неравенства $|x-5|\le 2$, какова вероятность, того что это решение окажется решением неравенства $|x-2|\le 13$.

**Решение.** Что такое модуль с геометрической точки зрения? Правильно он показывает расстояние между точками стоящими под знаком модуля. $|x-5|\le 2$ – означает что расстояние между x и 5 расстояние не больше 2. Изобразим решение неравенства:


Длина получившегося отрезка равна 4.

По аналогии $|x-2|\le 13$ – означает что расстояние между x и 2 расстояние не больше 13.


Длина получившегося отрезка 24.

# Геометрическая вероятность.

Давайте наложим отрезки друг на друга:


Решения неравенства |x-5|≤2 составляют лишь шестую часть от решений неравенства |x-2|≤13. Значит, требуемая вероятность и равна 1/6.

**Ответ**: 1/6.

# Геометрическая вероятность.

Сформулируем общее правило поиска геометрической вероятности: если длину l(A) промежутка A разделить на длину l(X) промежутка X, который целиком содержит промежуток A, то получится вероятность того, что точка, случайно выбранная из промежутка X, попадет в промежуток A:

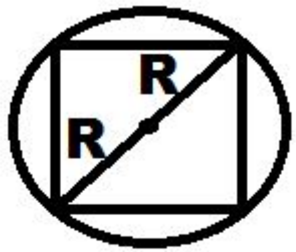
$$P = \frac{l(A)}{l(X)}$$

По аналогии поступают и для более объемных фигур. В двумерном пространстве ищут отношение площадей, а в трехмерном пространстве отношение объемов.

# Геометрическая вероятность

**Пример.** Найти вероятность того, что точка, наудачу брошенная в круг, не попадет в квадрат, вписанный в него.

**Решение.** Схематично изобразим требуемую фигуру:




Пусть радиус круга равен *R* , тогда сторона квадрата равна $\sqrt{2}R$

При этом площадь круга $S_{\text{кр}} = \pi R^2$

а площадь квадрата $S_{\text{кв.}} = 2R^2$

Вероятность того, что точка, наудачу брошенная в круг, не попадет в квадрат, вписанный в него, равна единица минус вероятность что точка попадет в круг, т.е.:

$$P = 1 - \frac{S_{\text{кв.}}}{S_{\text{кр}}} = 1 - \frac{2R^2}{\pi R^2} = 1 - \frac{2}{\pi} = \frac{\pi - 2}{\pi} \approx 0.36$$

В начале у[...] нного числа испытаний, но, казалось бы, где тут бесконечно много испытаний? На самом деле, даже между двумя числами, замкнутыми в отрезок лежит бесконечно много чисел, вот от сюда и вытекает бесконечность.

# Схема Бернулли.

**Задачи для самостоятельного решения.**

**1.** Случайным образом выбирают одно из решений неравенства $|x-3|\le 6$, какова вероятность, того что это решение окажется решением неравенства $|x-1|\le 8$.

**2.** Случайным образом выбирают одно из решений неравенства $|x-2|\ge 2$, какова вероятность, того что это решение окажется решением неравенства $|x-3|\le 15$.

**3.** Найти вероятность того, что точка, наудачу брошенная в квадрат, попадет в окружность, вписанную в него.