

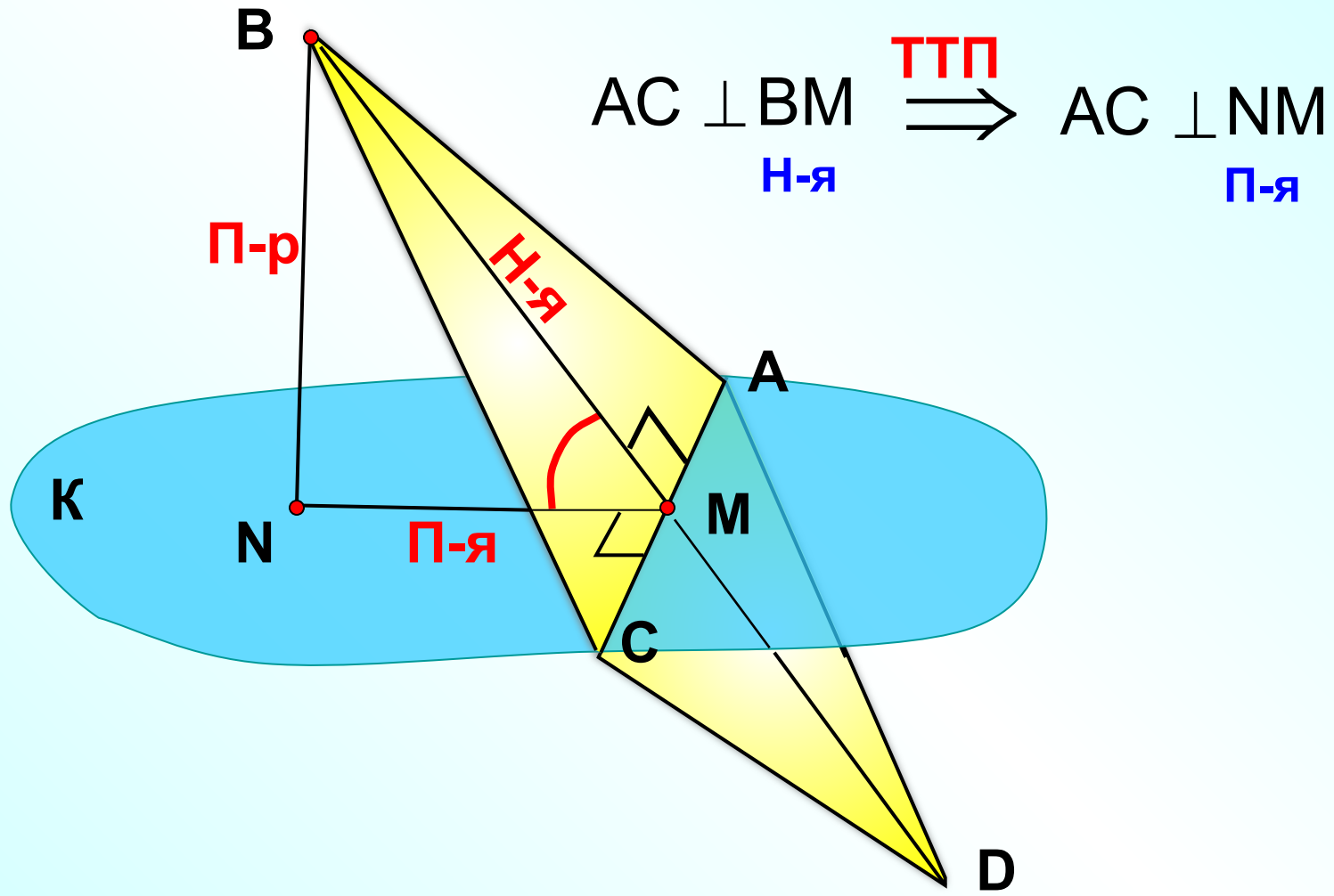
Савченко Е.М., учитель математики,  
МОУ гимназия № , г. Полярные Зори, Мурманской обл.

# Перпендикулярность плоскостей

*Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"*

# Параллелепипед

**Повторение.** Построить линейный угол двугранного угла ВАСК. Четырехугольник ABCD – ромб, AC – диагональ.



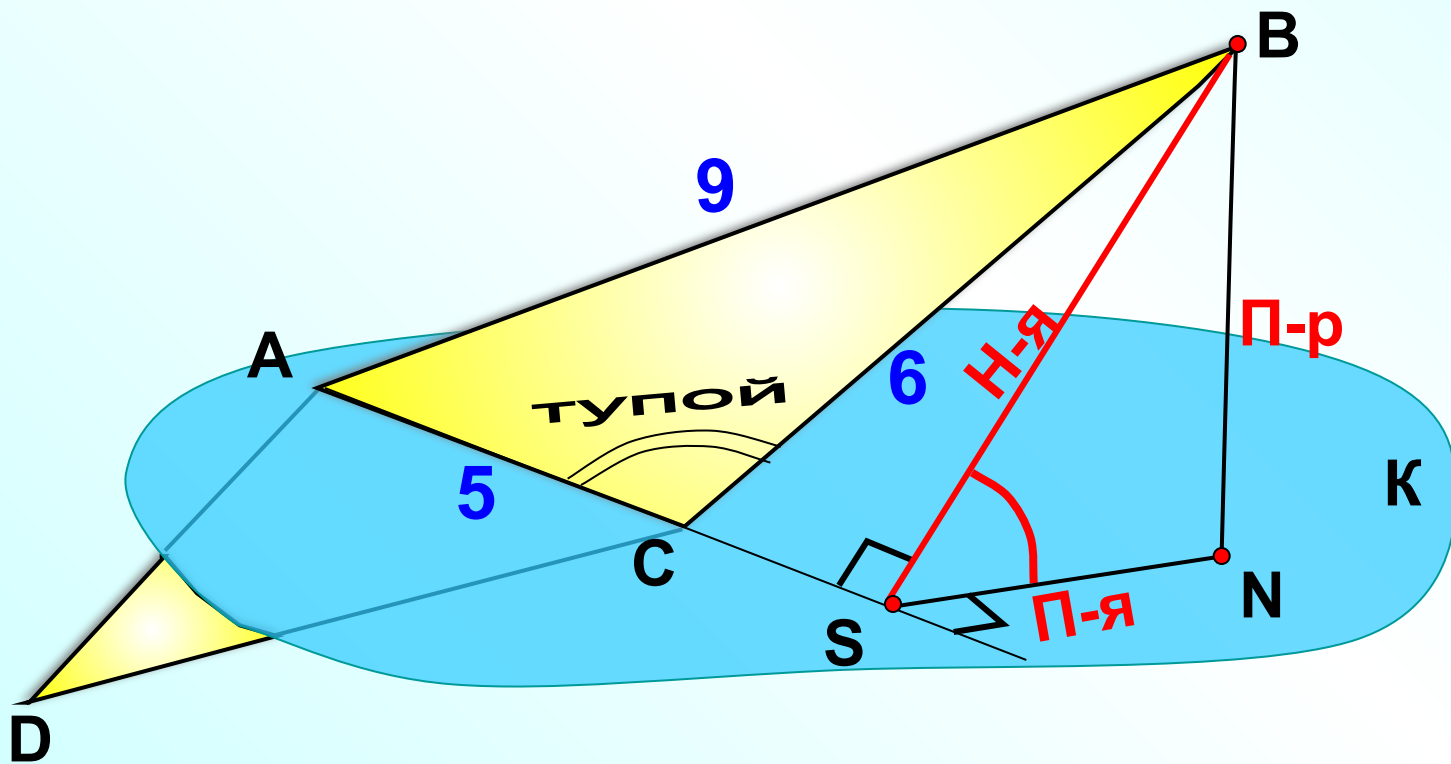
Угол BMN – линейный угол двугранного угла ВАСК



**Повторение.** Построить линейный угол двугранного угла ВАСК.  
 ABCD – четырехугольник, AC – диагональ.

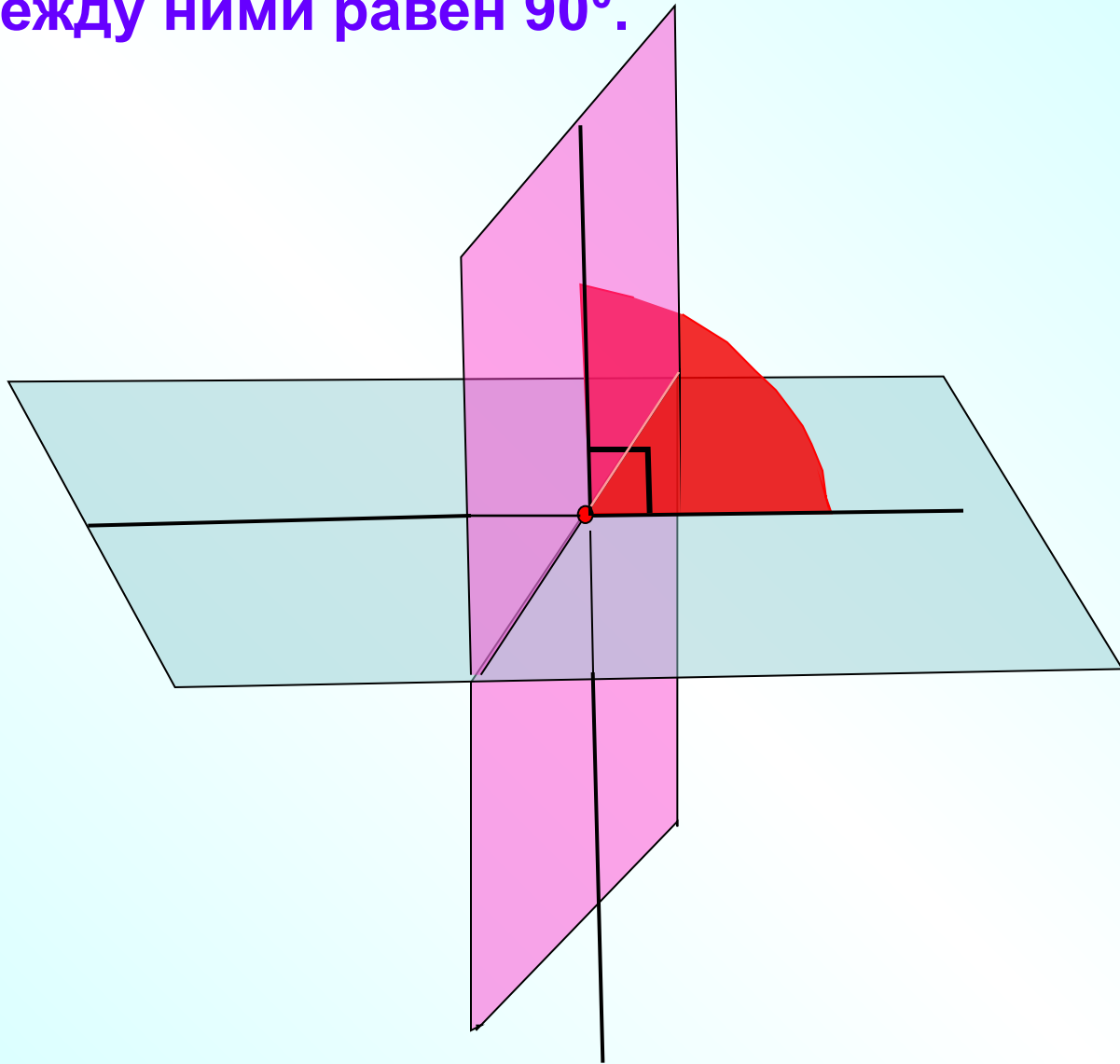
$$AC \perp BS \xRightarrow{\text{ТТП}} AC \perp NS$$

Н-я
П-я



Угол BSN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен  $90^\circ$ .

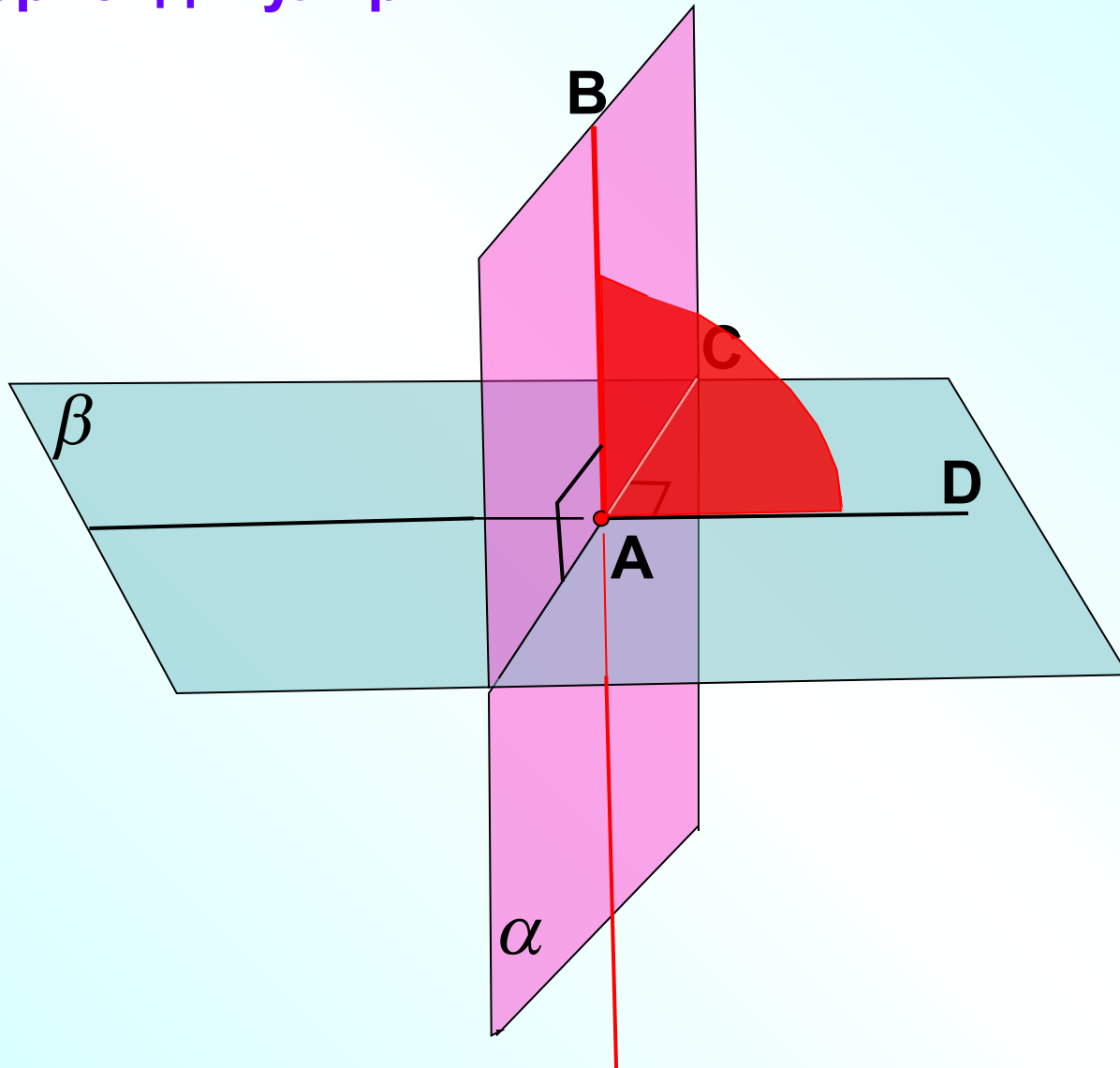




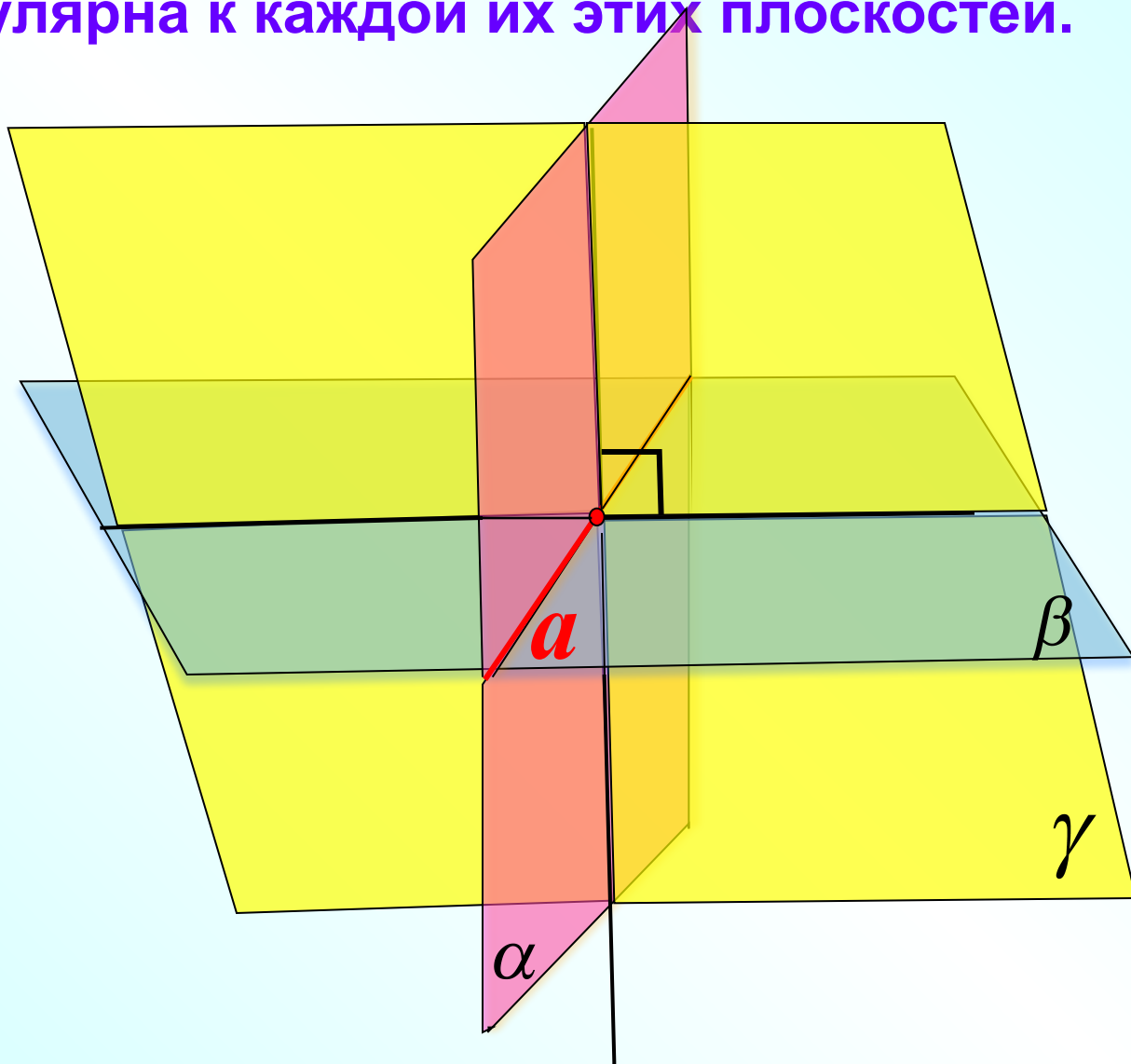
**Примером взаимно перпендикулярных плоскостей служат плоскости стены и пола комнаты, плоскости стены и потолка.**

## Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.



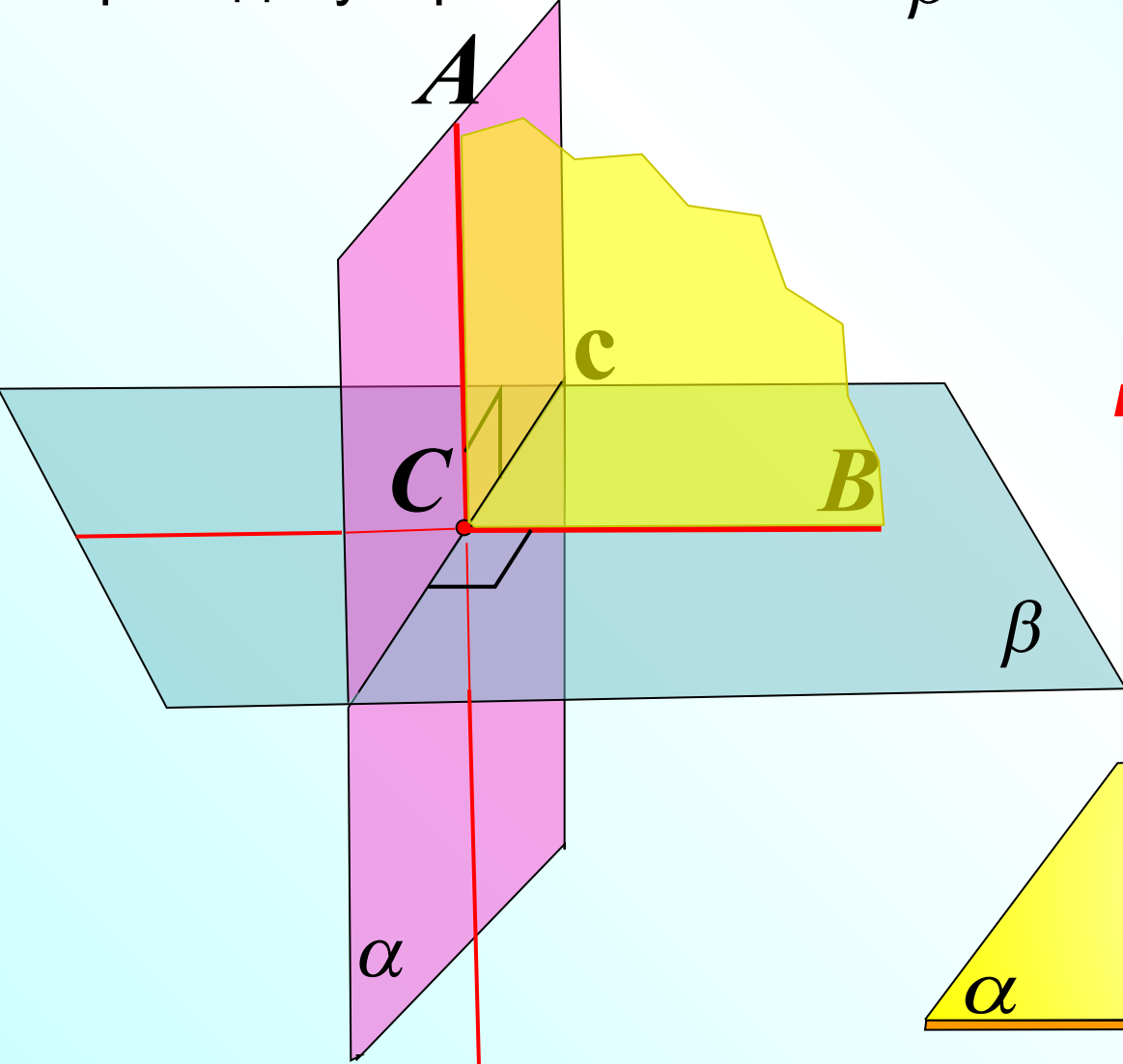
**Следствие.** Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.



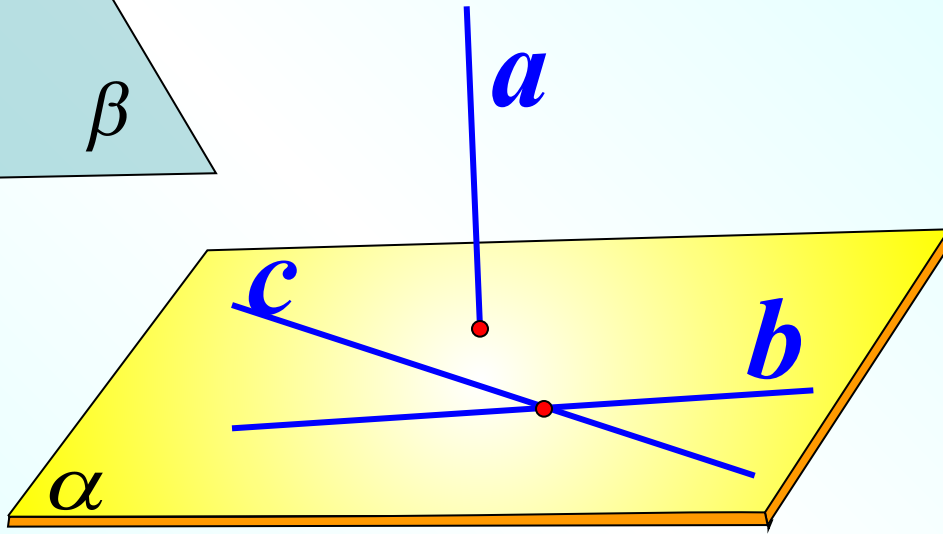


**№ 178.** Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  взаимно перпендикулярны пересекаются по прямой  $c$ . Докажите, что любая прямая плоскости  $\alpha$ , перпендикулярная к прямой  $c$ , перпендикулярна к плоскости  $\beta$ .

Подсказка

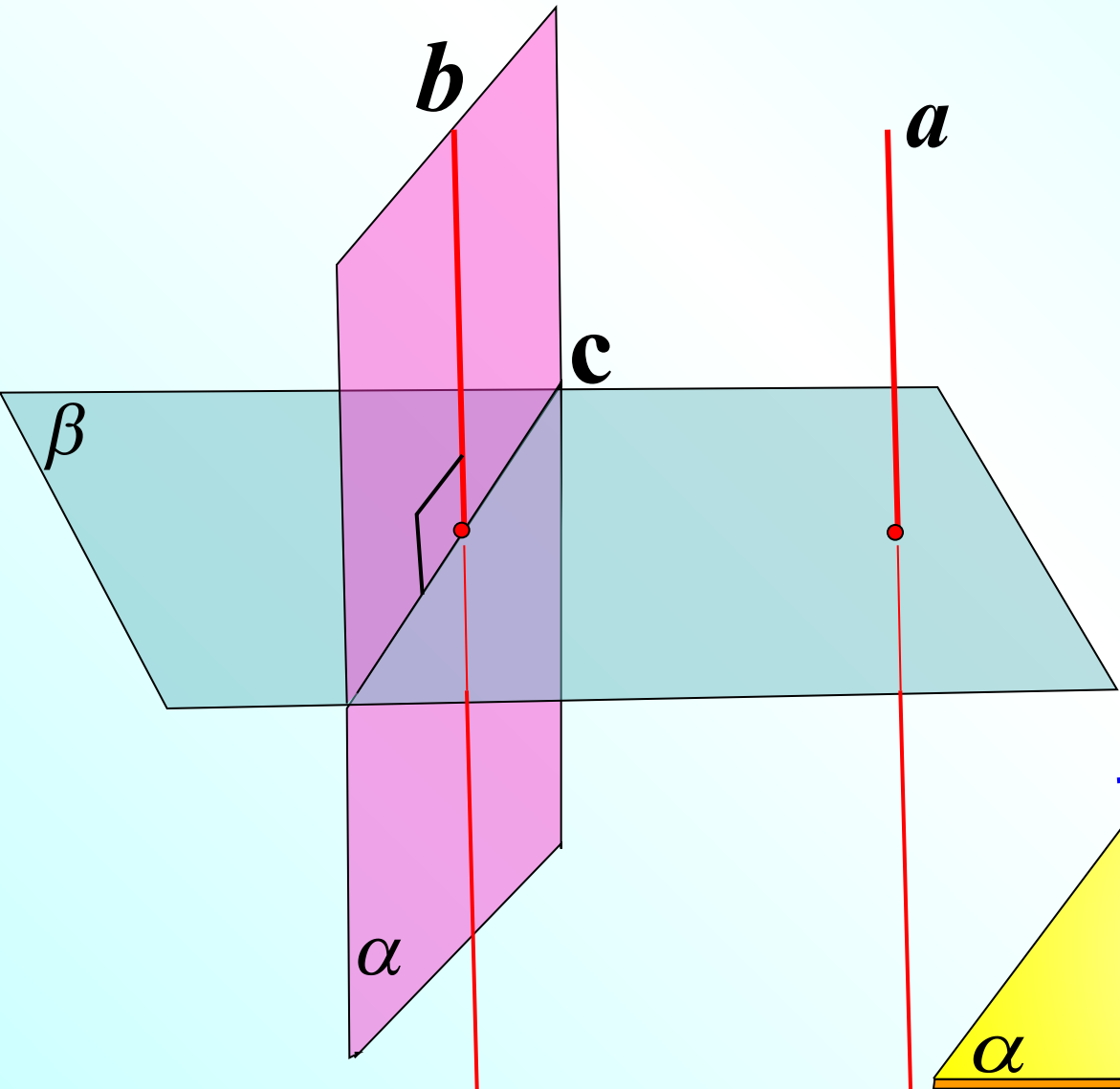


*Признак перпендикулярности прямой и плоскости*

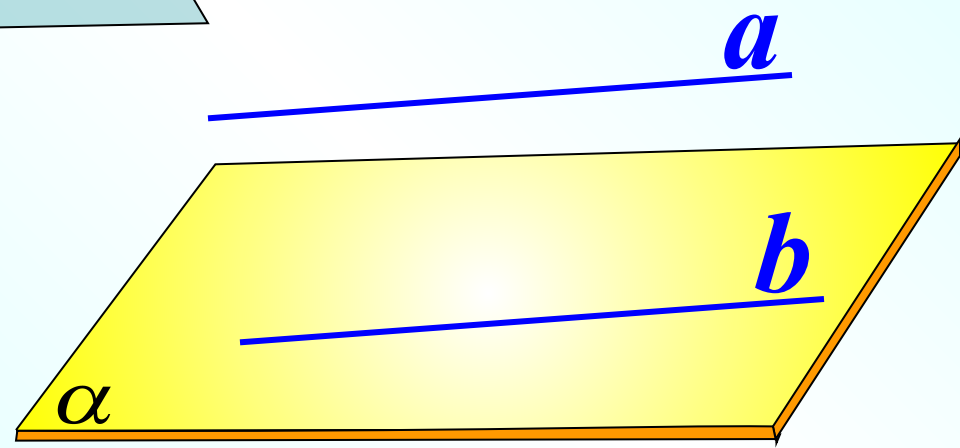


**№ 180.** Докажите, что плоскость и не лежащая в ней прямая, перпендикулярные к одной и той же плоскости, параллельны.

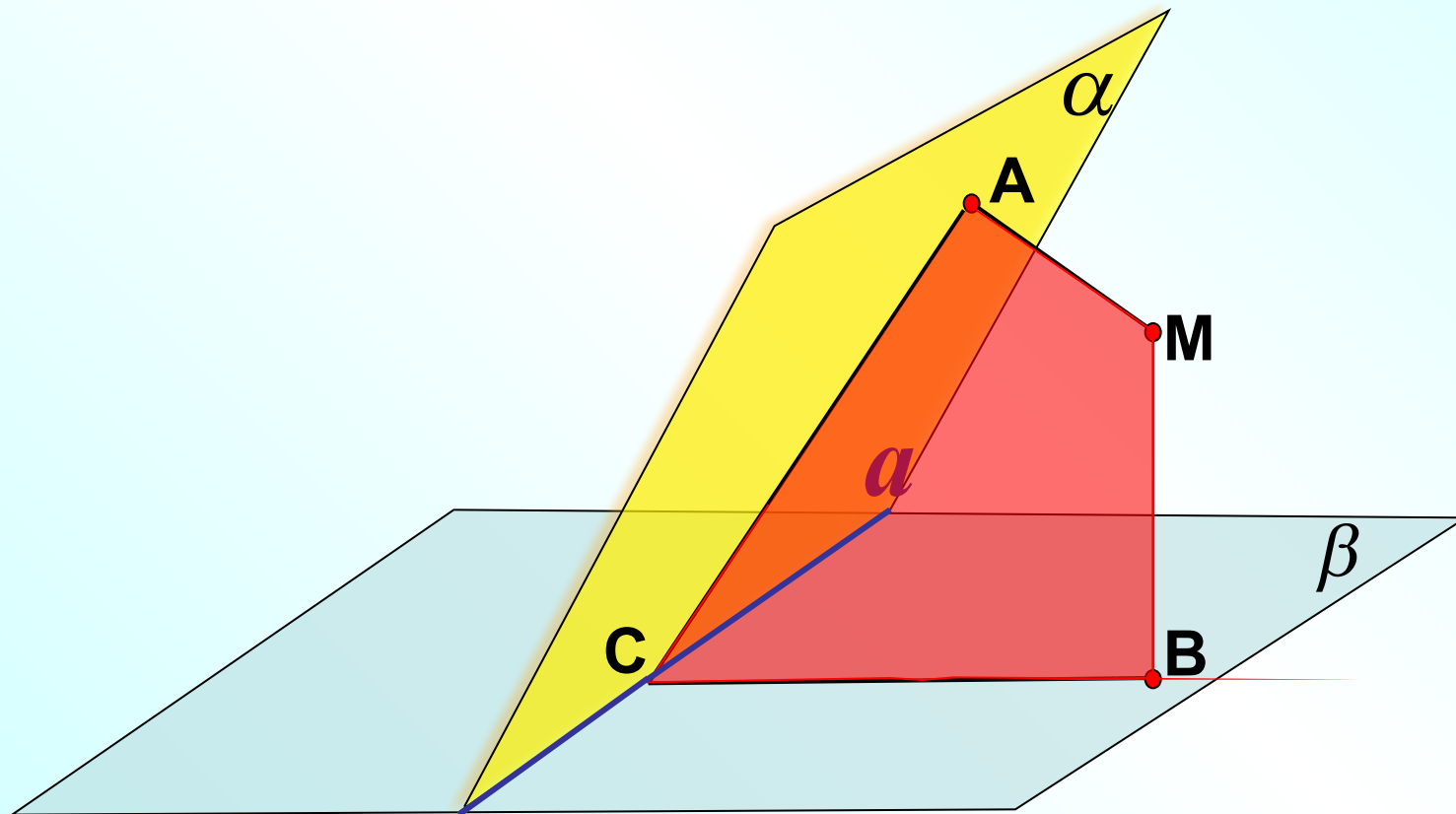
Подсказка



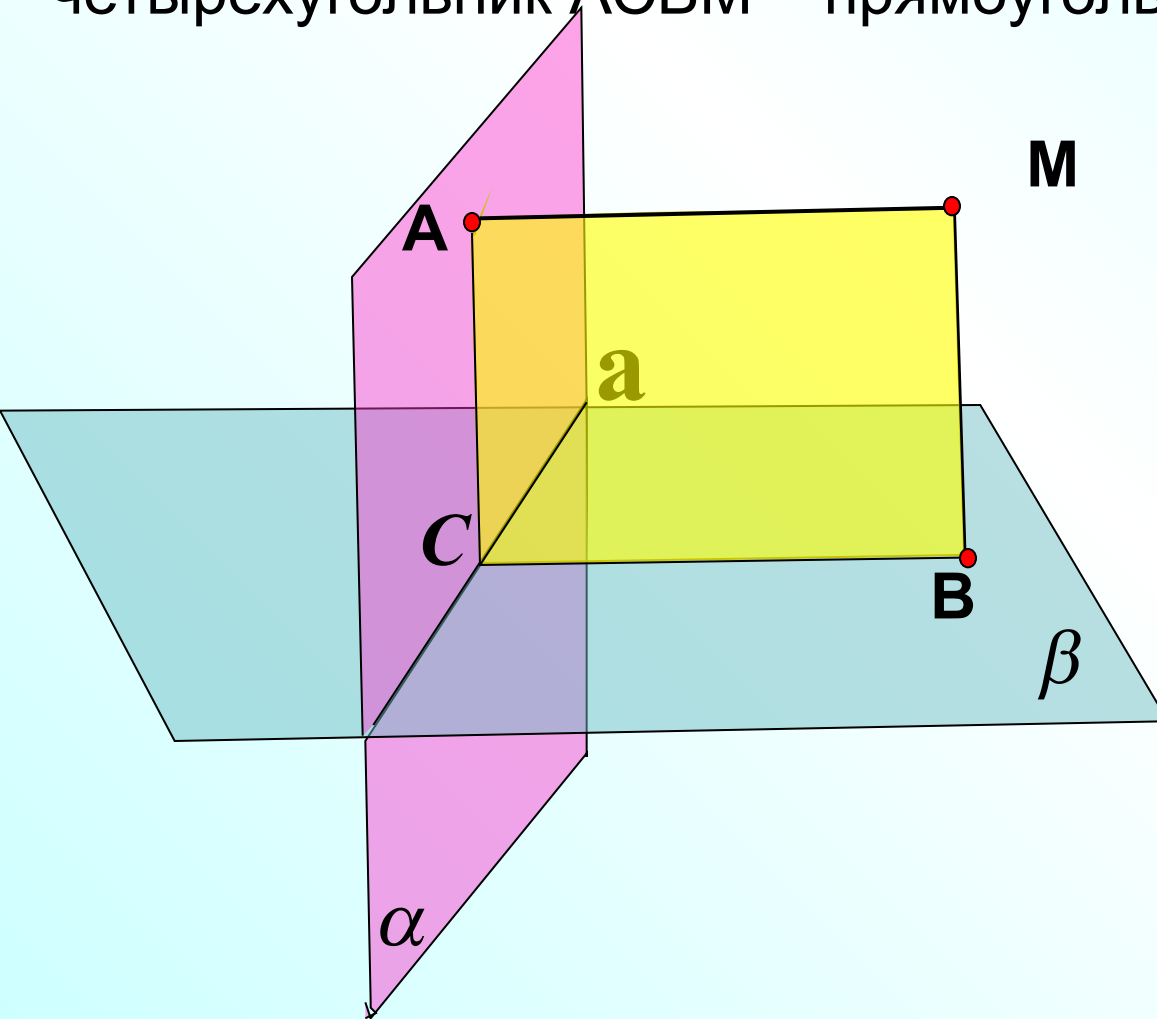
*Признак  
параллельности  
прямой и  
плоскости*



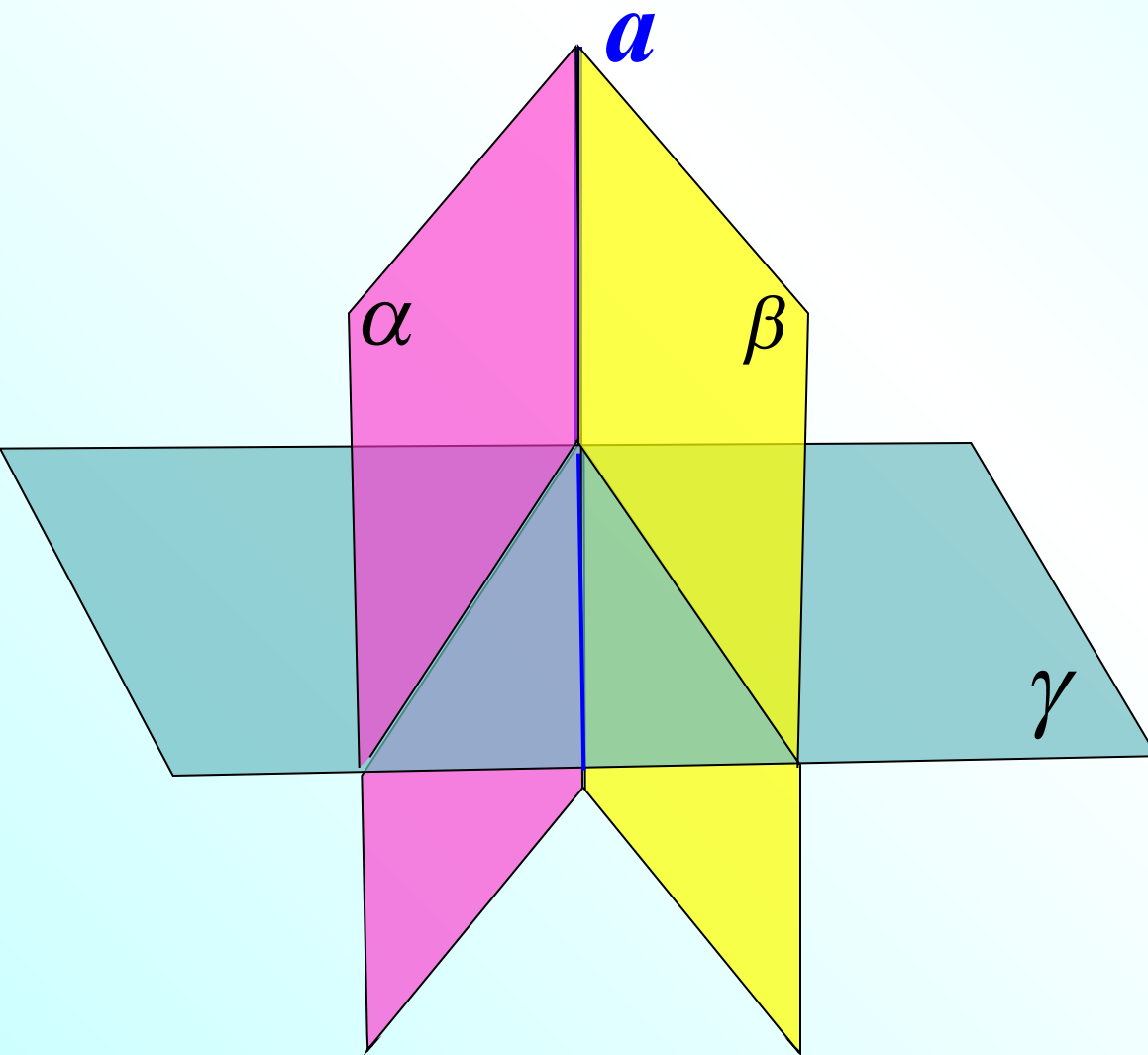
**№ 181.** Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $a$ . Из точки  $M$  проведены перпендикуляры  $MA$  и  $MB$  соответственно к плоскостям  $\alpha$  и  $\beta$ . Прямая  $a$  пересекает плоскость  $AMB$  в точке  $C$ . Докажите, что  $MC \perp a$ .



**№ 182.** Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  взаимно перпендикулярны пересекаются по прямой  $a$ . Из точки  $M$  проведены перпендикуляры  $MA$  и  $MB$  к этим плоскостям. Прямая  $a$  пересекает плоскость  $AMB$  в точке  $C$ . Докажите, что четырехугольник  $ACBM$  – прямоугольник.

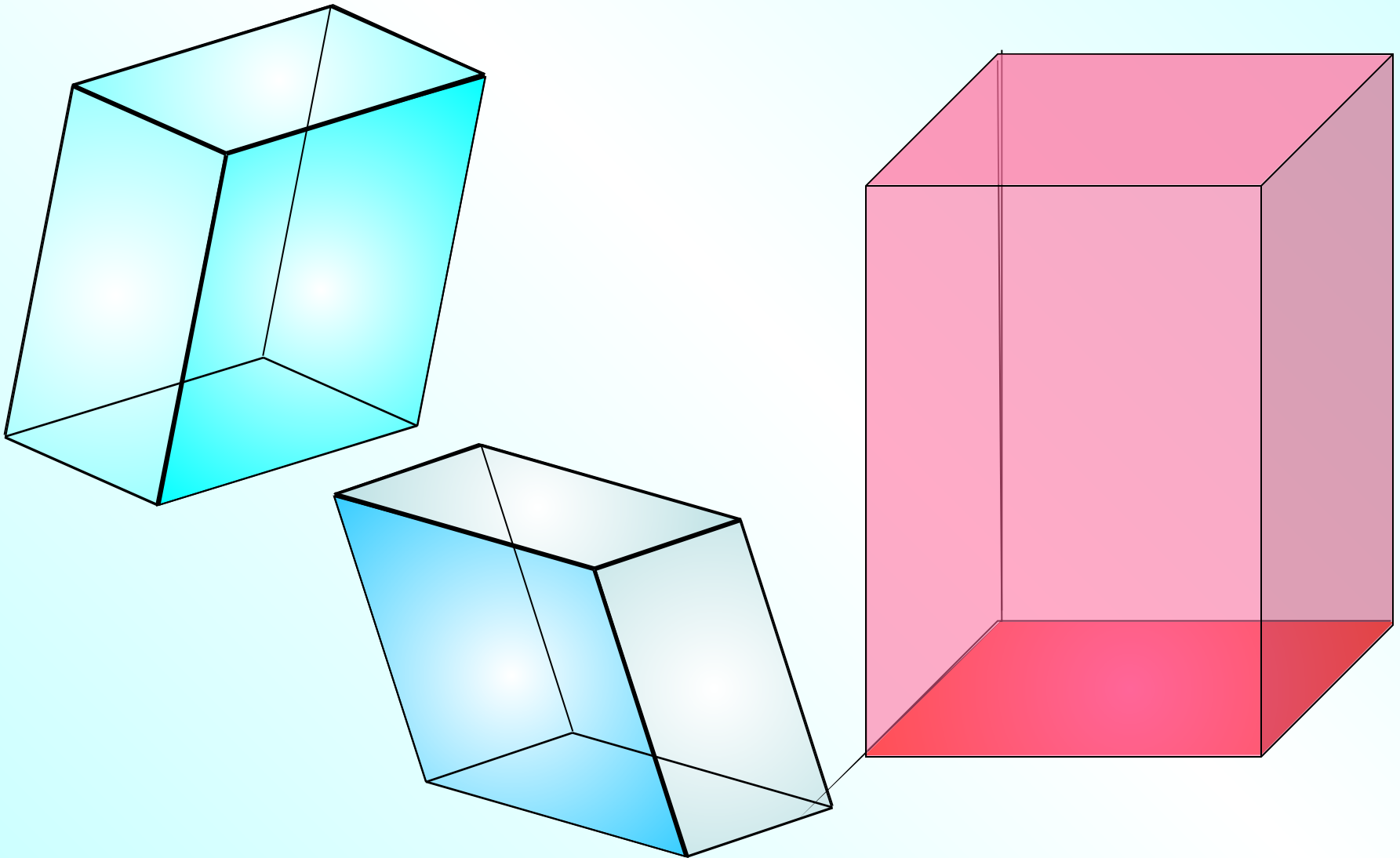


**№ 183.** Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $a$  и перпендикулярны к плоскости  $\gamma$ . Докажите, что прямая  $a$  перпендикулярна к плоскости  $\gamma$ .

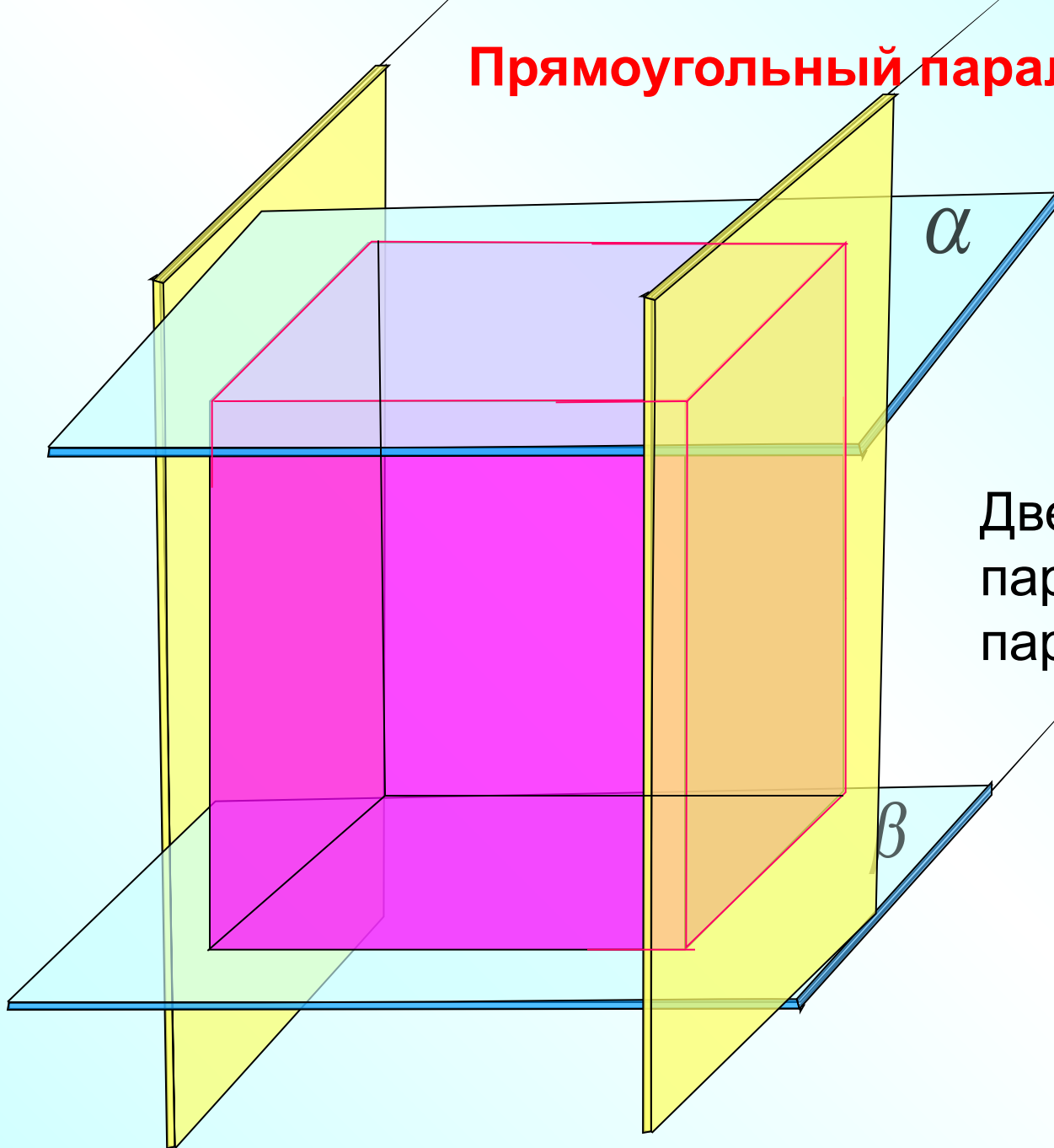


## Прямоугольный параллелепипед

Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые ребра перпендикулярны к основанию, а основания представляют собой прямоугольники.



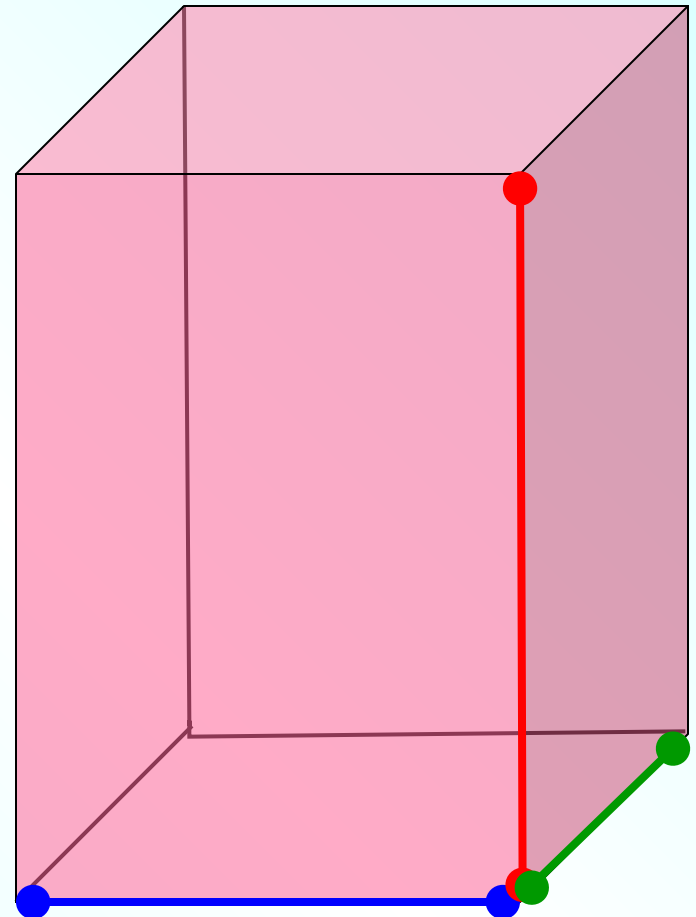
# Прямоугольный параллелепипед



Две грани  
параллелепипеда  
параллельны.

- 1<sup>0</sup>. В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.
- 2<sup>0</sup>. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.

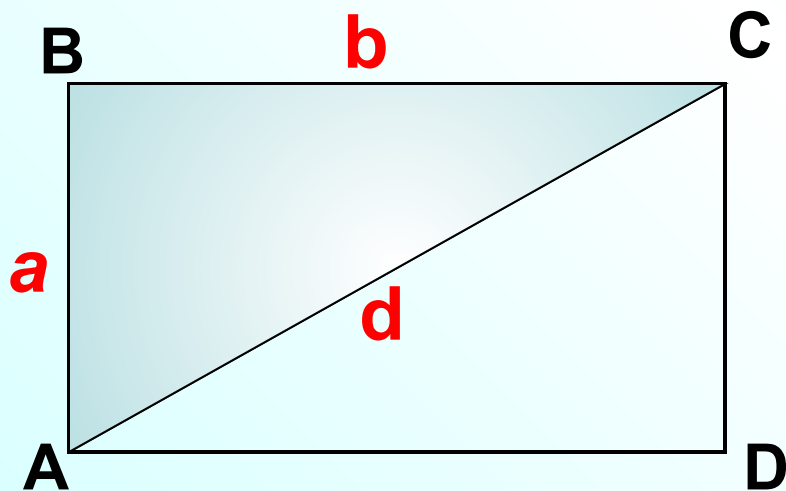
Длины трех ребер, имеющих общую вершину, называются измерениями прямоугольного параллелепипеда.





## Планиметрия

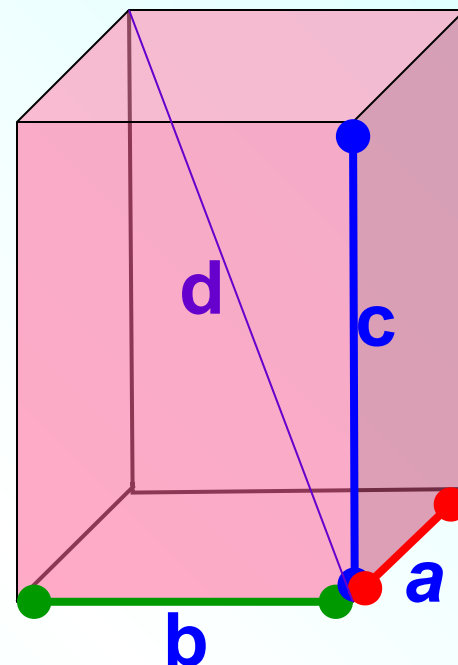
В прямоугольнике квадрат диагонали равен сумме квадратов двух его измерений.



$$d^2 = a^2 + b^2$$

## Стереометрия

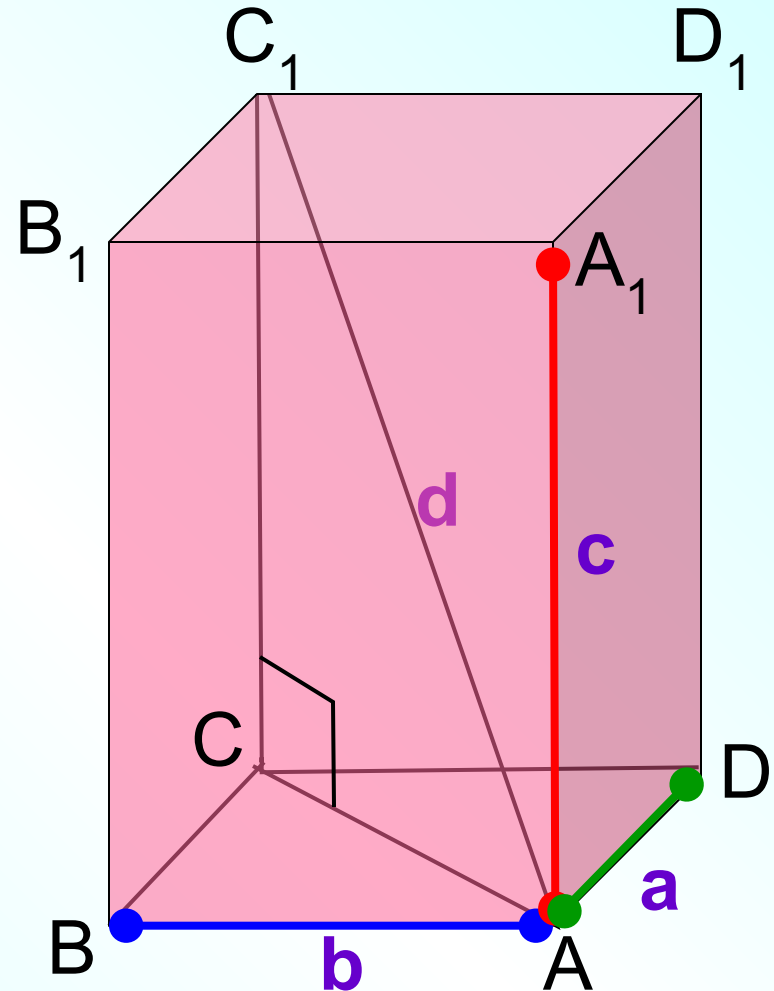
Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

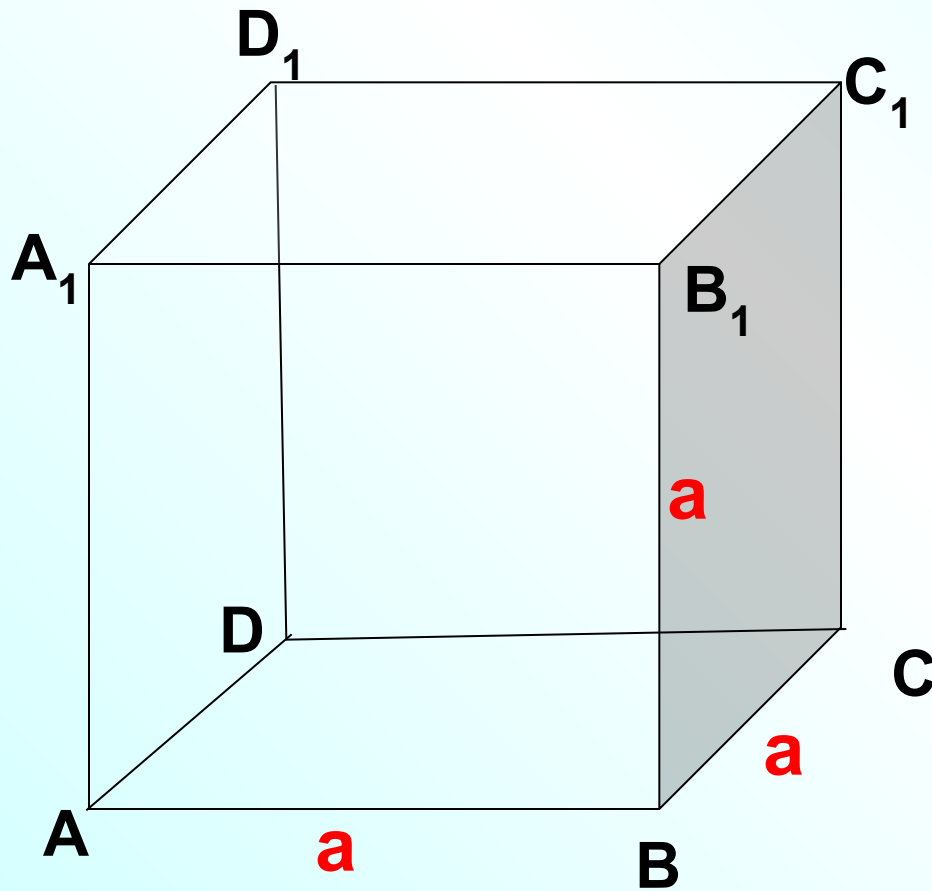
$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



**Следствие.**

Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

**№ 188.** Ребро куба равно **a**. Найдите диагональ куба.



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

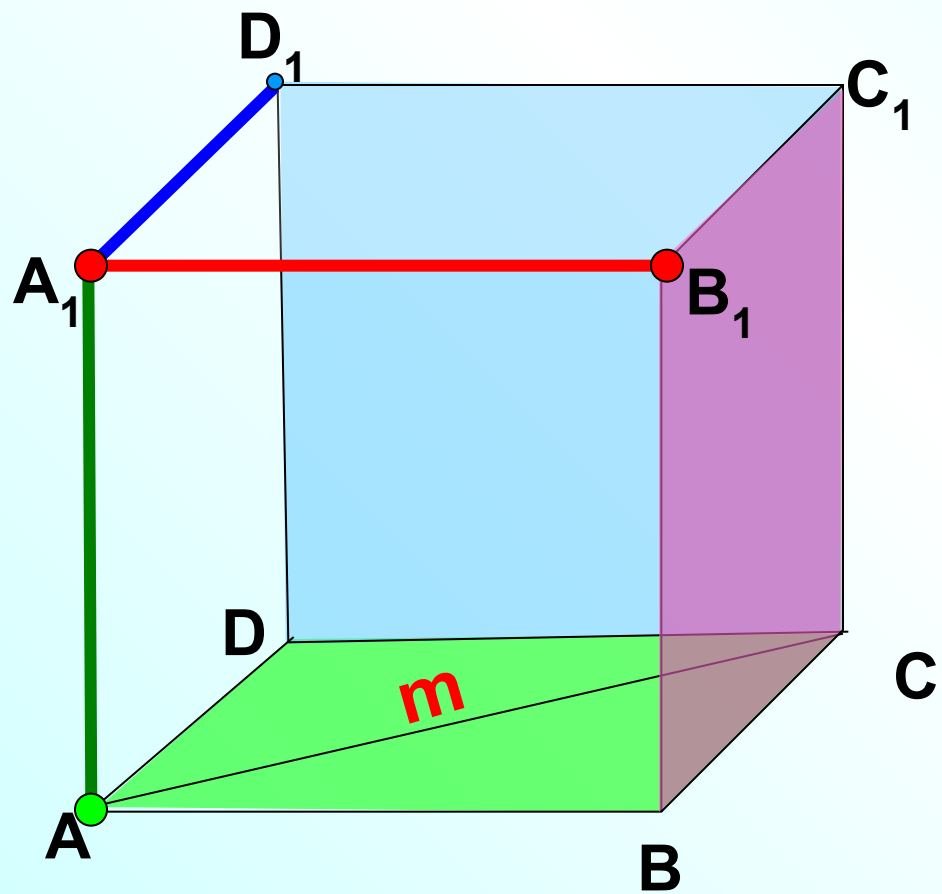
$$d^2 = 3a^2$$

$$d = \sqrt{3a^2}$$

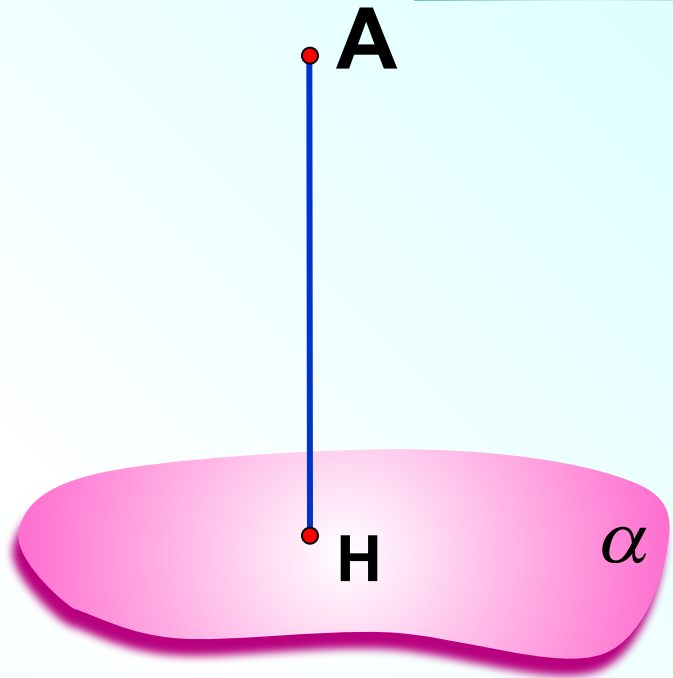
$$d = |a| \sqrt{3}$$

$$d = a\sqrt{3}$$

**№ 189.** Найдите расстояние от вершины куба до плоскости любой грани, в которой не лежит эта вершина, если:  
 а) диагональ грани куба равна  $m$ .  
 б) диагональ куба равна  $d$ .

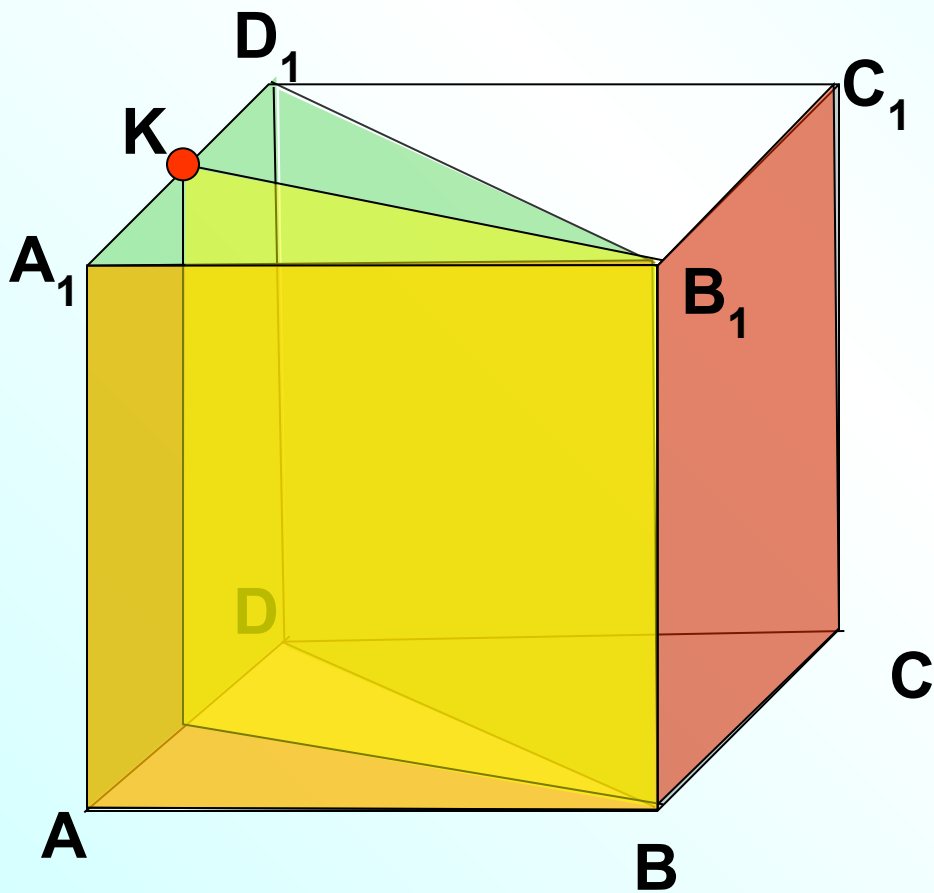


Подсказка

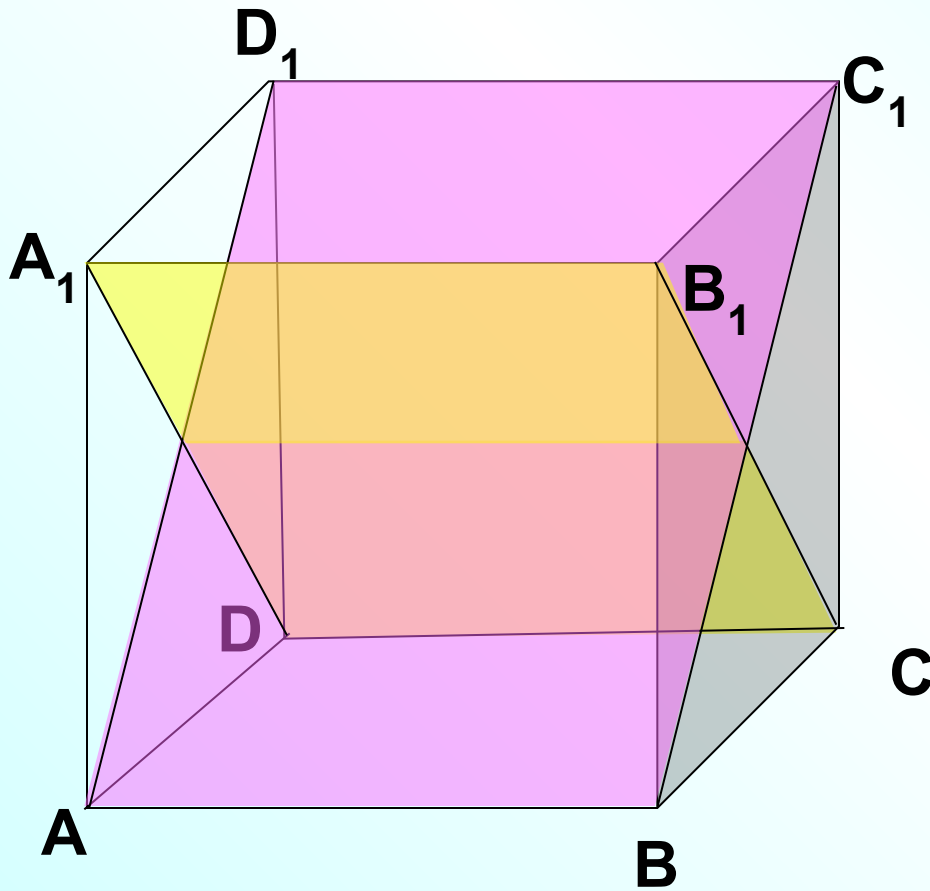


Расстояние от точки до плоскости – длина перпендикуляра

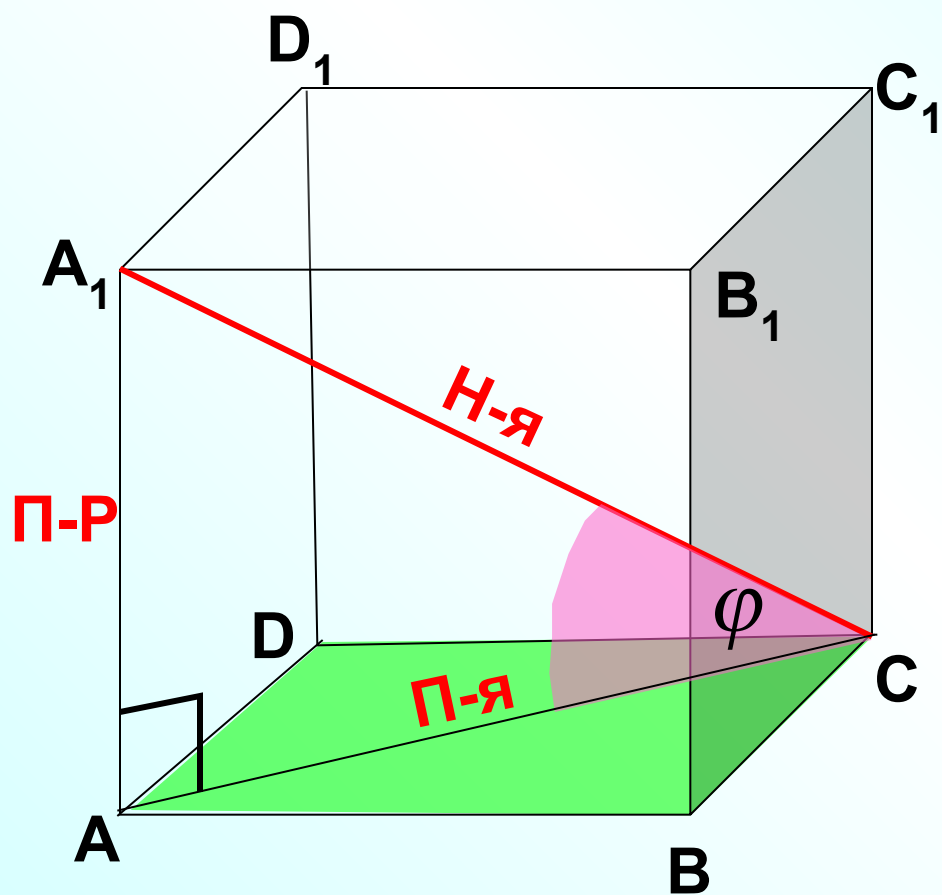
**№ 190.** Дан куб. Найдите следующие двугранные углы:  
а)  $ABB_1C$ ; б)  $ADD_1B$ ; в)  $A_1BB_1K$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1D_1$ .



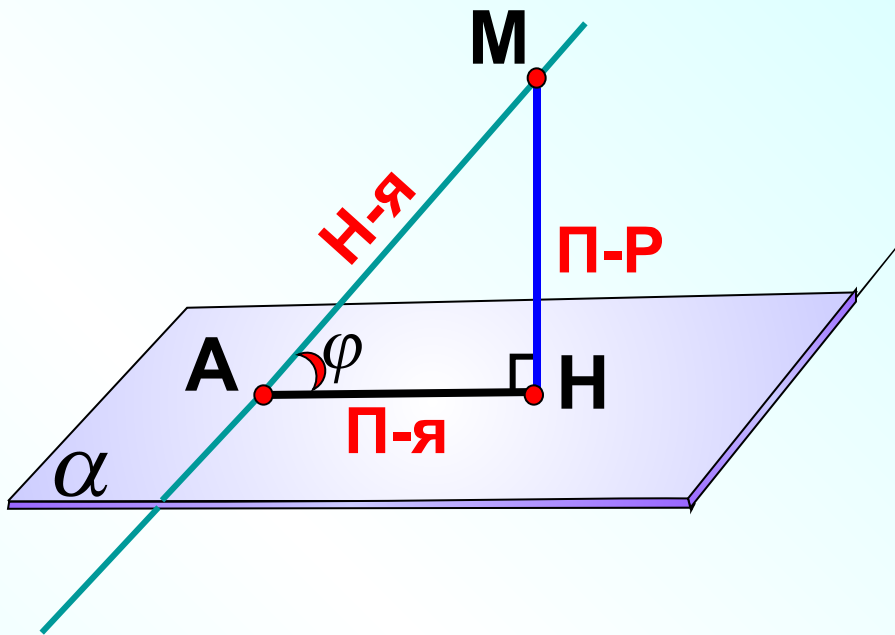
**№ 191.** Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Докажите, что плоскости  $ABC_1$  и  $A_1 B_1 D$  перпендикулярны.



**№ 192.** Найдите тангенс угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.



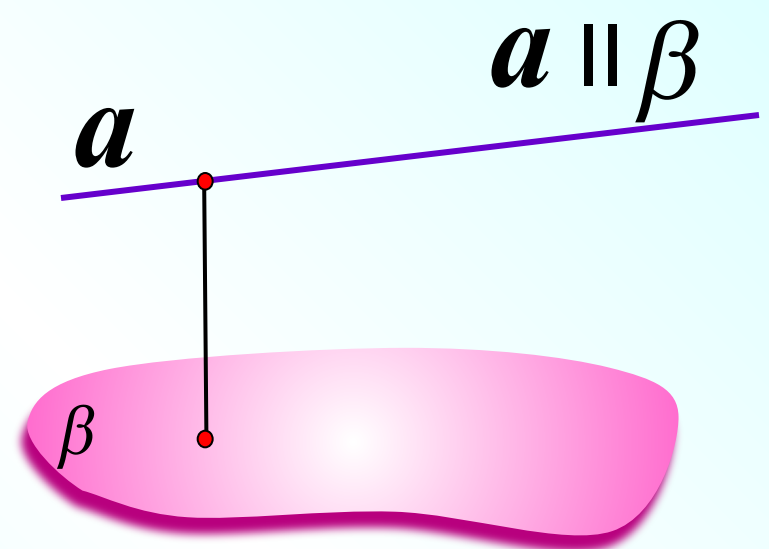
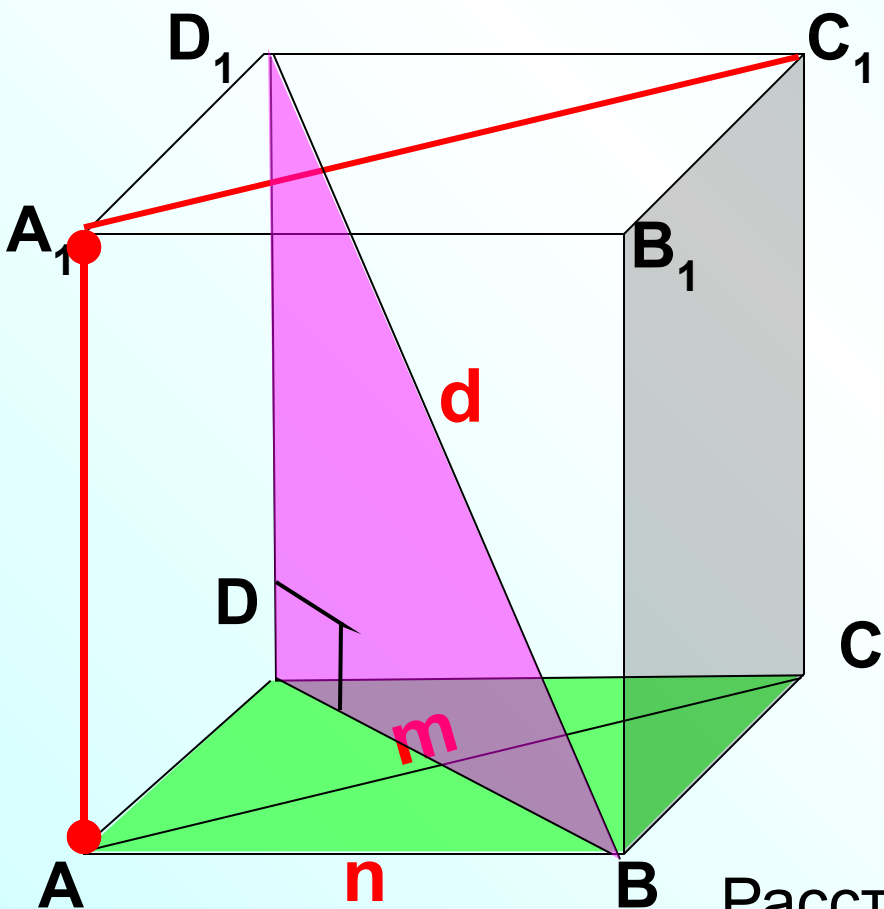
Подсказка



**Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на плоскость.**

**№ 193.** Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .  
 Найдите расстояние между:  
 а) прямой  $A_1 C_1$  и плоскостью  $ABC$ ;

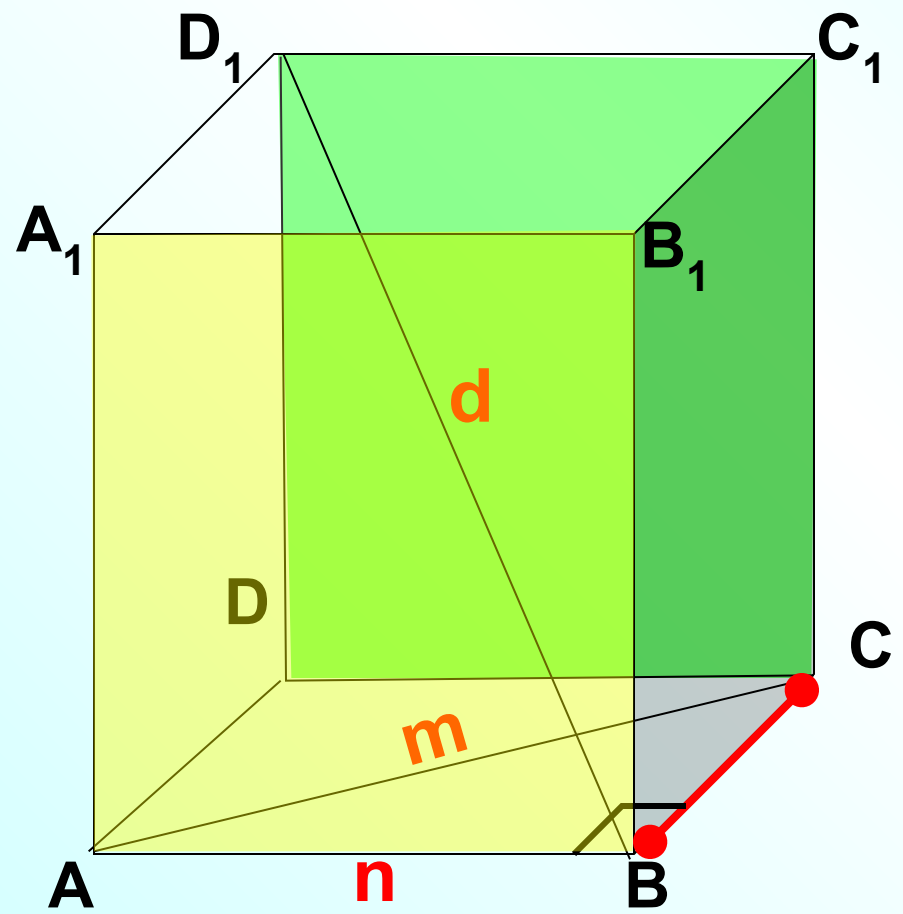
Подсказка



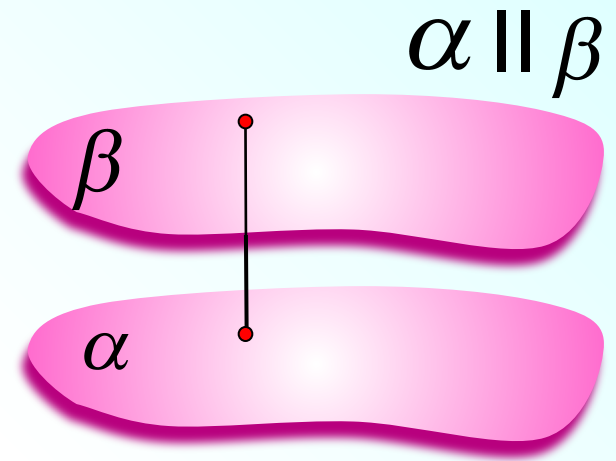
Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**



**№ 193.** Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   
 Найдите расстояние между:  
 б) плоскостями  $AB B_1$  и  $D C C_1$ ;



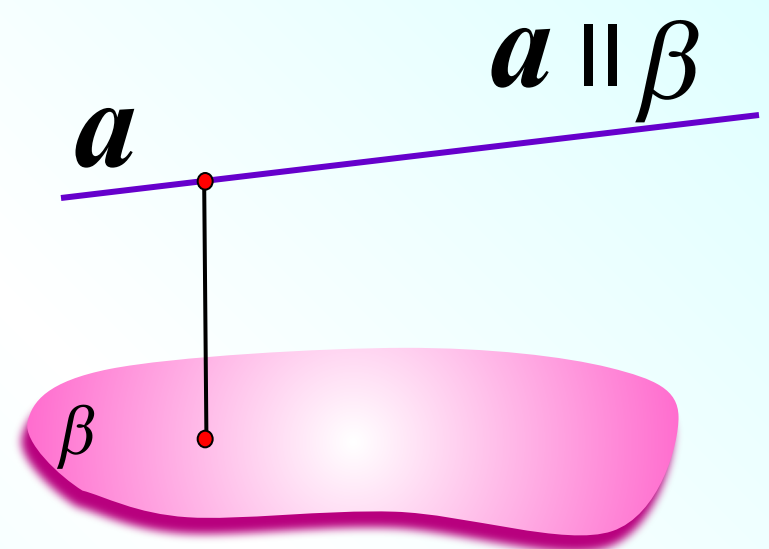
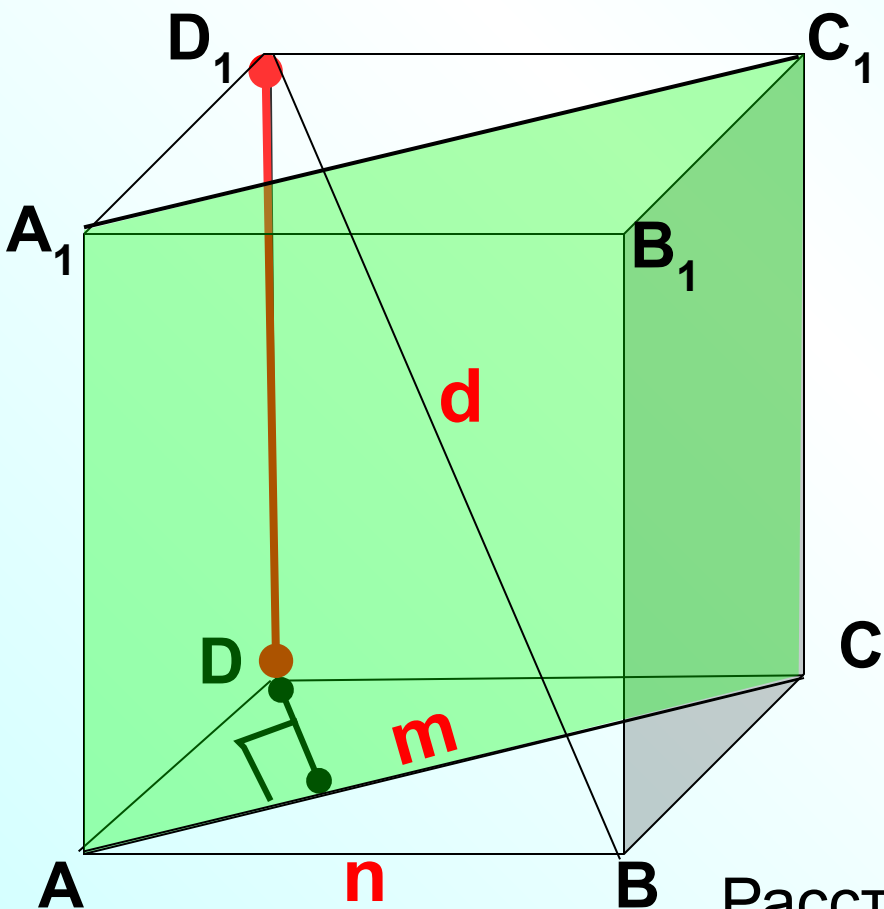
Подсказка



Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется **расстоянием между параллельными плоскостями.**

**№ 193.** Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .  
 Найдите расстояние между:  
 в) прямой  $DD_1$  и плоскостью  $ACC_1$ .

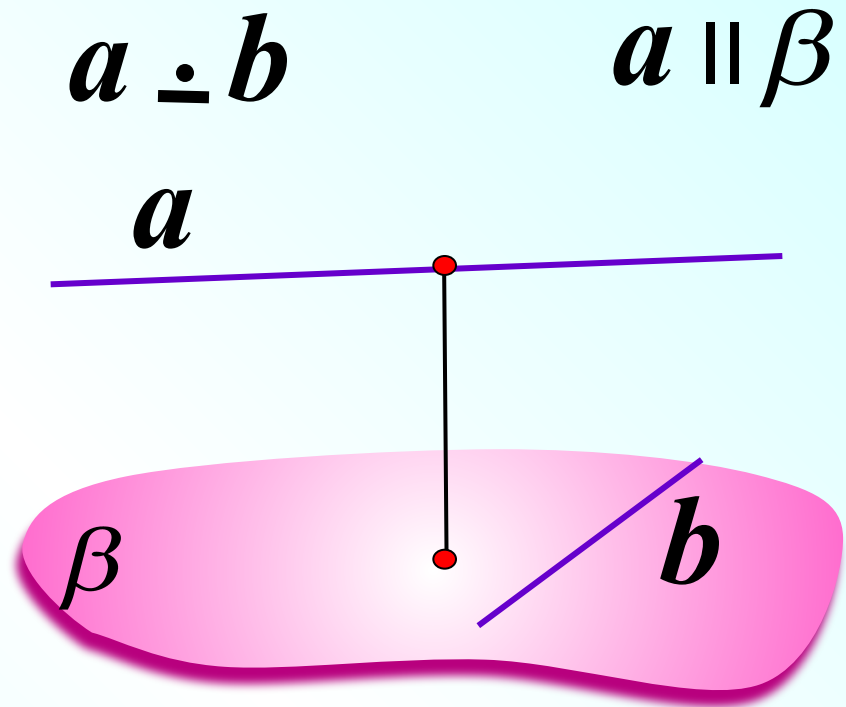
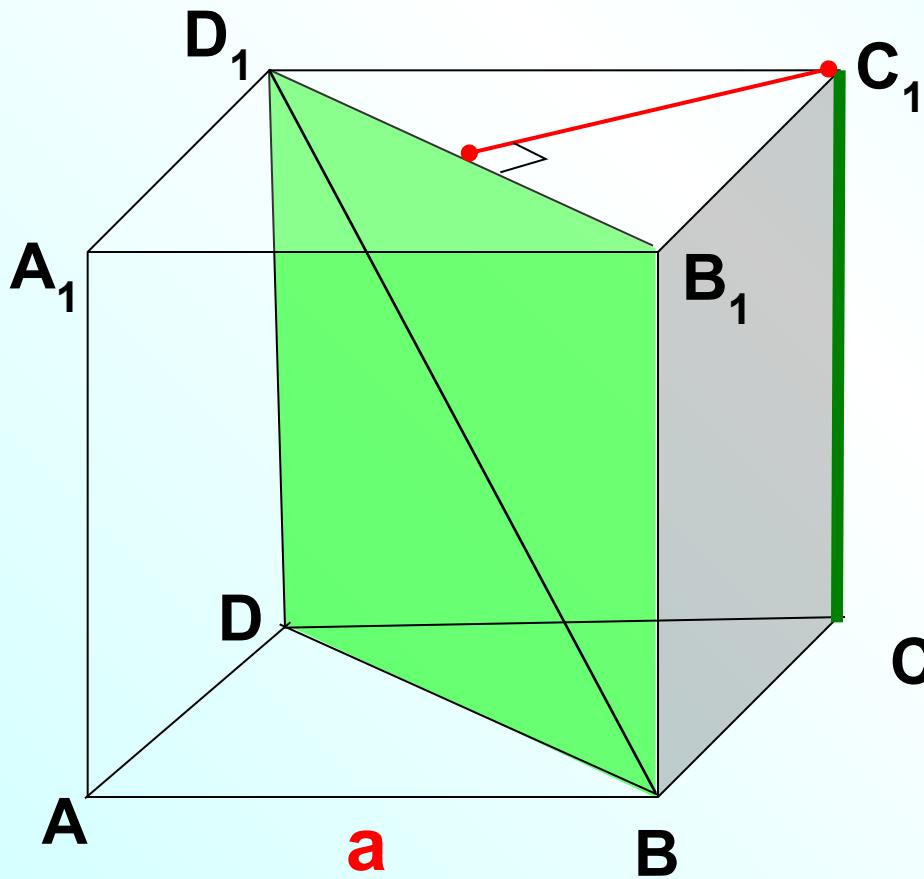
Подсказка



Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**

**№ 194.** Ребро куба равно **a**. Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми, содержащими:  
 а) диагональ куба и ребро куба;

Подсказка



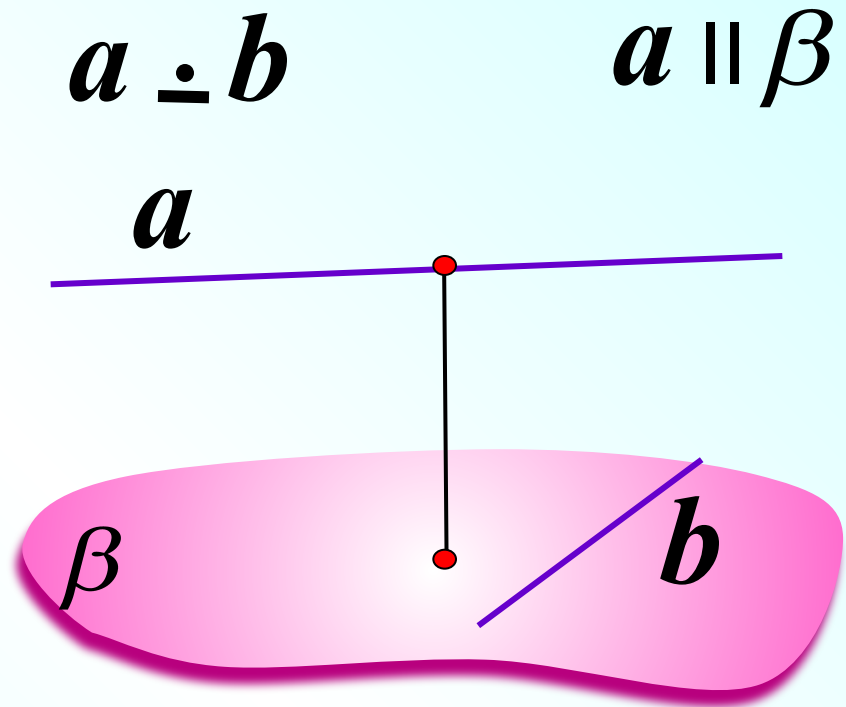
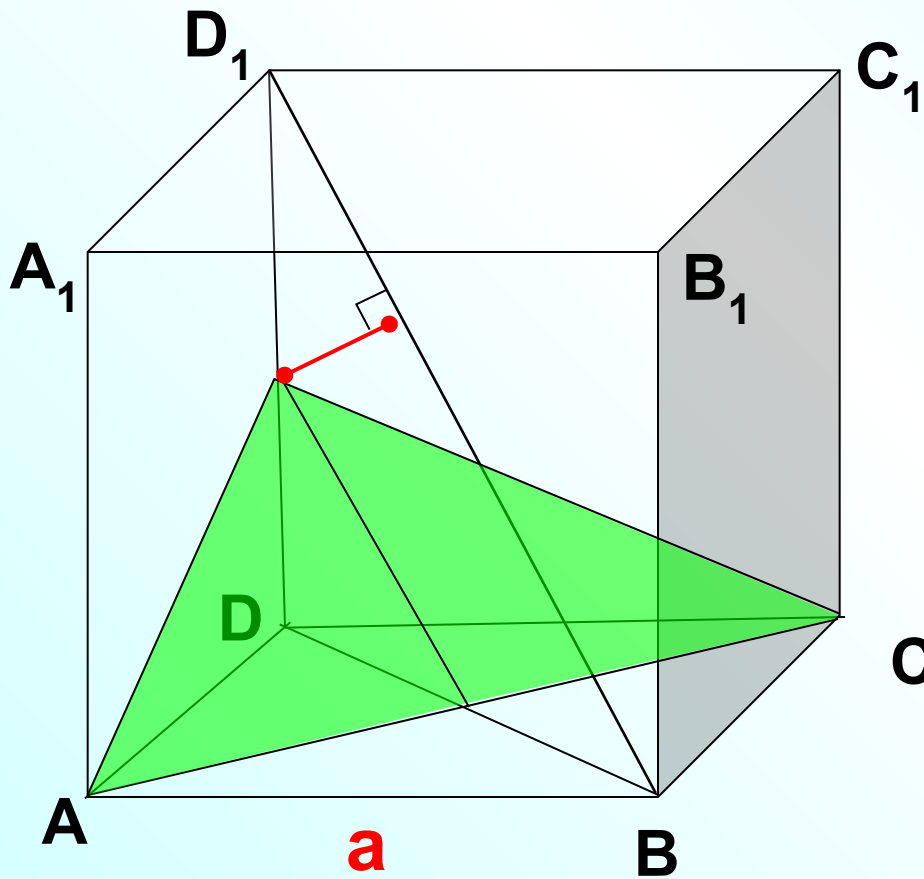
Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется

**расстоянием между скрещивающимися прямыми.**

**№ 194.** Ребро куба равно **a**. Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми, содержащими:

б) диагональ куба и диагональ грани куба.

Подсказка



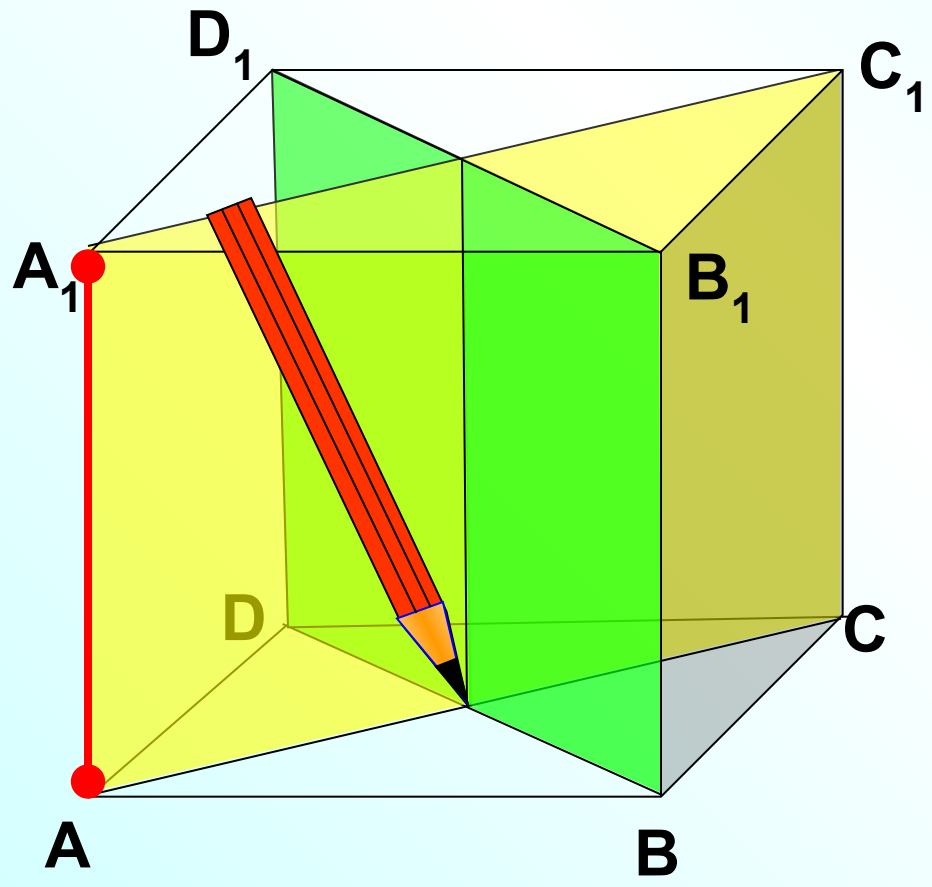
Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется

**расстоянием между скрещивающимися прямыми.**

**№ 196.**

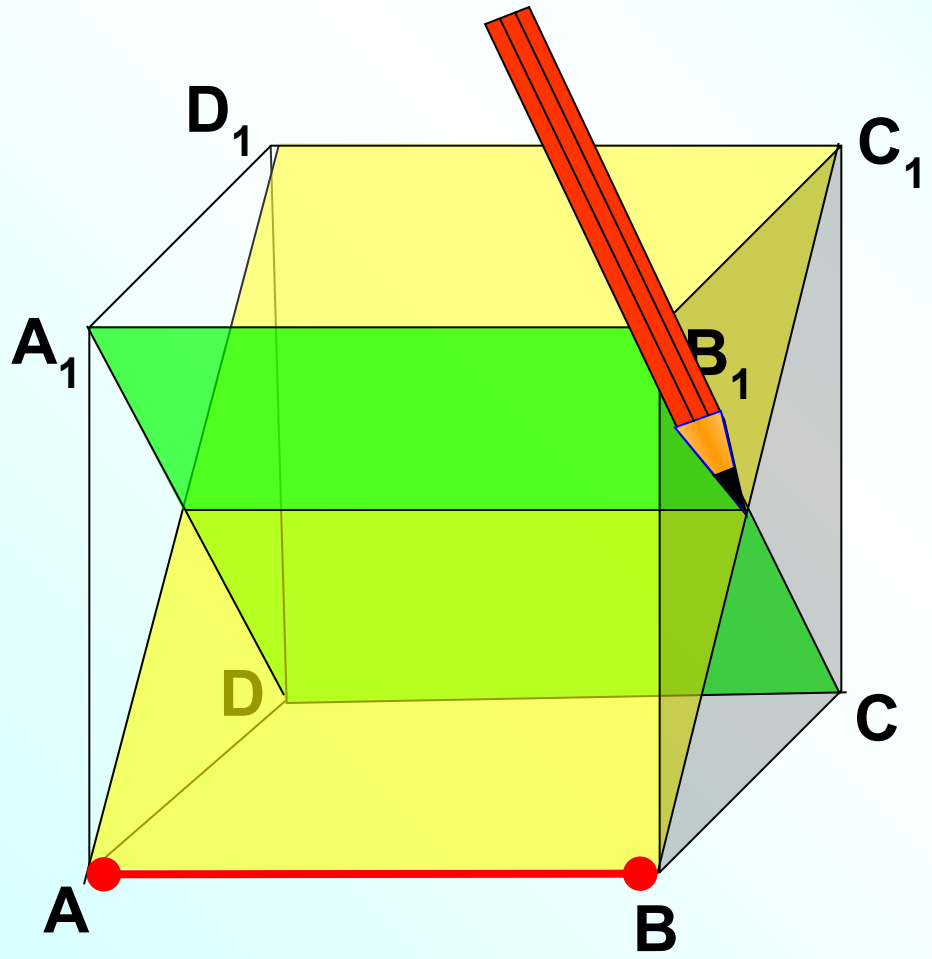
Изобразите куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  и постройте его сечение плоскостью, проходящей через:

- а) ребро  $AA_1$  и перпендикулярной к плоскости  $BB_1 D_1$ ;

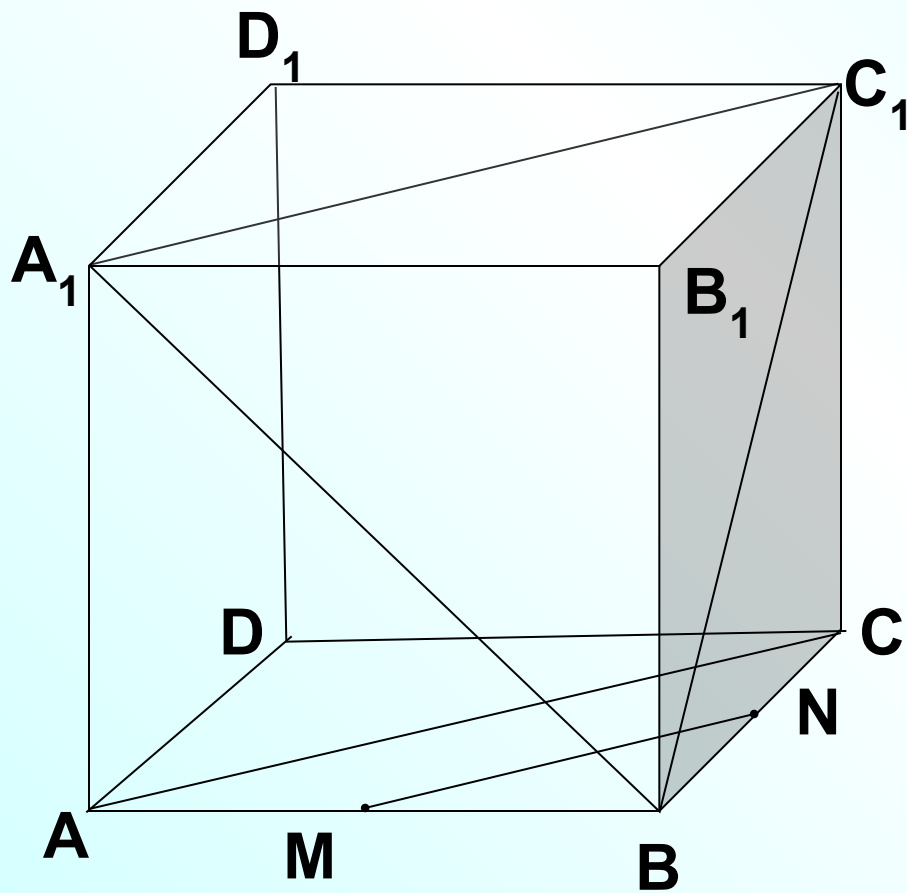


**№ 196.**

Изобразите куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  и постройте его сечение плоскостью, проходящей через:  
б) ребро  $AB$  и перпендикулярной к плоскости  $CDA_1$ .



1. Найдите угол  $A_1BC_1$
2. Доказать, что  $MN \parallel A_1C_1$ , где  $M$  и  $N$  – середины ребер куба.



Найдите площадь сечения, проходящего через точки  $A$ ,  $B$  и  $C_1$

