Необходимые и достаточное условия идентифицируемости СОУ. Косвенный метод наименьших квадратов.

Необходимые и достаточное условия идентифицируемости СОУ

Первое условие (необходимое) идентифицируемости СОУ: число уравнений системы (m) равно числу эндогенных переменных и $\det B \neq 0$.

Второе условие (необходимое) идентифицируемости СОУ: матрица X имеет ранг, равный k.

Третье условие (необходимое) идентифицируемости СОУ: среди исключающих априорных ограничений $\gamma_i = \left(\gamma_i^{(1)}, \ldots, \gamma_i^{(m)}, \gamma_i^{(m+1)} \ldots, \gamma_i^{(m+k)}\right)$,

где $\gamma_i^s = \begin{cases} 0, & нет\ соответствующей\ переменной\ в\ i-м\ уравнении \\ 1, & есть\ соответствующая\ переменная\ в\ i-м\ уравнении \end{cases}$

Четвертое условие (необходимое) идентифицируемости СОУ (правило порядка): число исключенных (при спецификации модели) из i уравнения системы предопределенных переменных $(k-k_i)$ должно быть не меньше числа включенных в него эндогенных переменных, уменьшенного на 1 единицу, т.е. $k-k_i \geq m_i - 1$.

Доказательство: m_i - число эндогенных переменных в i-м уравнении;
k - число предопределенных переменных в i-м уравнении.

Для определенности:

$\beta(i)=(\beta_{i1},\ldots,\beta_{im_i})$, $C(i)=(c_{i1},\ldots,c_{ik_i})$, $Y_t(i)=(y_{1t},\ldots,y_{m_it})$, $X_t(i)=(x_{1t},\ldots,x_{k_it})$

$$\beta^T(i)Y_t(i)+C^T(i)X_t(i)=\delta_{it}$$

$$B\pi=-C$$

$$\pi=\left(\begin{array}{c|c} \begin{matrix}\pi(i)\\ m_i\times k_i\end{matrix} & \begin{matrix}\pi_x(i)\\ m_i\times(k-k_i)\end{matrix} \\ \hline \begin{matrix}\pi_y(i)\\ (m-m_i)\times k_i\end{matrix} & \begin{matrix}\pi_{xy}(i)\\ (m-m_i)\times(k-k_i)\end{matrix}\end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix}\beta(i)\\ 0_{m-m_i}\end{pmatrix}^T\left(\begin{array}{c|c}\pi(i) & \pi_x(i)\\ \hline \pi_y(i) & \pi_{xy}(i)\end{array}\right)=-\begin{pmatrix}C(i)\\ 0\end{pmatrix}^T$$

$$\begin{cases} \beta^T(i)\pi(i) = -C^T(i) \\ \beta^T(i)\pi_x(i) = 0 \end{cases}$$

$\beta^T(i)\pi_x(i) = 0$ - неоднородная система из $(k - k_i)$ линейных алгебраических уравнений с $(m_i - 1)$ переменной

$\rightarrow$ Необходимое условие: $k - k_i \geq m_i - 1$

Выводы: $k - k_i = m_i - 1$ - необходимое условие точной идентифицируемости

$k - k_i > m_i - 1$- необходимое условие сверх идентифицируемости

Пятое условие (необходимое и достаточное) идентифицируемости i – уравнения СОУ (ранговое):

$$rang\ \pi_x(i) = m_i - 1$$

Косвенный метод наименьших квадратов

$$\begin{matrix} rang\ \hat{\pi}_x(i) = m_i - 1 \\ k - k_i = m_i - 1 \end{matrix} \Rightarrow \hat{\beta}^T(i)\hat{\pi}_x(i) = 0 \Rightarrow \hat{C}^T(i) = -\hat{\beta}^T(i)\hat{\pi}(i)$$