Синус, косинус, тангенс, котангенс угла.

9 класс

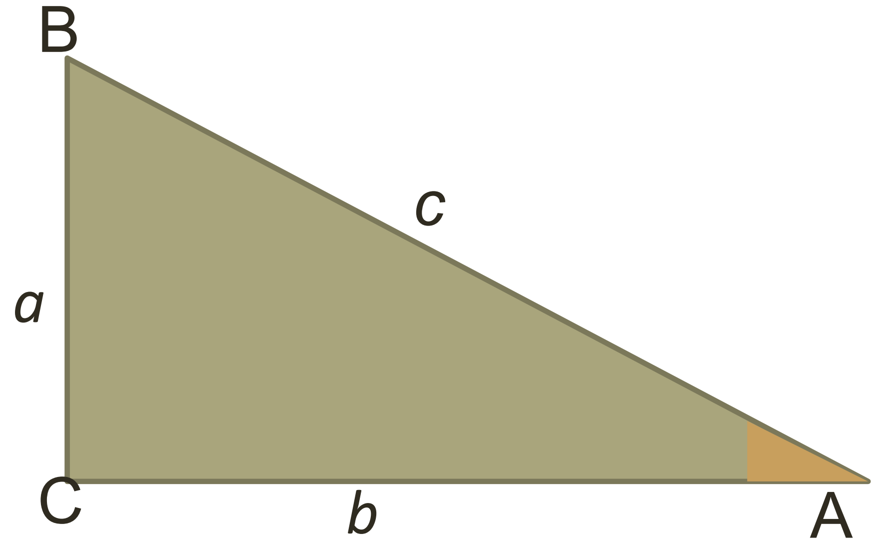
Подготовлено учителем   математики
ГАПОУ СО «БПТ» кадетская(казачья) школа-интернат Коробицыной Е.Л.

Повторим!

- $$\sin A = \frac{a}{c}$$

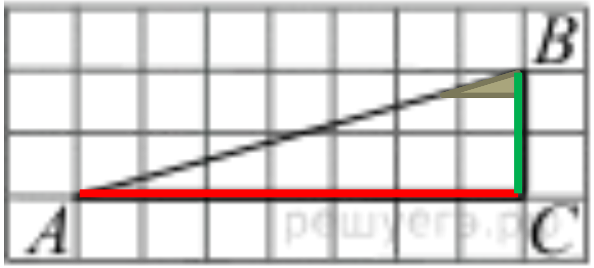
  $$\cos A = \frac{b}{c}$$

  $$tgA = \frac{a}{b}$$



Задача 1.

Найдите тангенс
угла *B* треугольника *ABC*,
изображённого на рисунке.



Решение:

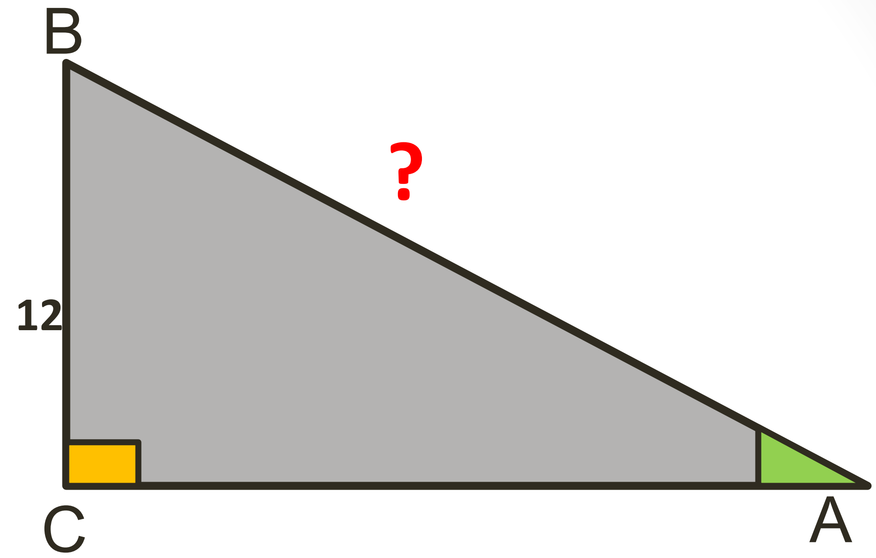
$$tg\,B = \frac{AC}{BC}$$

$$tg\,B = \frac{7}{2} = 3,5$$

***Ответ.* 3,5**

Задача 2.

В треугольнике ABC угол A равен 90˚. Найти AB, если известно, что BC = 12 см, а sin A = 0,8



Решение:

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{8}{10} = \frac{12}{AB}$$

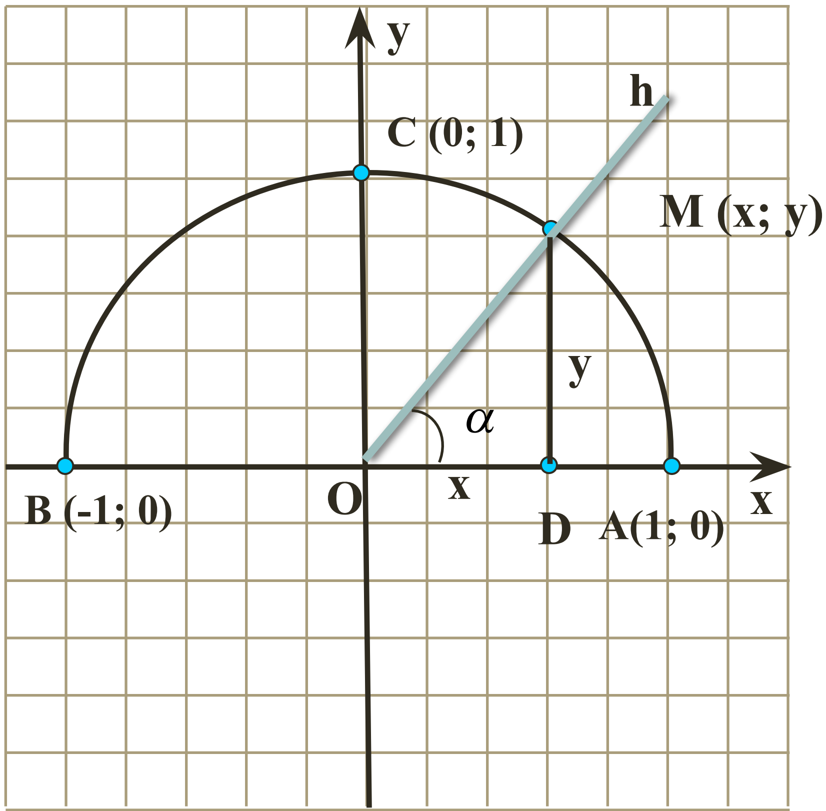
$$0{,}8 = \frac{12}{AB}$$

$$AB = \frac{12 \cdot 10}{8} = 15(\text{см})$$

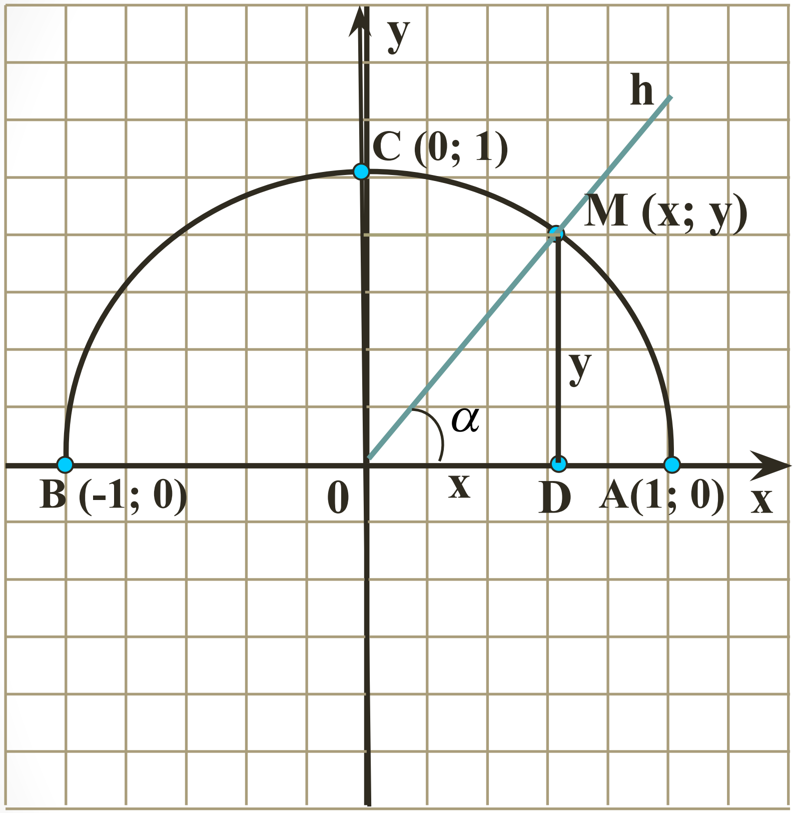
Ответ. AB = 12 см

Новый   материал!

Определение Полуокружность называется **единичной**, если ее центр находится в начале координат, а радиус равен 1.



Синус, косинус, тангенс угла



ΔOMD - прямоугольный

$\sin\alpha = \dfrac{MD}{OM}$

MD = y

OM = 1

$\Rightarrow$ $\boxed{\sin\alpha = y}$

Синус угла – ордината y точки M

$\cos\alpha = \dfrac{OD}{OM}$

OD = x

OM = 1

$\Rightarrow$ $\boxed{\cos\alpha = x}$

Косинус угла – абсцисса x точки M

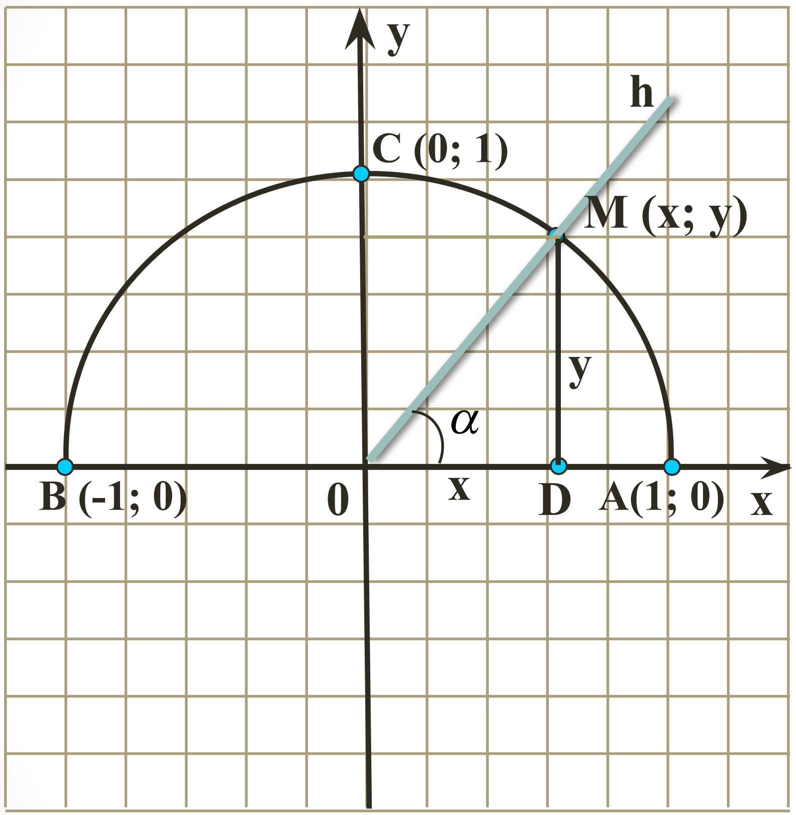
$tg\,\alpha = \dfrac{MD}{OD}$

MD = y = sin α

OD = x = cos α

$\Rightarrow$ $\boxed{tg = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$

Значения синуса, косинуса



Так как координаты (x; y) заключены в промежутках

$$0 \leq y \leq 1, \; -1 \leq x \leq 1,$$

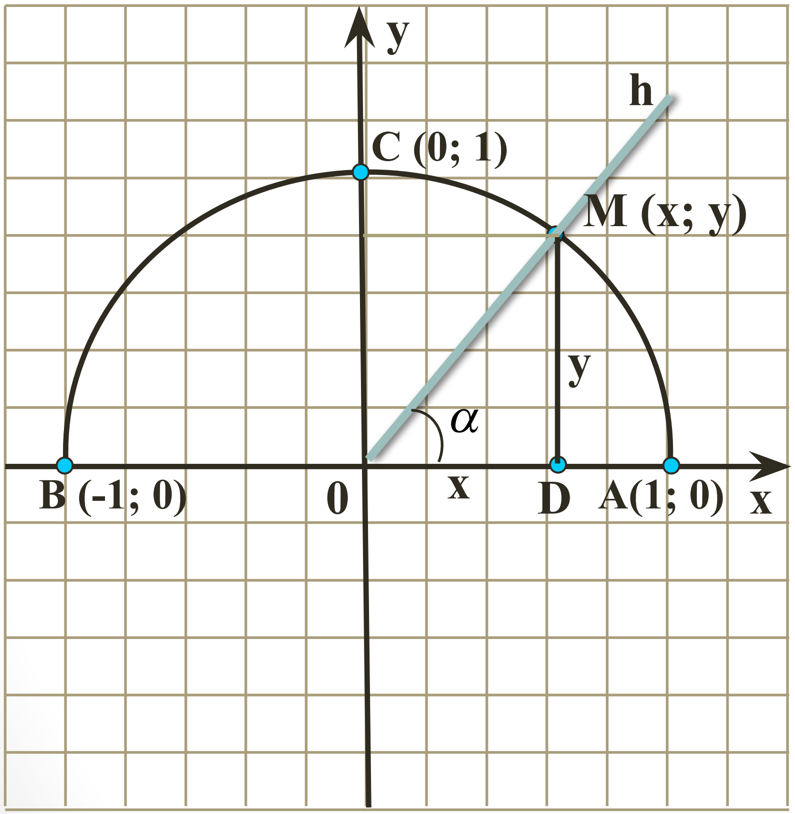
то для любого α из промежутка

$$0° \leq \alpha \leq 180°$$

справедливы неравенства:

$$0 \leq \sin \alpha \leq 1,$$
$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

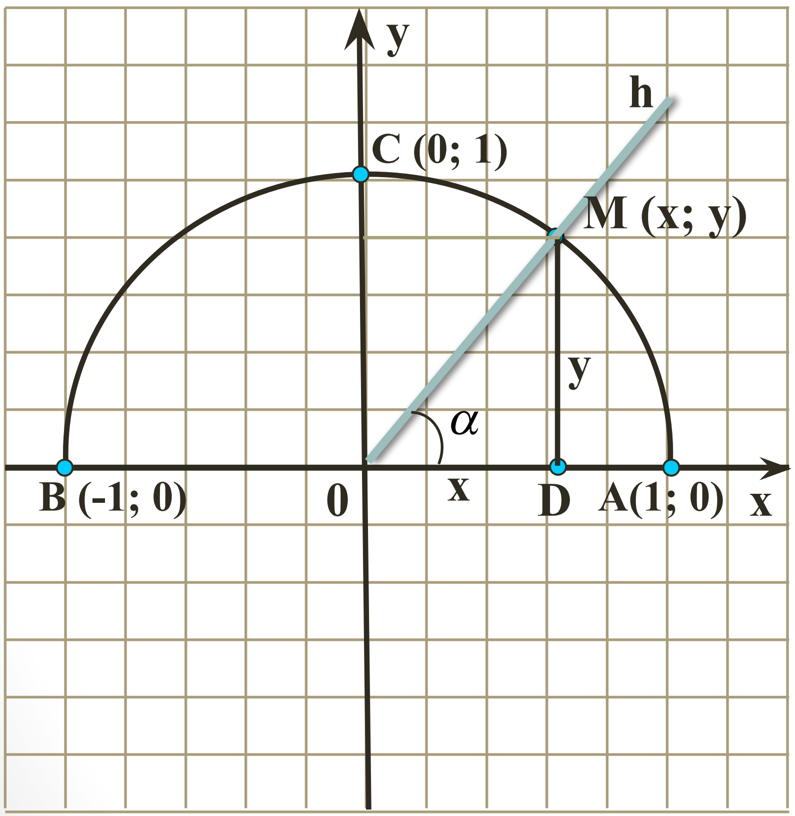
Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 0^0, 90^0 и 180^0



Так как точки А, С и В имеют координаты
А (1; 0), С (0; 1), В (-1; 0), то

α	0^0	90^0	180^0
sin α	0	1	0
cos α	1	0	-1
tg α	0	-	0

Основное тригонометрическое тождество



$x^2 + y^2 = 1$ - уравнение окружности

$\sin\alpha = y, \quad \cos\alpha = x$

$$\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$

для любого α из промежутка $0° \leq \alpha \leq 180°$

Формулы приведения

$$\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$$

$$\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$$

при $0° \le \alpha \le 90°$

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

при $0° \le \alpha \le 180°$

Формулы приведения

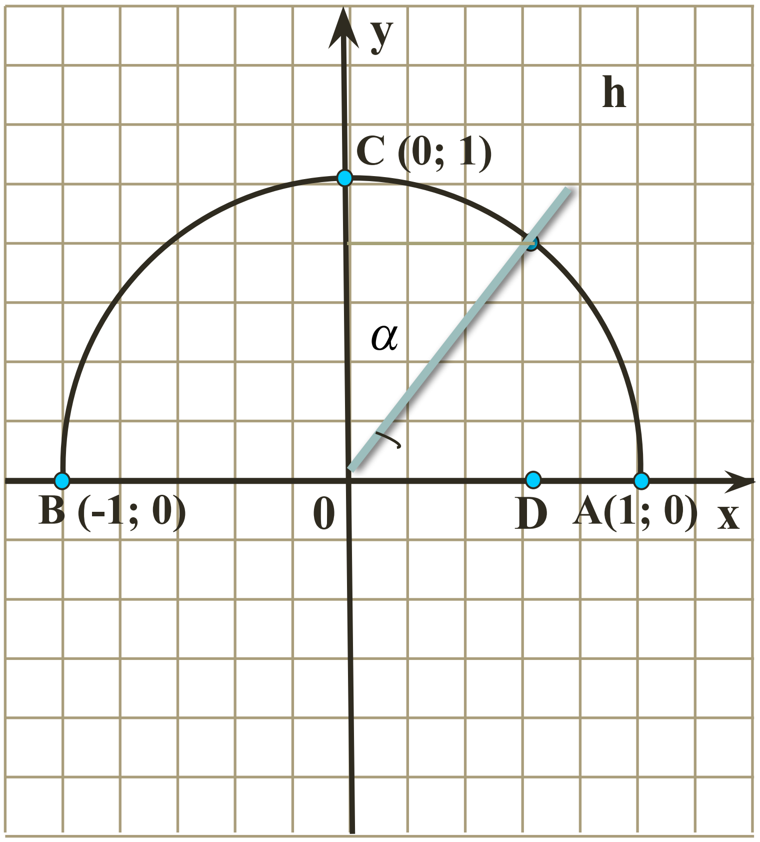
$\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$

$\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$

при $0° \le \alpha \le 90°$

$\sin(90° + \alpha) = \ -\cos\boldsymbol{\alpha}$

$\cos(90° + \ \alpha) = \ \sin\boldsymbol{\alpha}$

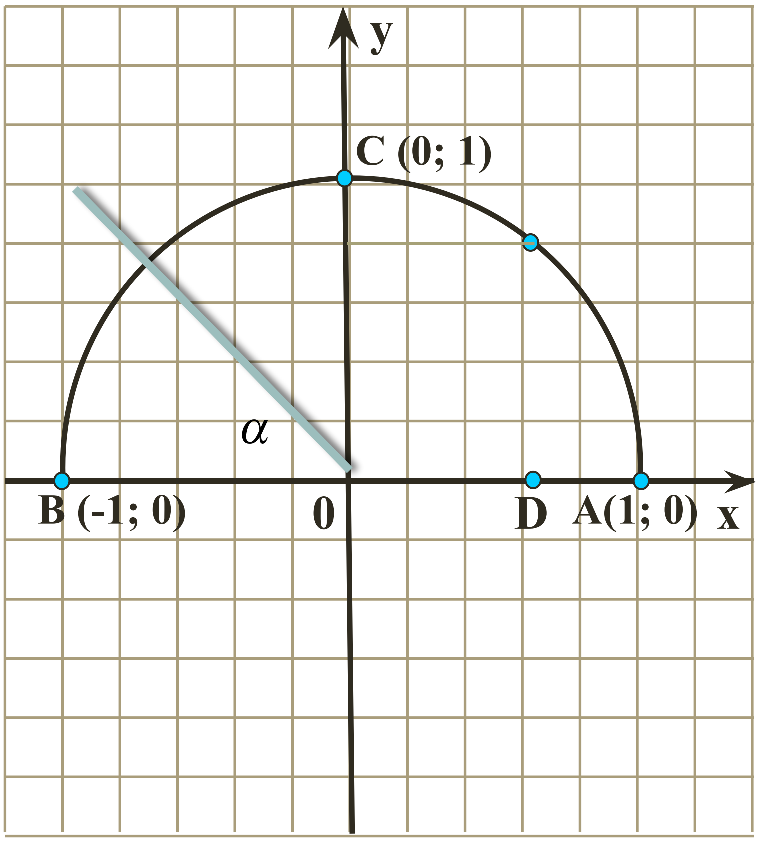


Формулы приведения

$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$

при $0° \le \alpha \le 180°$



Задача 3.

- Принадлежат ли единичной окружности точки: М(-1;0), $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$, $K\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$?

Решение: $x^2 + y^2 = 1$ **- уравнение окружности**

М(-1;0):

$(-1)^2 + 0^2 = 1$

$1 + 0 = 1$

$1 = 1$

М принадлежит окружности.

$P\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 1$$

$$\frac{2}{4} + \frac{5}{4} = 1$$

$$\frac{7}{4} \neq 1$$

Р не принадлежит окружности.

$K\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$:

Задача 4.

- $\sin\alpha = \frac{1}{4}$. Найдите $\cos\alpha$, $tg\ \alpha$, $ctg\ \alpha$.

Решение:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$tg = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad ctg\ \alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

Задача 4.

- $\sin\alpha = \frac{1}{4}$. Найдите $\cos\alpha$, $tg\,\alpha$, $ctg\,\alpha$.

Решение:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

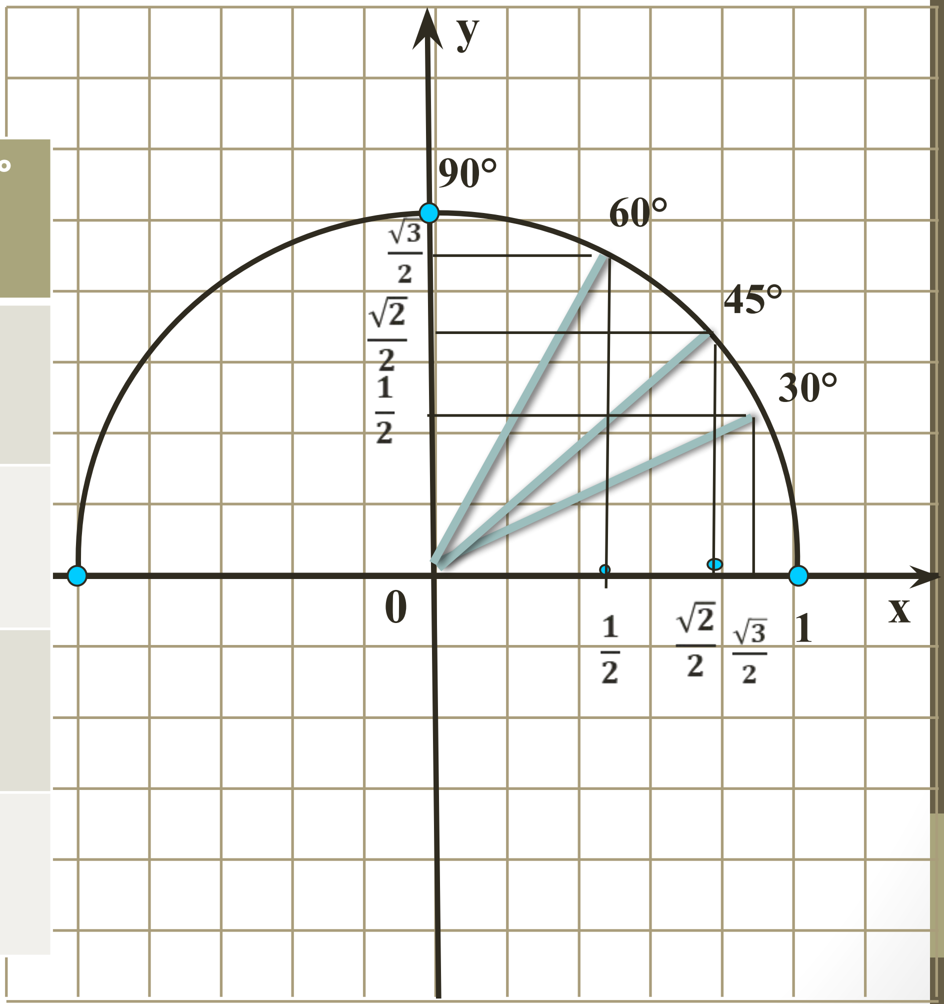
$$tg = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad ctg\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$tg\,\alpha = \frac{1}{4} : \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{\sqrt{15}} = \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{1\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{15}$$

$$ctg\,\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} : \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{15}}{4}\cdot\frac{4}{1} = \frac{\sqrt{15}}{1} = \sqrt{15}$$

Вспомним значения синуса, косинуса и тангенса некоторых углов.

	0°	30°	45°	60°	90°
	0				1
	1				0
tg α	0		1		-
ctg α	-		1		0



Задача 5.

- Вычислить синус, косинус и тангенс угла 120°.

Решение:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\sin 120° = \sin(180° - 60°) =$$

$$= \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

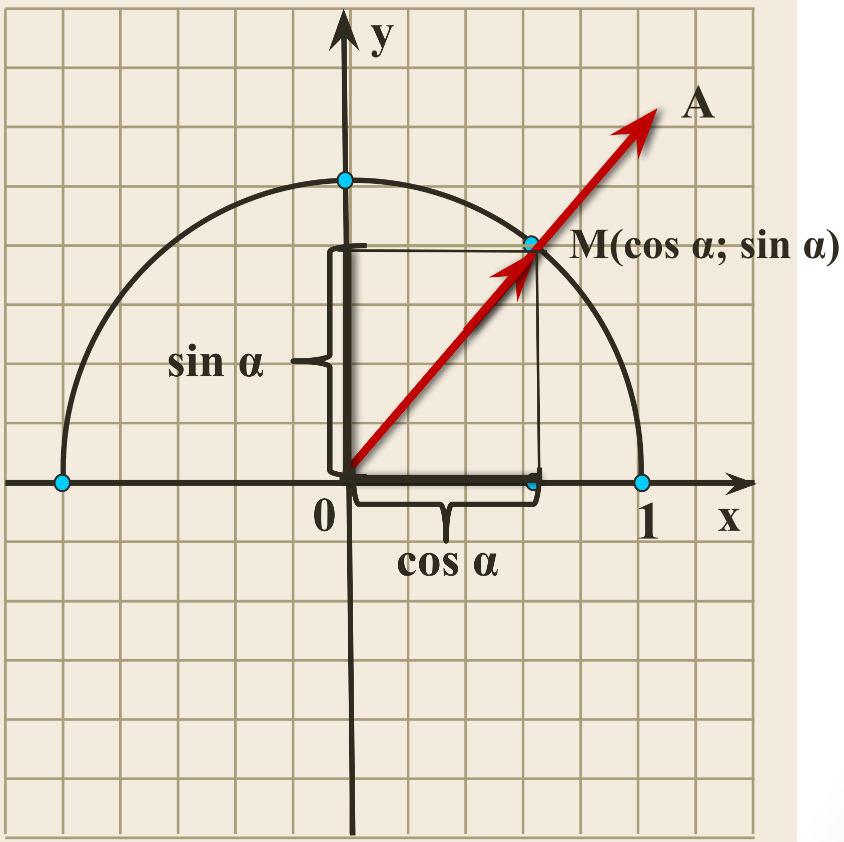
$$\cos 120° = \cos(180° - 60°) = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 120° = \frac{\sin 120°}{\cos 120°} = \frac{\sin 60°}{\cos 60°} = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{1} = \sqrt{3}$$

Вычисление координат точки

$$x = \boldsymbol{OA} \cdot \cos \boldsymbol{\alpha}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{OA} \cdot \sin \boldsymbol{\alpha}$$



Задача 6.

- Найти координаты точки А, если отрезок ОА = 3, а угол между лучом ОА, пересекающим единичную полуокружность, и положительной полуосью Ох равен 60°.

Решение:

$$x = \boldsymbol{OA} \cdot \cos \boldsymbol{\alpha}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{OA} \cdot \sin \boldsymbol{\alpha}$$

Находим координату ***x*** точки А:

$$x = \mathbf{3} \cdot \cos 60° = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{3\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}$$

Находим координату ***y*** точки А:

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{3} \cdot \sin 60° = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

$$\mathrm{A}\left(\frac{\mathbf{3\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}; \mathbf{1,5}\right)$$