

# Множество и его элементы.



Понятие множества является одним из основных понятий математики. Под *множеством* будем понимать совокупность объектов, имеющих общую природу (или объединенных по общему признаку), сами объекты при этом будем называть *элементами множества*.

Приведем примеры множеств.

1. Множество всех людей, живущих в настоящее время на Земле.
2. Множество всех рыб в Тихом океане.
3. Множество звезд в Галактике.
4. Множество  $N$  всех натуральных чисел.
5. Множество всех рациональных чисел  $x$ , удовлетворяющих условию  $2 \leq x \leq 10$ .
6. Множество  $M$  всех точек плоскости, находящихся на равном расстоянии от фиксированной точки  $O$ .
7. Множество пар чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих условию  $3x + 2y \leq 0$ .

Если  $a$  — элемент множества  $A$ , то пишут:  $a \in A$  (читают: « $a$  принадлежит множеству  $A$ »). Если  $b$  не является элементом множества  $A$ , то пишут:  $b \notin A$  (читают: « $b$  не принадлежит множеству  $A$ »).

**Определение.** Два множества  $A$  и  $B$  называют **равными**, если они состоят из одних и тех же элементов, то есть каждый элемент множества  $A$  принадлежит множеству  $B$  и, наоборот, каждый элемент множества  $B$  принадлежит множеству  $A$ .

**434.\*** Равны ли множества  $A$  и  $B$ , если:

1)  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 1\}$ ;

3)  $A = \{1\}$ ,  $B = \{\{1\}\}$ ?

2)  $A = \{(1; 0)\}$ ,  $B = \{(0; 1)\}$ ;

Множества, количество элементов которых можно выразить натуральным числом, называют *конечными*.

Множества, количество элементов которых нельзя выразить натуральным числом и которые не являются пустыми, называют *бесконечными*.

Множество, не содержащее ни одного элемента, называют *пустым множеством*. Его обозначают символом  $\emptyset$ .



Запишите с помощью перечисления элементов, используя фигурные скобки, множество:

- а) двузначных чисел, начинающихся цифрой 6;
- б) двузначных чисел, оканчивающихся цифрой 7;
- в) натуральных чисел, заключённых между числами 63 и 67;
- г) натуральных чисел, заключённых между числами 31 и 33.

Задайте характеристическим свойством множество всех:

- а) параллелограммов;
- в) квадратов;
- б) прямоугольников;
- г) равнобедренных треугольников.

В данном множестве все элементы, кроме одного, обладают некоторым свойством. Опишите это свойство и найдите элемент, не обладающий им:

- а) {треугольник; квадрат; трапеция; круг; правильный шестиугольник};
- б) {лев; лисица; гиена; слон; рысь};
- в) {бежать; смотреть; синий; знать; писать};
- г) {2; 6; 15; 84; 156};
- д) {Москва; Санкт-Петербург; Одесса; Гомель; Лондон};
- е) {2; 7; 13; 16; 29};
- ж) {1; 9; 67; 81; 121}.

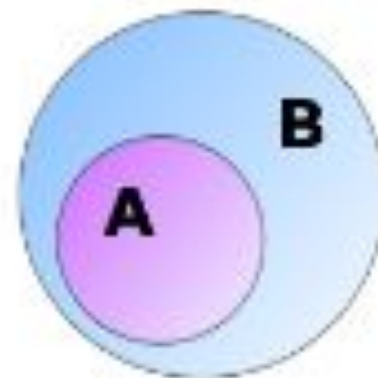
Запишите, используя знаки  $\in$  или  $\notin$ , следующее высказывание:

- а) число 15 принадлежит множеству  $N$ ;
- б) число 283 — натуральное;
- в) число  $-41$  не является натуральным;
- г) число  $-579$  — целое;
- д) число  $0,125$  не является целым.

Если каждый элемент множества  $A$  является элементом множества  $B$ , то множество  $A$  называется *подмножеством*  $B$ .

Обозначение:  $A \subset B$ .

Знак « $\subset$ » - знак включения.

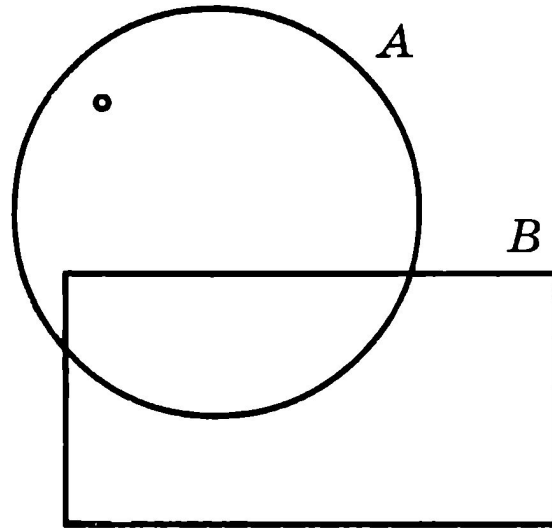


Например, подмножествами множества  $\{a, b, c\}$  являются следующие восемь множеств:

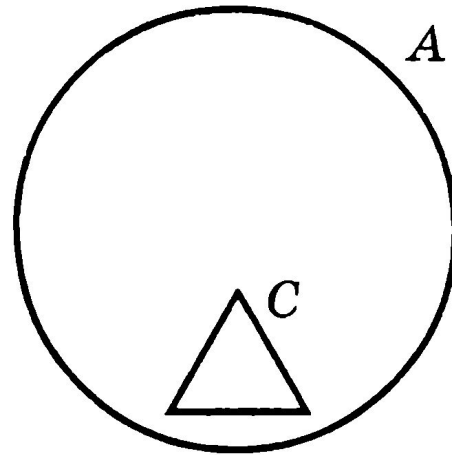
$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset$ .

Отметим, что любое множество является своим подмножеством, а пустое множество считают подмножеством любого множества.

$$A \subset B$$



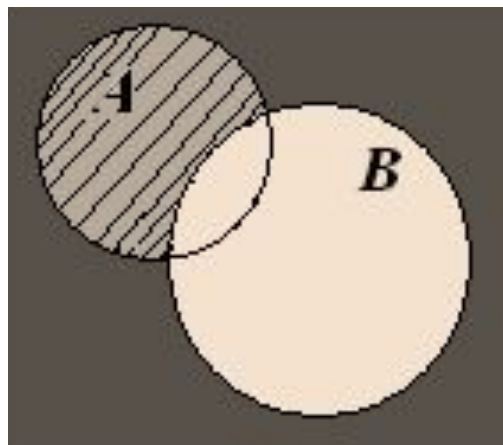
$$C \subset A$$





**Разность**  $A$  и  $B$  это множество элементов  $A$ , не принадлежащих  $B$ .

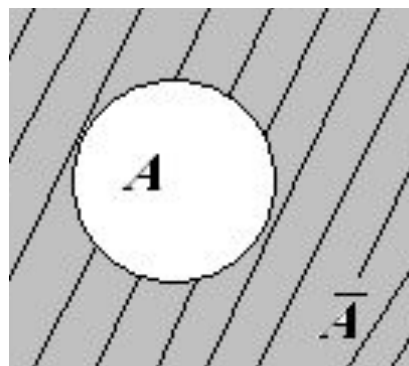
Разность  $A$  и  $B$  обозначают так:  $A \setminus B$ .



Например, если  $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$  и  
 $B = \{5; 10; 15; 20\}$ ,  
то  $A \setminus B = \{2; 4; 6; 8\}$ .

**Дополнение** множества  $A$  обозначают так:  $\bar{A}$ .

Дополнение множества до множества  $K$ :  $\bar{A} = K \setminus A$ .

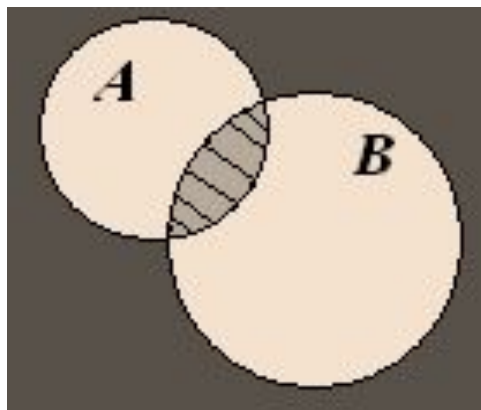


Например, если  $A = \{3; 6; 9; 12\}$  и

$K = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; \dots\}$ ,

то  $\bar{A} = \{1; 2; 4; 5; 7; 8; 10; 11; 13; \dots\}$ .

**Пересечением** множества  $A$  и  $B$  называют множество, состоящие из всех общих элементов множеств  $A$  и  $B$ . Пересечение множеств  $A$  и  $B$  обозначают так:  $A \cap B$ . Можно записать и так:  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$ .



Например,

если  $A = \{3; 9; 12\}$  и  $B = \{1; 3; 5; 7; 9; 11\}$ ,

то  $A \cap B = \{3; 9\}$ ;

если  $A = \{10; 20; \dots; 100\}$  и  $B = \{6; 12; 18; \dots\}$ ,

то  $A \cap B = \{30; 60; 90\}$ .

1. Даны множества:  $A = \{2; 3; 8\}$ ,  $B = \{2; 3; 8; 11\}$ ,  
 $C = \{5; 11\}$ .

Найдите: 1)  $A \cap B$ ; 2)  $A \cap C$ ; 3)  $C \cap B$ .

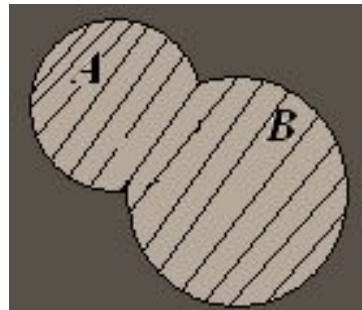
2. Даны множества:  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{c, d, e, f\}$ ,  
 $C = \{c, e, g, k\}$ .

Найдите  $(A \cap B) \cap C$ .

**Объединением** множеств  $A$  и  $B$  называют множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств.

Объединение множеств  $A$  и  $B$  обозначают так:  $A \cup B$ .

Можно записать и так:  $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$ .



Например,

если  $A = \{3; 9; 12\}$  и  $B = \{1; 3; 5; 7; 9; 11\}$ ,  
то  $A \cup B = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 12\}$ .



1. Даны множества:  $A = \{2; 3; 8\}$ ,  $B = \{2; 3; 8; 11\}$ ,  $C = \{5; 11\}$ .

Найдите: 1)  $A \cup B$ ; 2)  $A \cup C$ ; 3)  $C \cup B$ .

2. Даны множества:  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{c, d, e, f\}$ ,  
 $C = \{c, e, g, k\}$ .

Найдите  $(A \cup B) \cup C$ .

## Задача 1

Каждая семья, живущая в нашем доме, выписывает или газету, или журнал, или и то и другое вместе. 75 семей выписывают газету, а 27 семей выписывают журнал и лишь 13 семей выписывают и журнал, и газету. Сколько семей живет в нашем доме?

## Задача 2

На школьной спартакиаде каждый из 25 учеников 9 -го класса выполнил норматив или по бегу, или по прыжкам в высоту. Оба норматива выполнили 7 человек, а 11 учеников выполнили норматив по бегу, но не выполнили норматив по прыжкам в высоту. Сколько учеников выполнили норматив:

- а) по бегу; б) по прыжкам в высоту;
- в) по прыжкам при условии, что не выполнен норматив по бегу?

### **Задача 3**

52 школьников 23 собирают значки, 35 собирают марки, а 16 – и значки, и марки.

Остальные не увлекаются коллекционированием.

Сколько школьников не увлекаются коллекционированием?

### **Задача 4**

Каждый из учеников 9-го класса в зимние каникулы ровно два раза был в театре, посмотрев спектакли А, В или С.

При этом спектакли А, В, С видели соответственно 25, 12 и 23

ученика.

Сколько учеников в классе?

## Задача 5

В воскресенье 19 учеников нашего класса побывали в планетарии, 10 – в цирке и 6 – на стадионе.

Планетарий и цирк посетили 5 учеников; планетарий и стадион-3; цирк и стадион -1.

Сколько учеников в нашем классе, если никто не успел посетить все три места, а три ученика не посетили ни одного места?

## Задача 6

На уроке литературы учитель решил узнать, кто из 40 учеников 9 -го класса читал книги А, В, С. Результаты опроса выглядели так: книгу А прочитали 25 учеников, книгу В – 22 ученика, книгу С – 22 ученика; одну из книг А или В прочитали 33 ученика, одну из книг А или С прочитали 32 ученика, одну из книг В или С – 31 ученик.

Все три книги прочитали 10 учеников.

Сколько учеников:

- а) прочитали только по одной книге;
- б) прочитали ровно две книги;
- в) не прочили ни одной из указанных книг?



## Задача 7

На зимних каникулах из 36 учащихся класса только двое просидели дома, а 25 ребят ходили в кино, 15 – в театр, 17 – в цирк. Кино и театр посетили 11 человек, кино и цирк – 10, театр и цирк – 4.

Сколько ребят побывало и в кино, и в театре, и в цирке?