

Ekonomicko-matematické metody I

Cvičení 2/6

**Simplexový algoritmus.
Tvorba duálního modelu.**

Model lineárního programování

- **Cíl: nalézt vázaný extrém lineární funkce více proměnných, který vyhovuje daným lineárním omezujícím podmínkám**
- **Komponenty modelu**
 - proměnné;
 - omezující podmínky;
 - účelová (kriteriální) funkce;
 - podmínky nezápornosti.

Použité symboly a značení

■ Proměnné

- x ... strukturní proměnné;
- d ... doplňkové proměnné;
- p ... pomocné proměnné.

■ Omezující podmínky ... $Ax \leq b$

- $A = (a_{ij})$... matice soustavy;
- b ... vektor pravých stran.

■ Účelová funkce ... $z = c \cdot x$

- c ... cenové koeficienty proměnných (jednotkové ceny)

Simplexový algoritmus

- Splnění podmínek simplexového algoritmu
- Výchozí bázické řešení
- Test optima (vstupu)
- Test přípustnosti báze (výstupu)
- Přejít na nové řešení Jordanovou eliminační metodou

Příklad 1 - zadání

- Investor se rozhoduje o nákupu dluhopisů Řecka, Itálie nebo Francie.
- Celkem může investovat maximálně 100 mil. Kč.
- Do řeckých dluhopisů nechce investovat více než 20 mil. Kč.
- Váhy rizikovosti zemí si investor ohodnotil bodově po řadě 5; 4 a 1 bodem na každou investovanou korunu a nechce přijmout riziko vyšší než 60% absolutně nejrizikovější investice* .
- Úrokové sazby v jednotlivých zemích jsou po řadě 8, 6 a 1% p.a., investor chce maximalizovat očekávaný výnos. Doporučte optimální složení portfolia.

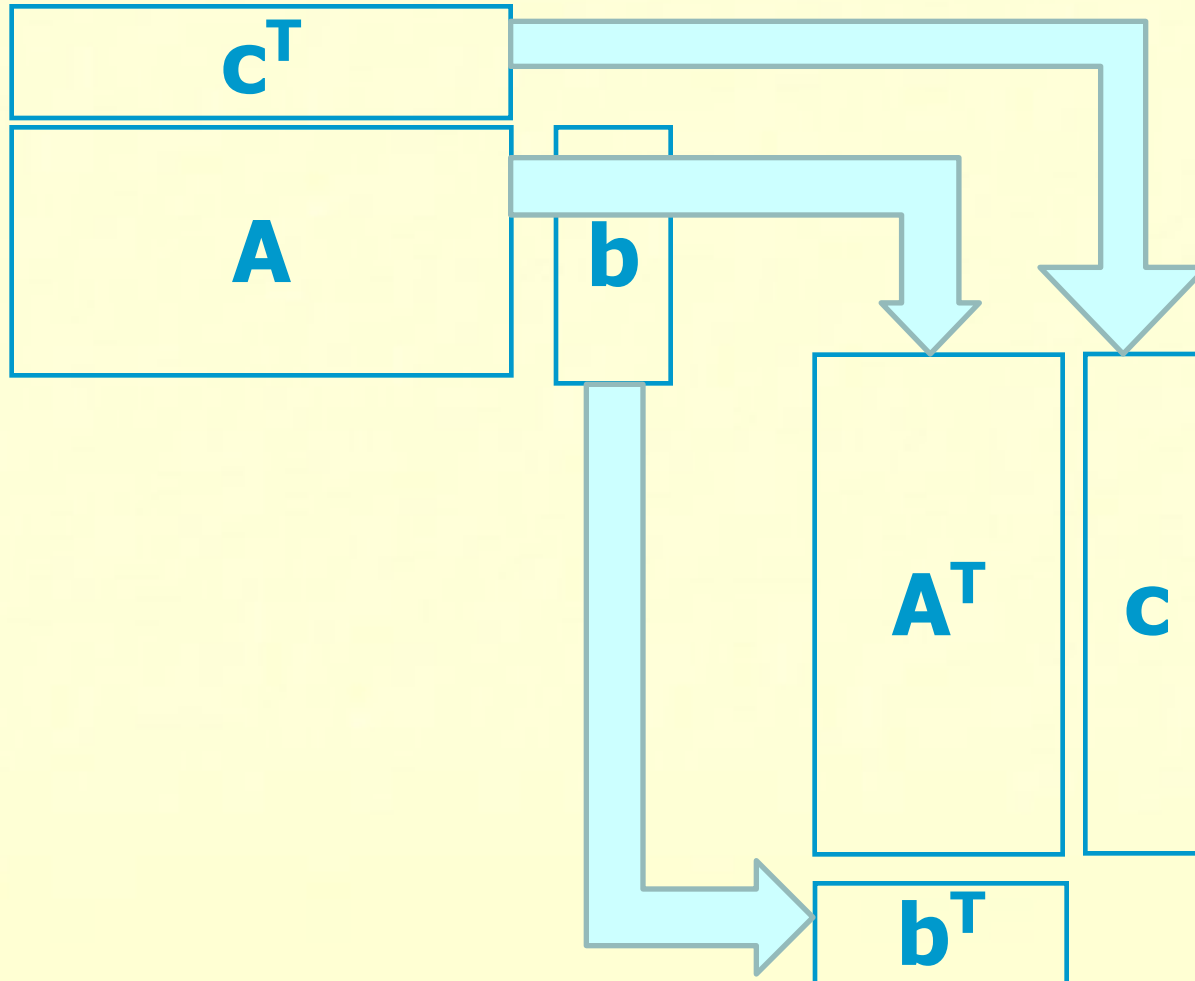
*Znamená vzít 100 mil. a utratit je za řecké dluhopisy (bez ohledu na 2. omezení)

Příklad 1 - úkoly

- Sestavte model lineárního programování
- Převeďte model do kanonického tvaru
- Sestavte výchozí simplexovou tabulku a interpretujte výchozí bázické řešení
- Nalezněte optimální řešení modelu a proveďte jeho interpretaci
 - zápis vektorem bázického řešení;
 - zápis vektorem obecného řešení;
 - hodnota účelové funkce;
 - duální ceny nebázických proměnných.

Dualita lineárních modelů

- Princip: otočení úhlu pohledu o 90°



Dualita lineárních modelů

- Matice koeficientů A v primárním modelu a matice A^T v duálním
- Vektor pravých stran b v primárním modelu a vektor cen b v duálním
- Vektor cen c v primárním modelu a vektor pravých stran c v duálním
- **Největší problém: typ omezení a podmínky nezápornosti proměnných**

Tvorba duálního modelu

MAX	MIN
A	A^T
b	c
c	b
x	y
$Ax \leq b$	$y \geq 0$
$Ax = b$	y libovolné
$Ax \geq b$	$y \leq 0$
$x \geq 0$	$A^T y \geq c$
x libovolné	$A^T y = c$
$x \leq 0$	$A^T y \leq c$
$c^T x \rightarrow \text{Max}$	$b^T y \rightarrow \text{Min}$

Příklad 2 - úkoly

- Pro model investora sestavte odpovídající duální model lineárního programování
- Proveďte věcnou interpretaci jednotlivých složek duálního modelu, tj. určete jednotky
 - duálních proměnných;
 - duálních omezujících podmínek;
 - duální účelové funkce.