Кинематика материальной точки. Способы описания механического движения

Лекция 1.

Лекции по механике.

Глава 1. Кинематика.

§ 1. Механическое движение. Модели в механике.

Простейшим видом движения в природе является __механическое движение__. Оно состоит в изменении положения тел или их частей в пространстве и во времени. Раздел физики, занимающийся изучением закономерностей мех. движения, наз. __механикой__.

В более узком смысле этого слова под механикой часто понимают классическую механику, в кот. рассм-ся движения макротел, совершающиеся со скоростями, во много раз меньшими скорости света в вакууме $v << c$

В основе классической механики лежат законы Ньютона, поэтому ее часто называют ньютоновской мех-ой. Закономерности движения тел со скоростями близкими к скорости света, являются предметом __релятивистской механики__, а закономерности движения микрочастиц — __квантовой механики__.

Классическая механика состоит из трех основных разделов — кинематика, статика и динамика. В кинематике изучают движение тел без рассмотрения причин, его вызывающих. В статике рассматривают законы сложения сил и условия равновесия тел. В динамике исследуется влияние взаимодействия между телами на их механическое движение.

Для описания реальных движущихся тел в механике пользуются, в зависимости от условий каждой конкретной задачи, различными упрощенными моделями: материальная точка, АТТ, абсолютно упругое тело, абсолютно неупругое тело и т.д.

Мат. точка — это модель, под которой понимается тело размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

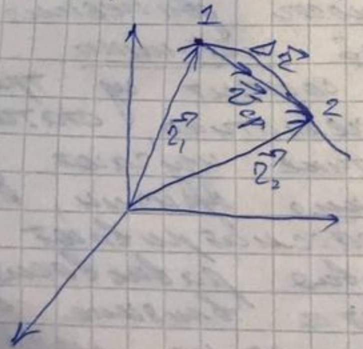
Матер. точка при своем движении описывает траекторию — геометрическое место точек, последовательно занимаемых движущимся телом. Траекторией движения мат. точки является линия. Движение мат. точки задается одним из трех способов — векторным, координатным и естественным.

§ Векторный способ задания движения мат. точки.

Положение поступ. движущейся мат. точки в каждый момент времени определяется радиус-вектором $\vec{r}$.

Т. о. $\boxed{\vec{r} = \vec{r}(t)}$ — уравнение движения м.т.

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ — вектор перемещения, где $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$, $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$



Ср. скорость

$$\vec{v}_{cp} = \langle\vec{v}\rangle = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Направление $\langle\vec{v}\rangle$ совпад. с напр-ем $\Delta\vec{r}$.

Мгн. скорость:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

и направлена по касательной к тр-ии

$[\vec{v}] = м/с$ в СИ.

Положение тела в прост-ве можно определить только по отношению к другим телам. Тело, по отношению к которому рассматривается движение мат. точки наз <u>телом</u> <u>отсчета</u>. Тело отсчета и жестко связанная с ним система координат, снабженная часами составляют систему отсчета.

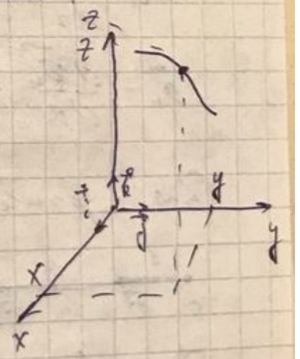
Ср. ускорение : $\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$.

$\vec{v}_1 = \vec{v}(t_1)$, $\vec{v}_2 = \vec{v}(t_2)$

Мгн. ускор $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$.

§ Координатный способ задания движения.

Положение точки в каждый момент времени определяется заданием трех координат:



$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t). \end{cases}$ III уравнения.

$\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$, $\Rightarrow$

$\Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$, $v_z = \frac{dz}{dt}$

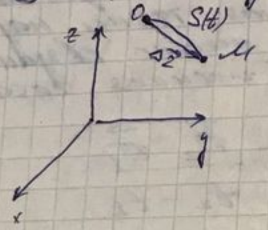
Аналог. $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt}$, $a_z = \frac{dv_z}{dt}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

§ Естественный способ задания движения.

Движение точки можно описать скалярной ф-й $S(t)$, равной длине дуги траектории от начала отсчета.

$S = S(t)$ – путевая ф-я или дуговая координата

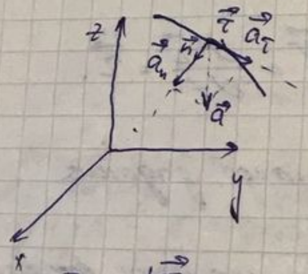


Т. о. $S = S(t)$ – уравнение движения

Видно, что $\Delta S \geqslant |\Delta\vec{r}|$

Ср. путевая скорость

$$v_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}.$$



Очевидно, что $v_{cp} \geqslant |\vec{v}_{cp}|$

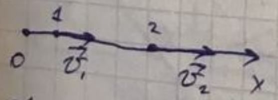
$$\vec{a} = \lim \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_\tau}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_\tau}{dt} + \frac{d\vec{v}_n}{dt}.$$

$\vec{a_\tau} = \frac{d\vec{v}_\tau}{dt}$, – тангенциальное ускор., характеризует изменение скорости по величине.

$\vec{a_n} = \frac{d\vec{v}_n}{dt}$ – нормальное ускорение, характеризует изменение скорости по напр-ю.

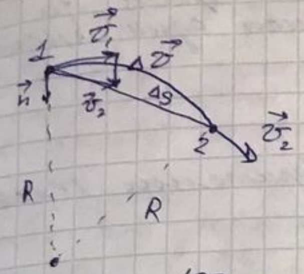
Для движения точки по прямой:



$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Для движения точки по окружности с пост. по модулю скоростью:

$v = const$
при $\Delta t \to 0$ => подобные Δ-и.



Из подобия

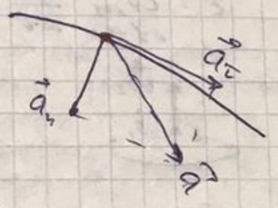
$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta S}{R}, \quad \Delta v = \frac{v \Delta S}{R}$$

$$a_n = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}.$$

Т.о. $\vec{a_\tau} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau}$, $\vec{a_n} = \frac{v^2}{R}\vec{n}$, $\vec{a_\tau}$ - направлен по касательной

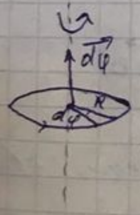
$\vec{a_n}$ - направлен к центру кривизны тр-ии.
R - радиус кривизны тр-ии.

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$



§ Кинематика вращат. дв-я мат. точки.

Положение точки, движущейся по окружности, определяется значением угла поворота $d\varphi$.



Угловое перемещение $\vec{d\varphi}$ - псевдовектор, длина которого равна величине угла поворота $d\varphi$, а направление опред. правилом правого винта и совпадает с осью вращения.

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\Delta\varphi}}{\Delta t} = \frac{\vec{d\varphi}}{dt} = \dot{\vec{\varphi}}$$

$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. $\vec{\omega}$ - псевдовектор, направленный вдоль оси вращ. (правило прав. в.)

$[\omega] = \frac{рад}{с} = с^{-1}$. Если $\vec{\omega} = const$, то вращ. равномерное.

Период вращения T — время, за которое тело совершает один полный оборот:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

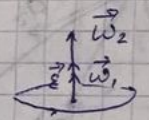
Частота ν — число оборотов, совершаемых телом за ед. времени:

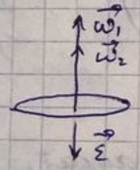
$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Если $\vec\omega \neq const$, то вращение неравномерное. Ускорение (угловое) по определению:

$$\vec\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec\omega}{\Delta t} = \frac{d\vec\omega}{dt} = \dot{\vec\omega}$$

$$[\varepsilon] = \frac{рад}{с^2} = с^{-2}.$$





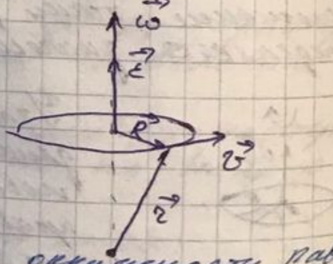
Связь линейных и угловых величин

$dS = R\,d\varphi$ — длина дуги.

$\vec v = [\vec\omega, \vec r]$, $v = \omega R$,

$\vec a_\tau = [\vec\varepsilon, \vec r]$, $a_\tau = \varepsilon R$,

$\vec a_n = -\omega^2 \vec R$, $a_n = \omega^2 R$.



Если $\vec\omega = const$, то движение по окружности равномерное

$\vec\omega = \frac{d\vec\varphi}{dt}$, $d\varphi = \omega\,dt$, $\varphi = \varphi_0 + \omega t$.

Если $\vec\varepsilon = const$, то движение по окр-ти равнопеременное

$\vec\varepsilon = \frac{d\vec\omega}{dt}$, $d\omega = \varepsilon\,dt$ $\quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$

$d\varphi = \omega\,dt$ $\quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$