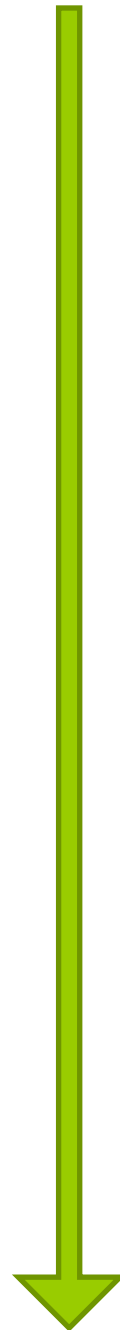


# «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

**Обобщающий урок**

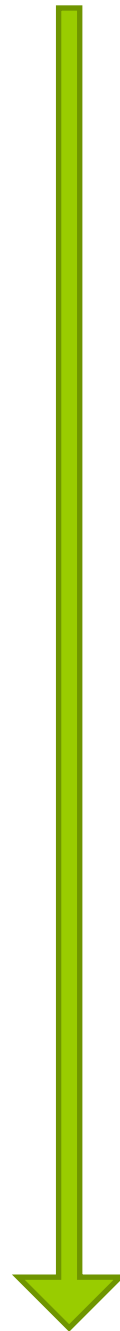
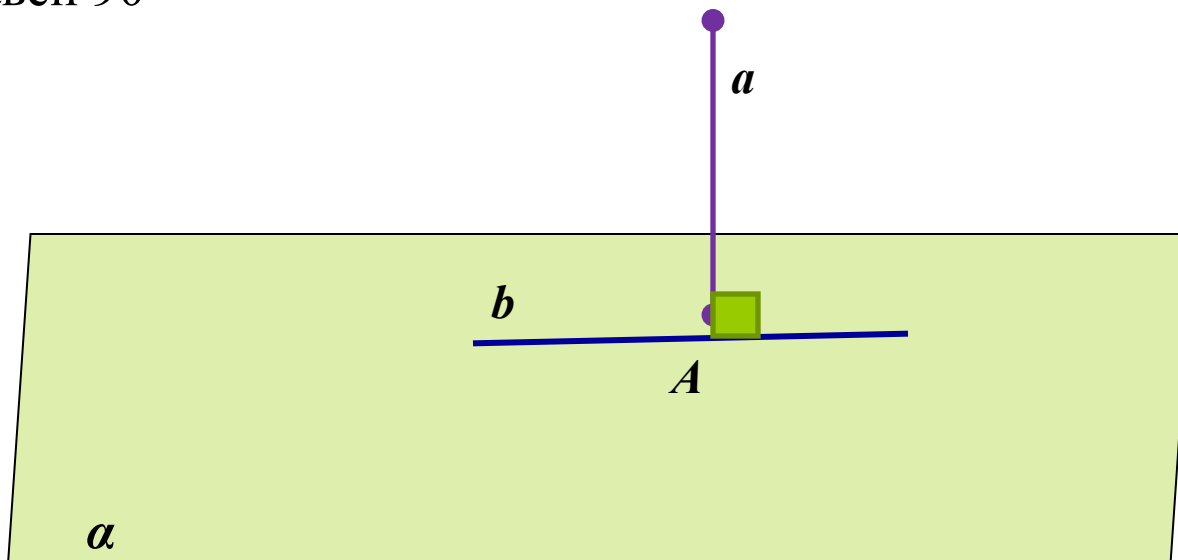


## Вопрос 1.

Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?

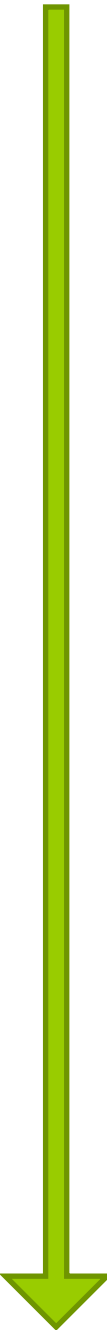
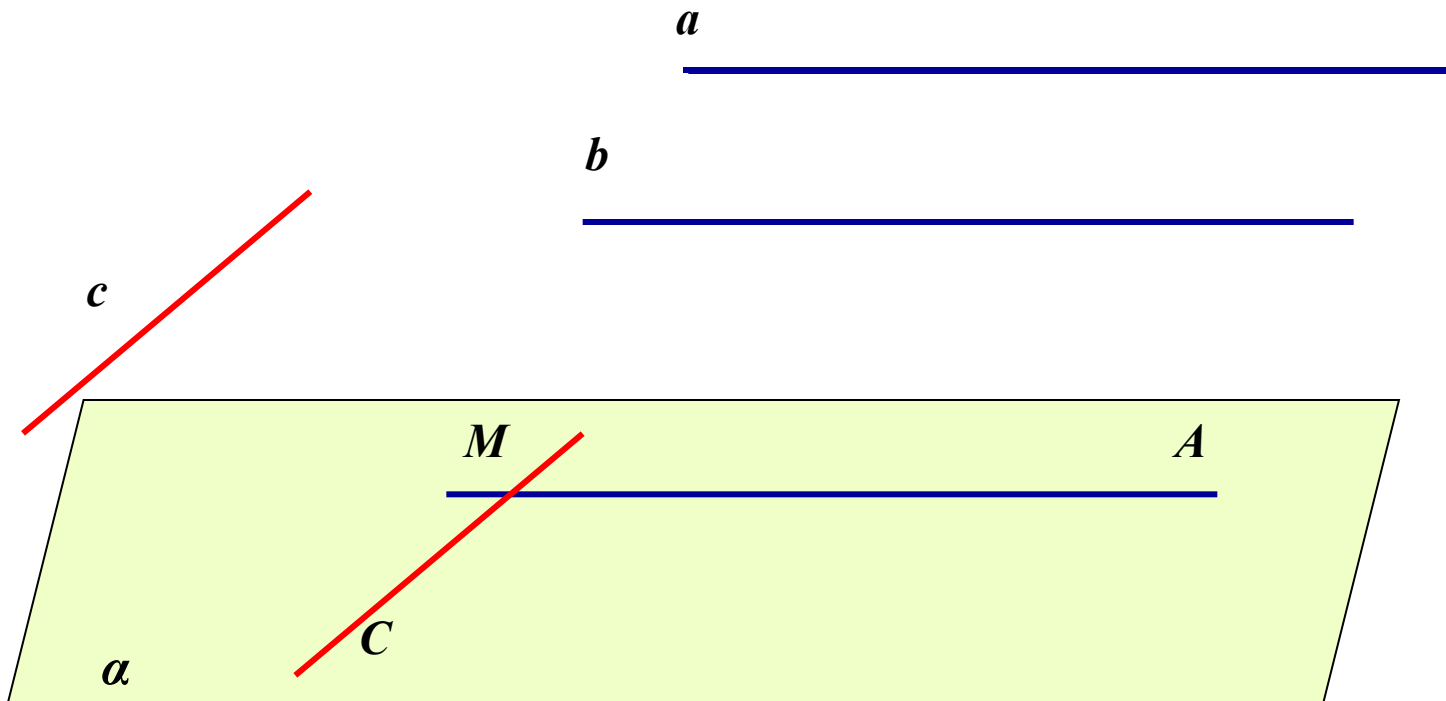
Ответ:

Прямые в пространстве называются перпендикулярными если угол между ними равен  $90^{\circ}$



Вопрос 2.

Сформулируйте лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей

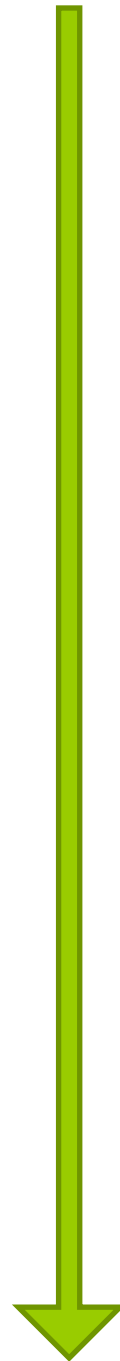
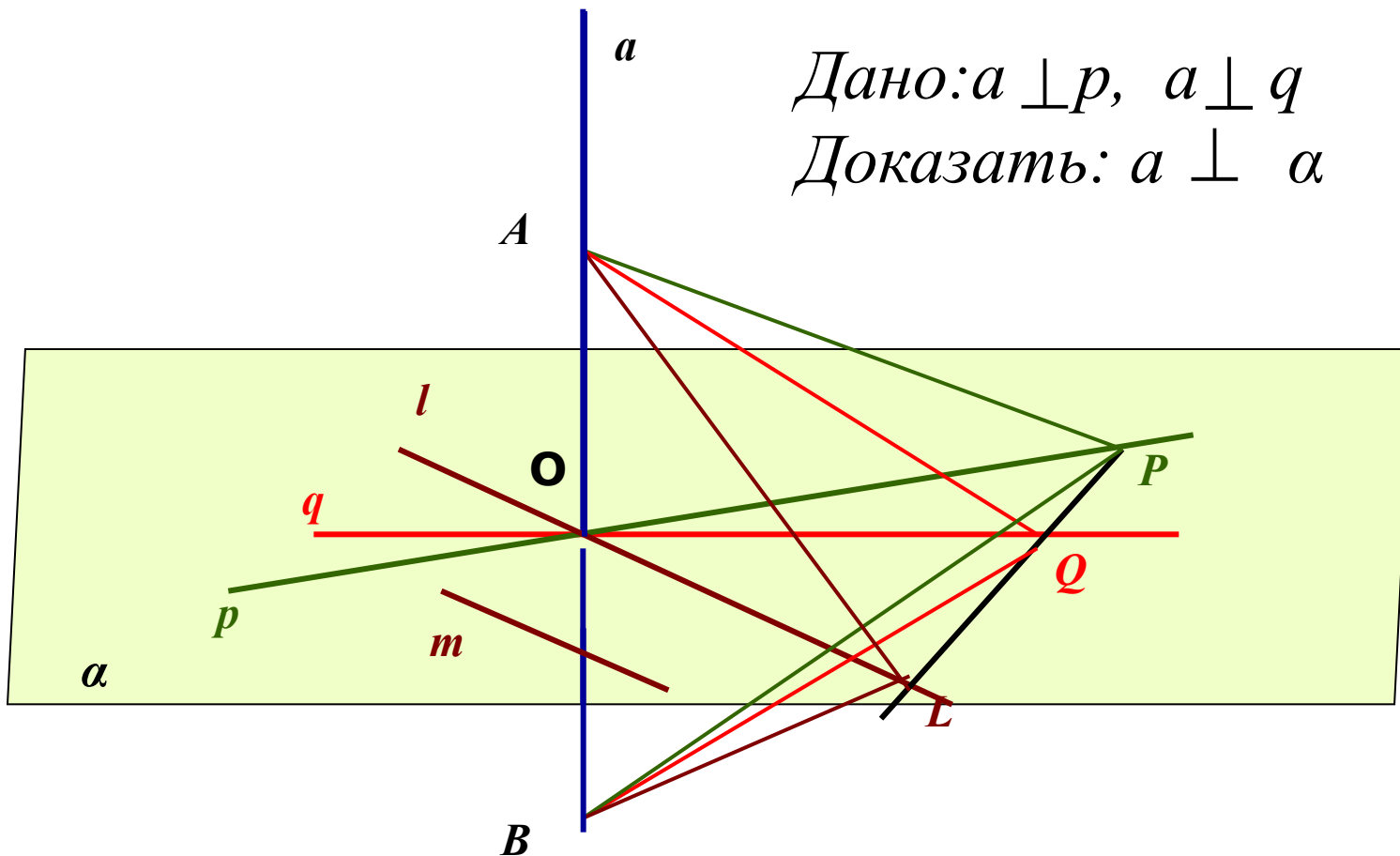


Вопрос 3.

Какая прямая называется перпендикулярной к плоскости?

Вопрос 4.

Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.

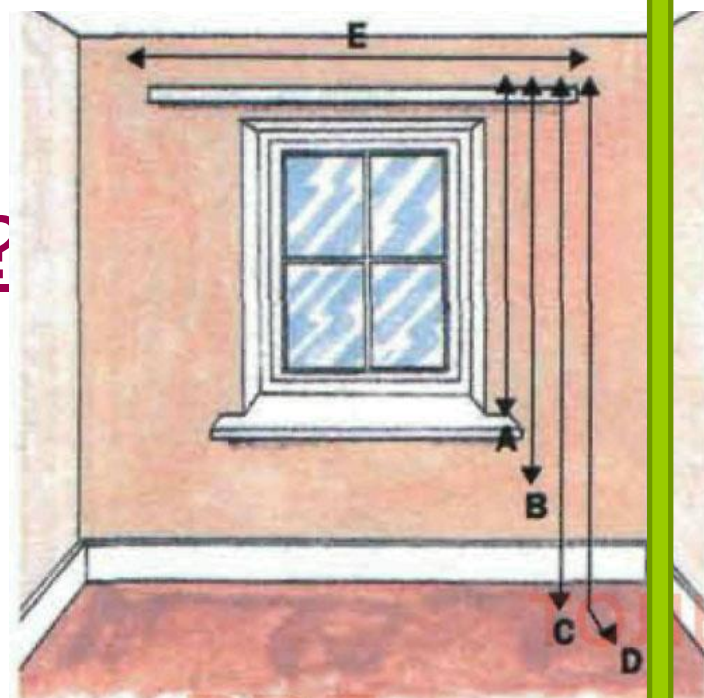
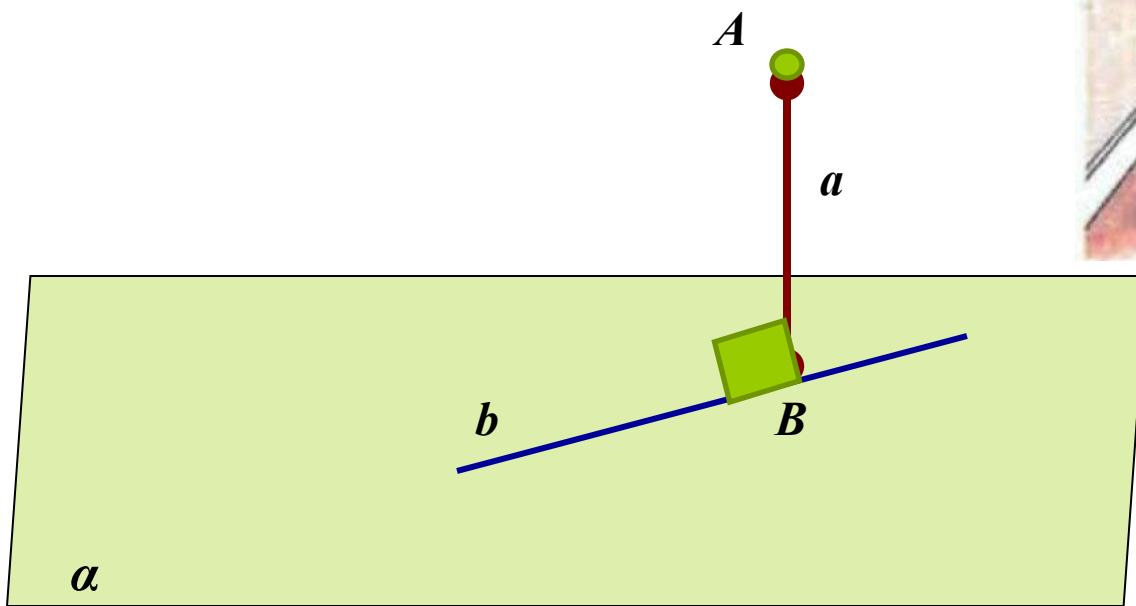


## Вопрос 5.

# Что называется расстоянием

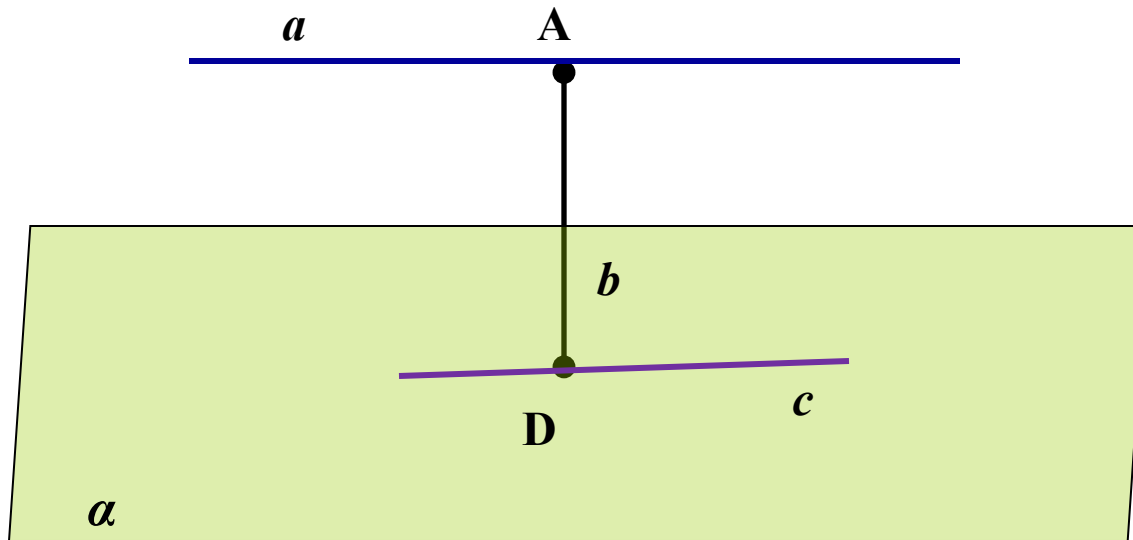
## от точки до плоскости?

Расстоянием от точки до плоскости называется длина перпендикуляра от данной точки до плоскости



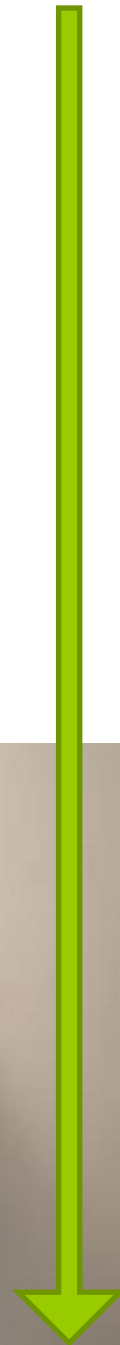
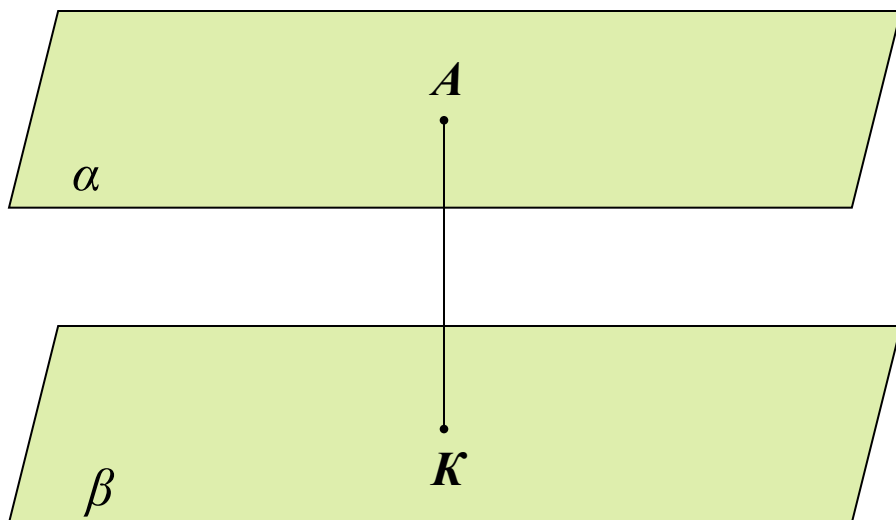
Вопрос 6.

Что называется расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью?



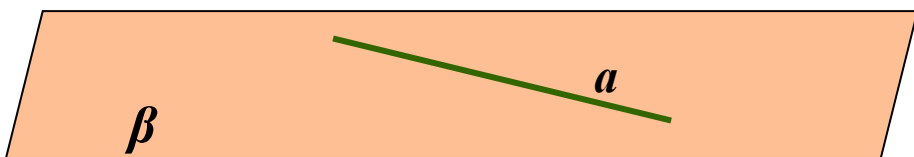
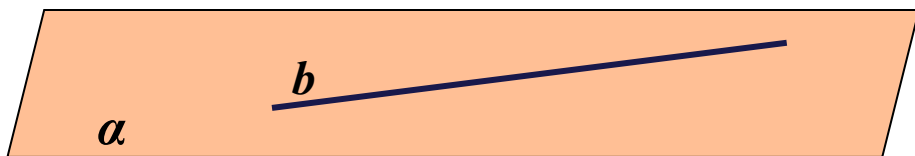
## Вопрос 7.

Что называется расстоянием между параллельными плоскостями?

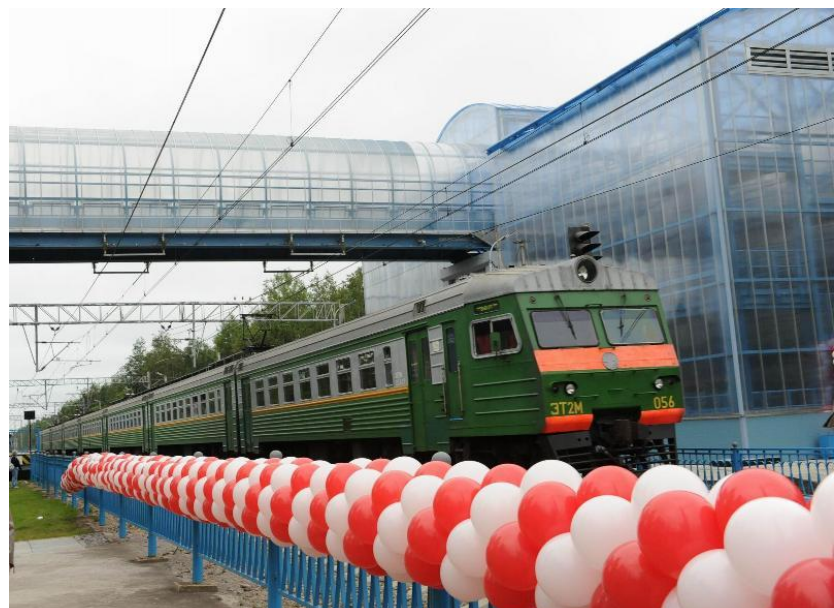


## Вопрос 8.

Какие прямые называются скрещивающимися?



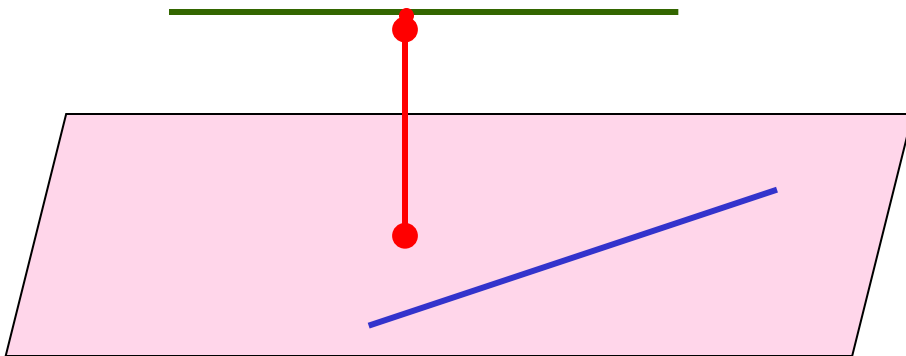
Ответ: Скрещивающимися называются прямые, которые не лежат в одной плоскости





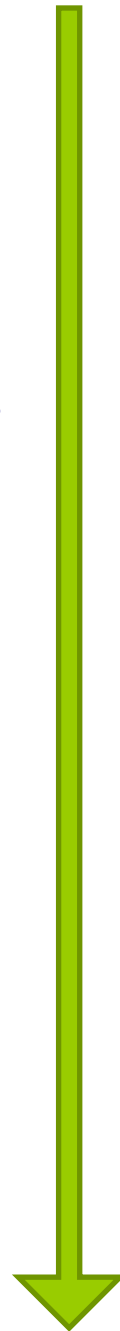
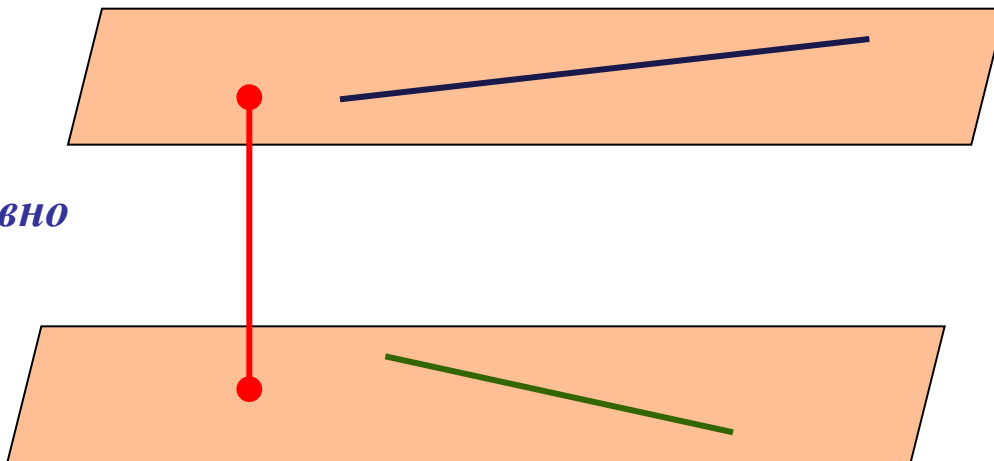
## Вопрос 9.

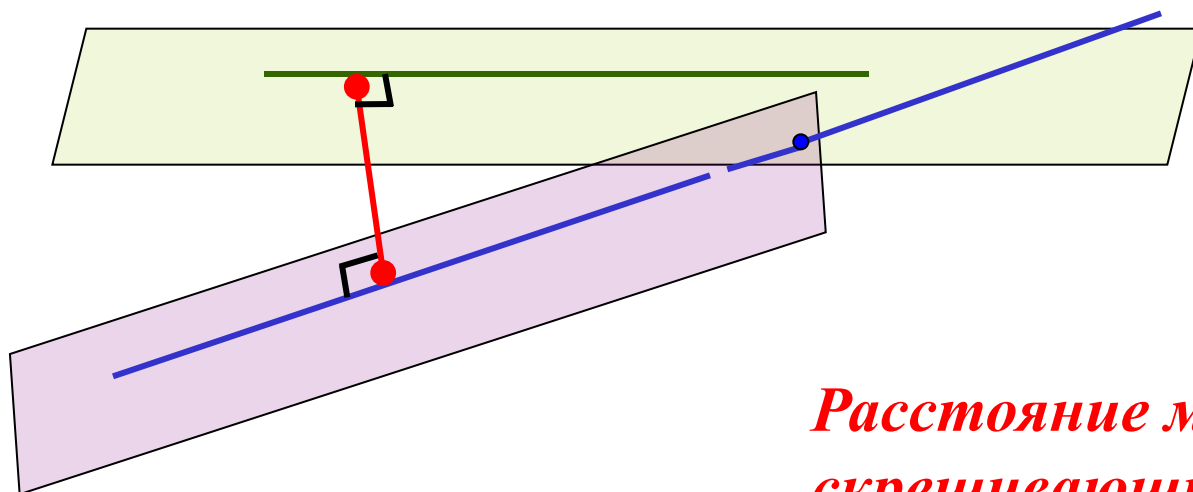
Как измерить расстояние между скрещивающимися прямыми?



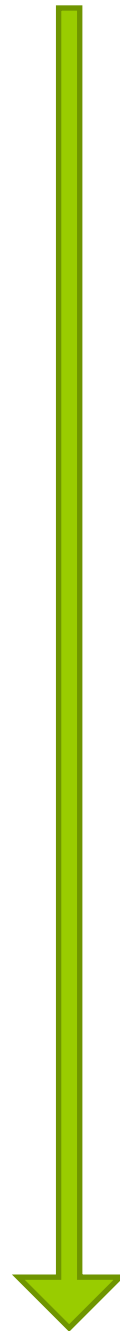
*Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно расстоянию от любой точки одной из этих прямых до плоскости, проходящей через вторую прямую, параллельно первой.*

*Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно расстоянию между двумя параллельными плоскостями, содержащими эти прямые.*





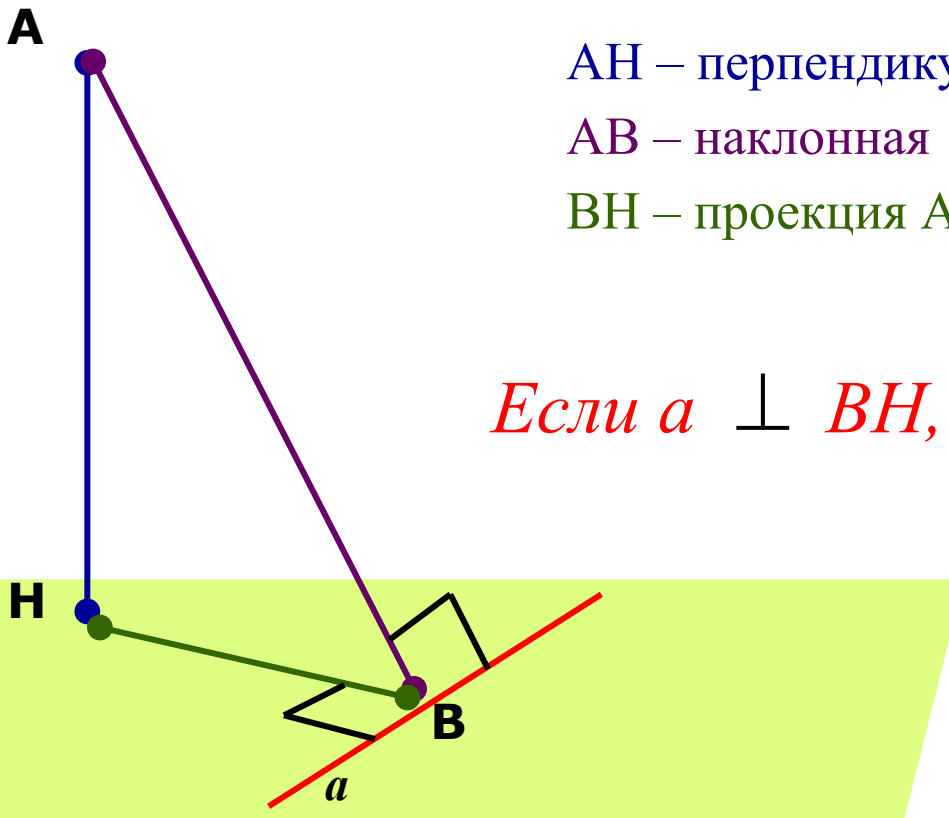
*Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно длине их общего перпендикуляра (такой отрезок единственный).*



## Докажите теорему о трех перпендикулярах

$АН$  – перпендикуляр к плоскости  
 $АВ$  – наклонная  
 $ВН$  – проекция  $АВ$  на плоскость

*Если  $a \perp ВН$ , то  $a \perp АВ$*



# Докажите теорему, обратную теореме о трех перпендикулярах

**A**



**D**



**B**



A не лежит в плоскости  $\alpha$   
AD – перпендикуляр к плоскости  $\alpha$   
AB – наклонная  
BD – проекция AB на плоскость  $\alpha$

*Если  $a \perp AB$ , то  $a \perp BD$*

$\alpha$

$a$



**1**

$ABCD$  – ромб.

Доказать:  $MO \perp ABC$

Дано:  $MC \perp ABC$

Найти:  $AC$

**2**

Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  $MB \perp ABC$

Доказать:  $ABCD$  - прямоугольник

**3**

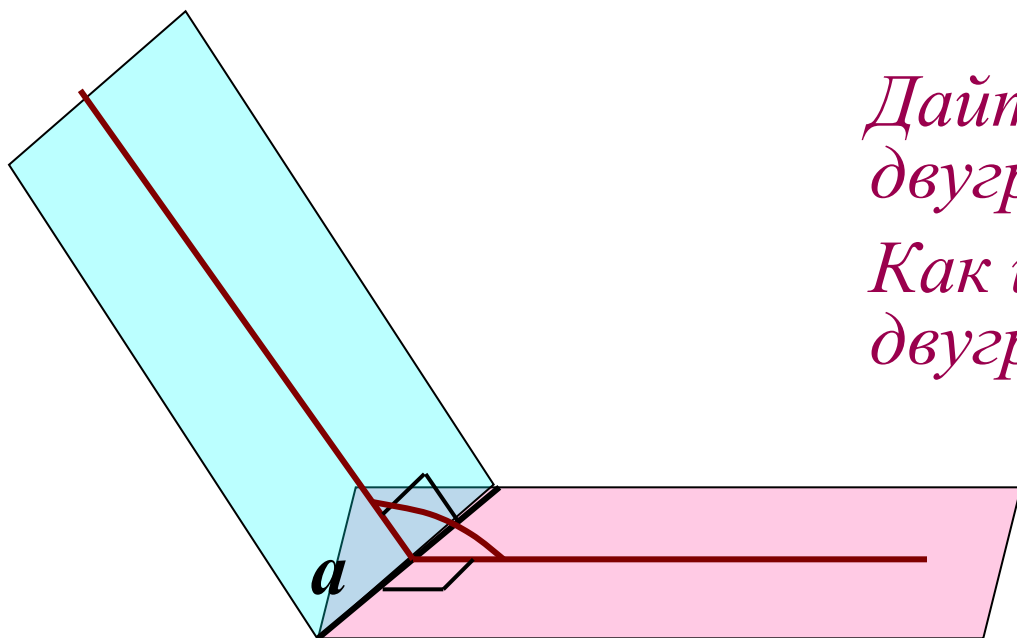
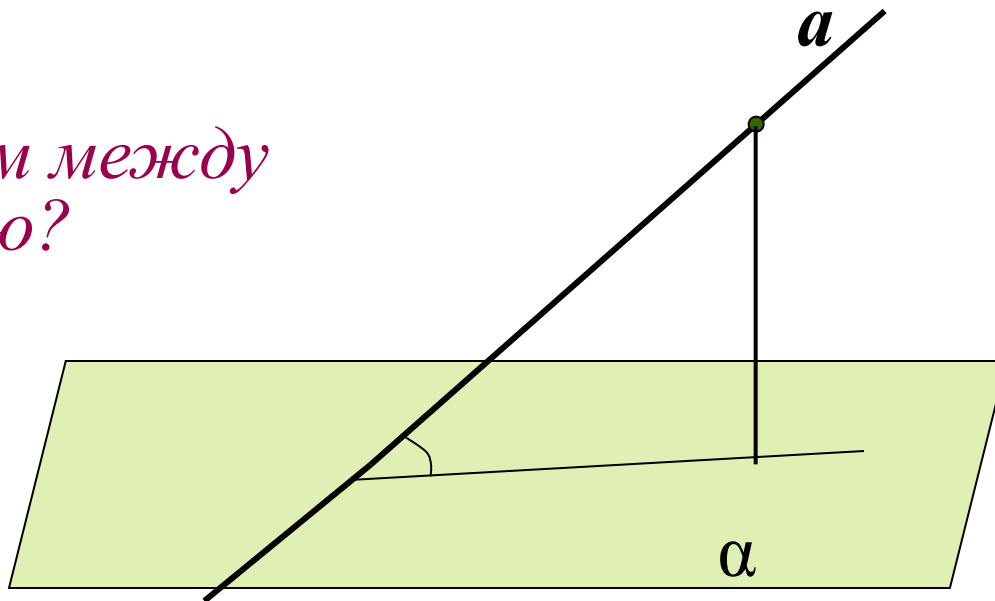
Дано:  $DA \perp ABC$

Найти:  $DB$

**4**

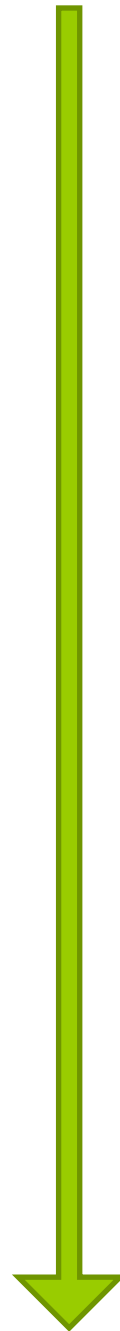
Вопрос 10:

*Что называют углом между прямой и плоскостью?*



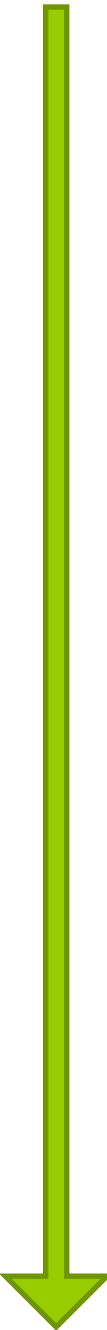
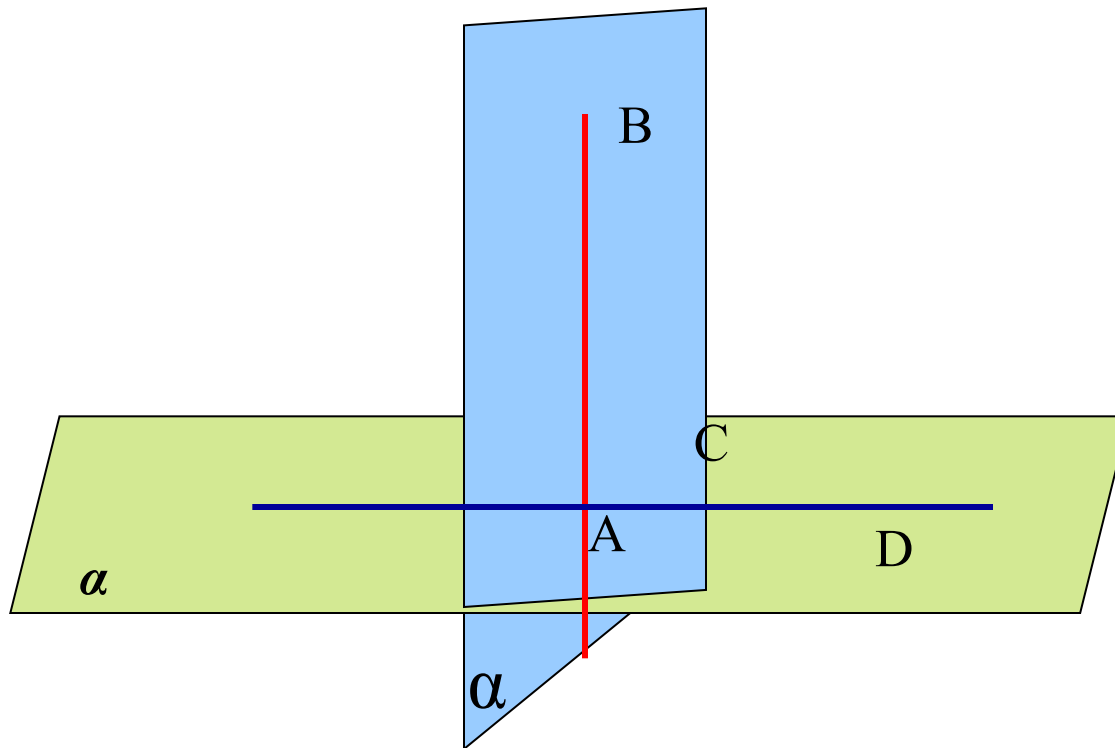
*Дайте определение двугранного угла.*

*Как измеряется двугранный угол?*



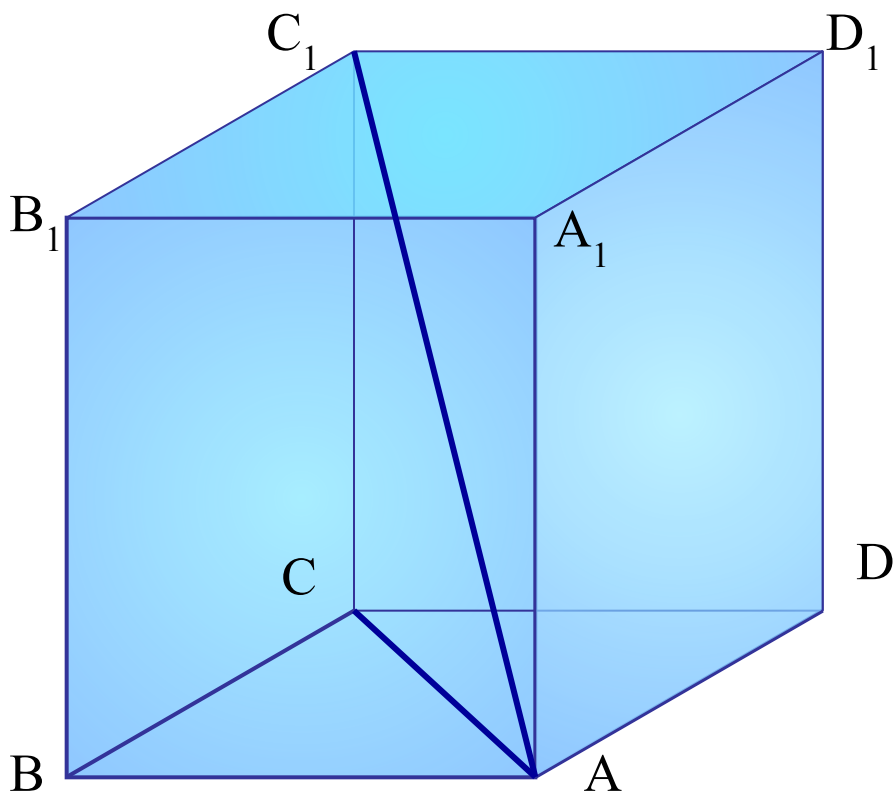
Вопрос 11: *Какие плоскости называются перпендикулярными?*

Вопрос 12: *Сформулируйте и докажете признак перпендикулярности двух плоскостей.*

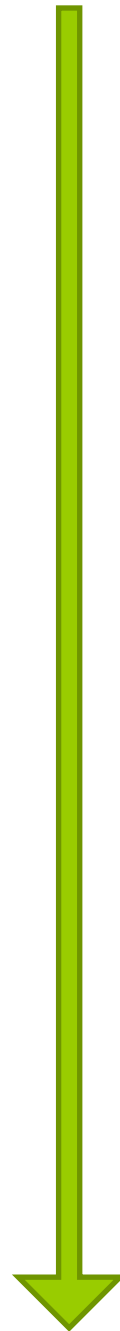


Вопрос 13: *Какой параллелепипед называют прямоугольным?*

Вопрос 14: *Перечислите свойства прямоугольного параллелепипеда.*



Вопрос 15:  
*Сформулируйте и докажете теорему о диагонали прямоугольного параллелепипеда.*



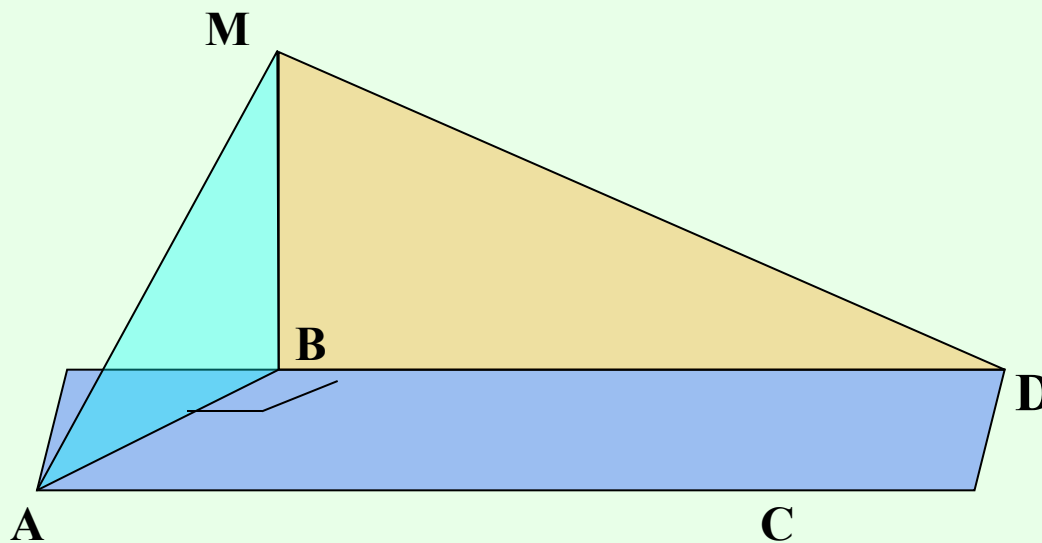


Решите задачу:

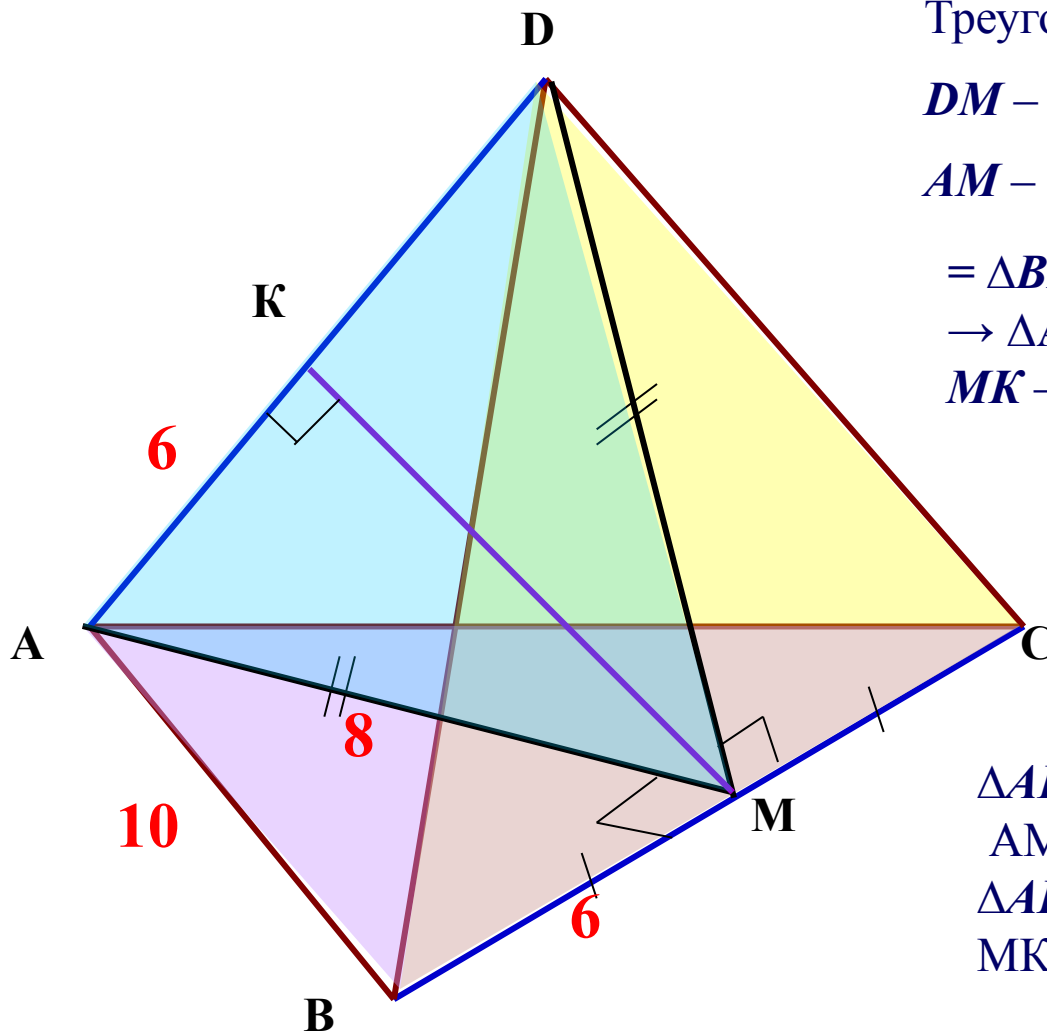
Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,

$MB \perp (ABC)$ .

Доказать:  $(AMB) \perp (MBC)$



В пирамиде  $DABC$  известны длины ребер:  
 $AB=AC=DB=DC=10$ ,  $BC=DA=12$ . найдите  
 расстояние между прямыми  $DA$  и  $BC$ .



Треугольники  $BDC$  и  $ABC$  равнобедренные  
 $DM$  – высота  $\triangle BDC$ ,  $DM$  – медиана,  
 $AM$  – медиана  $\triangle ABC \rightarrow AM$  – высота.

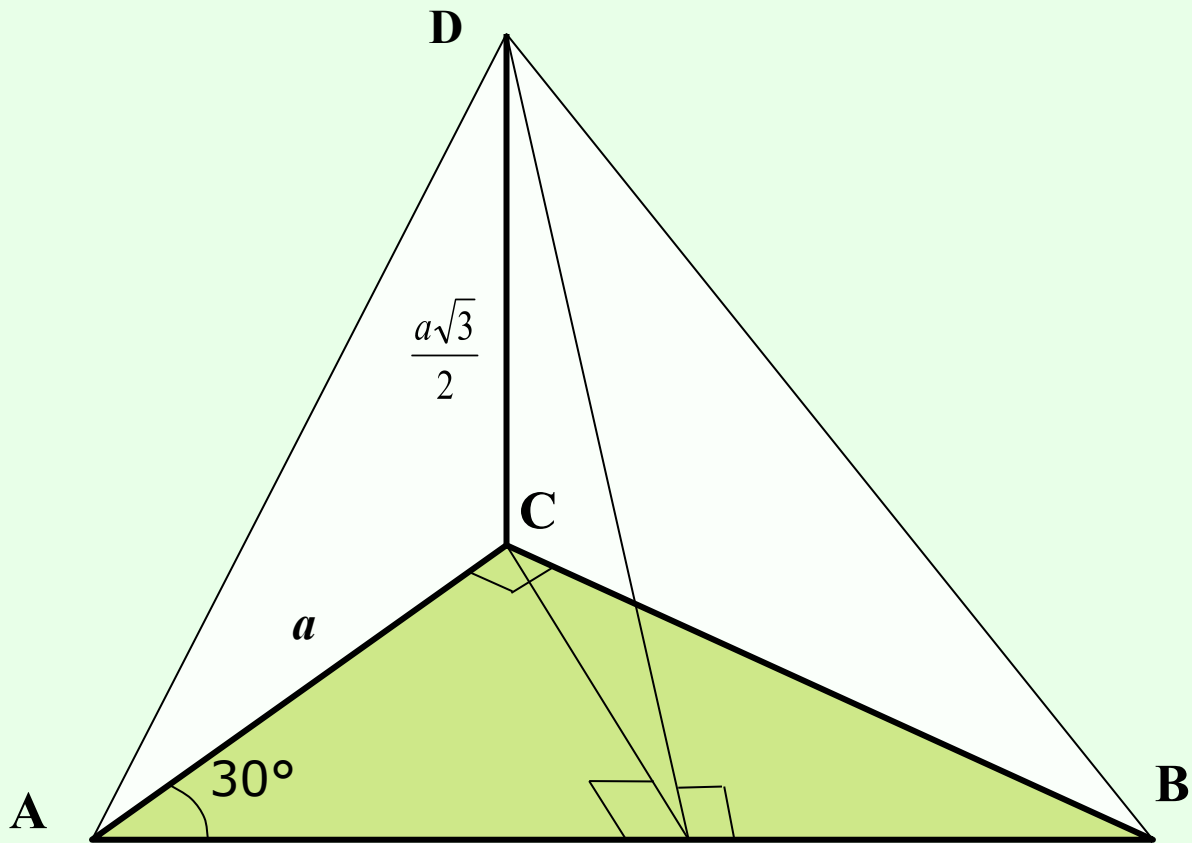
$\triangle BDC \cong \triangle ABC$  по трем сторонам,  $DM = AM$   
 $\rightarrow \triangle AMD$  равнобедренный  
 $MK$  – медиана и высота.

$MC \perp AMD \rightarrow MC \perp MK, AD \perp MK$   
 $MK$  – общий перпендикуляр  
 скрещивающихся прямых  $AD$  и  $BC$

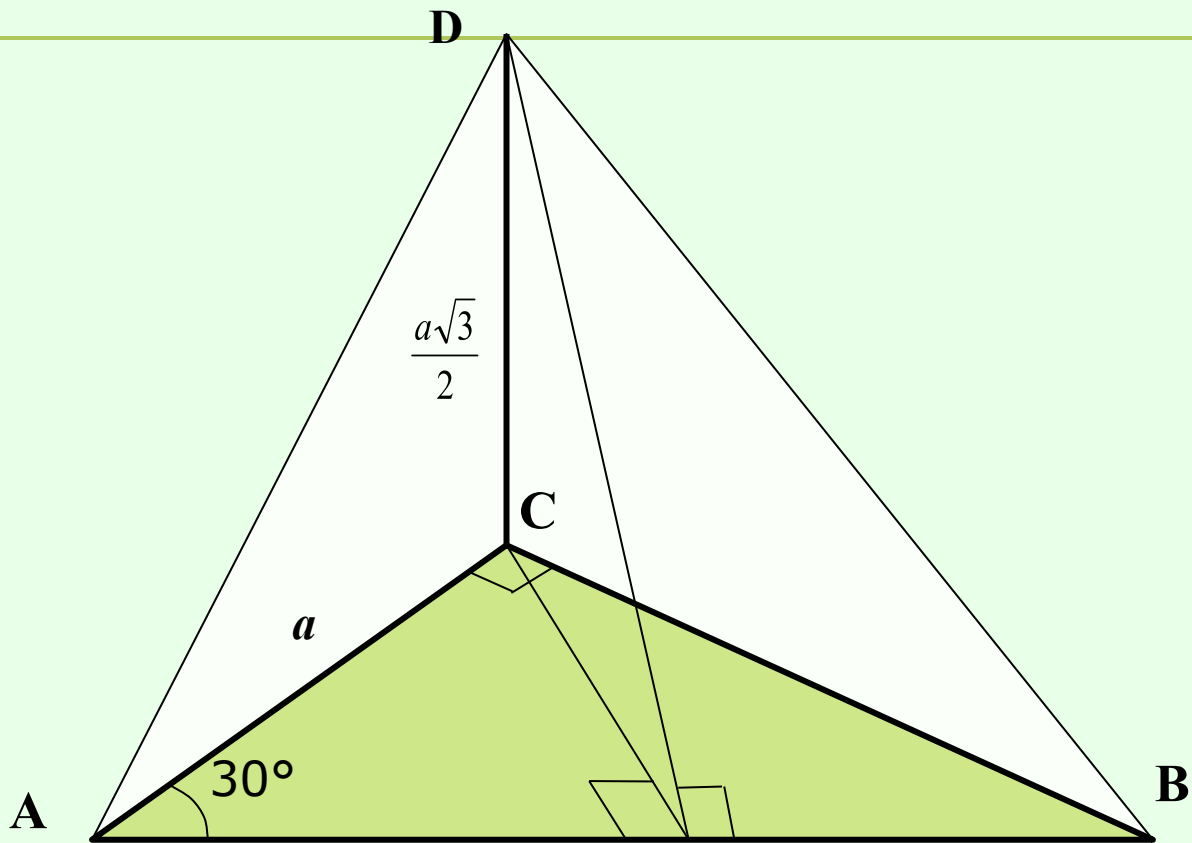
$\triangle ABM$  прямоугольный,  $AB=10$ ,  $BM=6$ ,  
 $AM=8$ .

$\triangle AKM$  прямоугольный,  $AM=8$ ,  $AK=6$ ,  
 $MK=2\sqrt{7}$ .

Решите задачу (по рисунку):

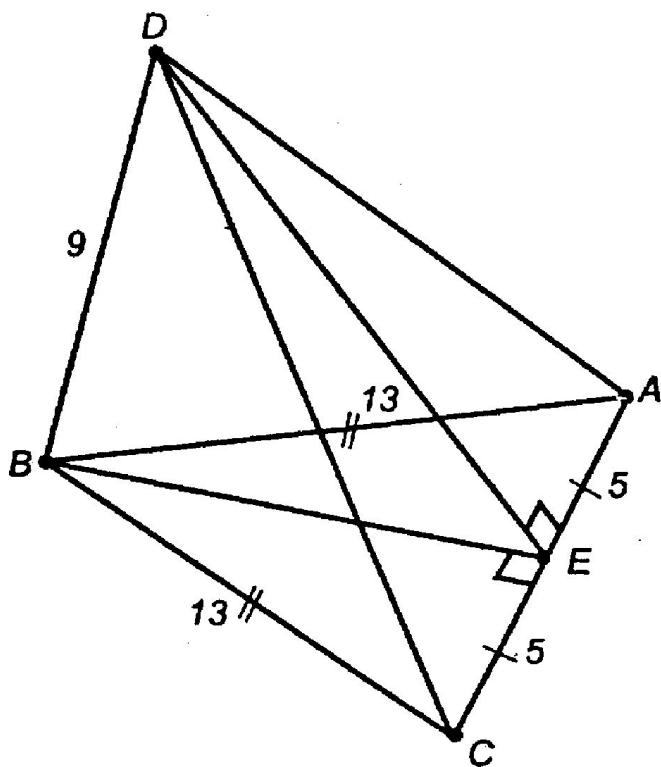


Решите задачу (по рисунку):



Дано:

$BD \perp (ABC)$ ;  $BD = 9$  см;  $AC = 10$  см;  $BC = BA = 13$  см.



Проведем  $BE \perp AC$ ,  $CE = EA$ , так как  $\triangle ABC$  - равнобедренный и высота является также медианой.

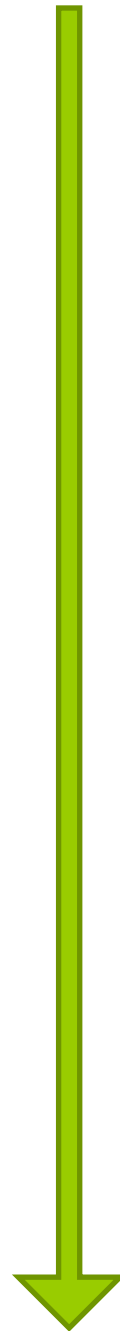
$$BD \perp AC, BE \perp AC,$$

то по теореме о 3-х перпендикулярах  $DE \perp AC$ .

$$\rho(D, AC) = DE = \sqrt{BD^2 + BE^2};$$

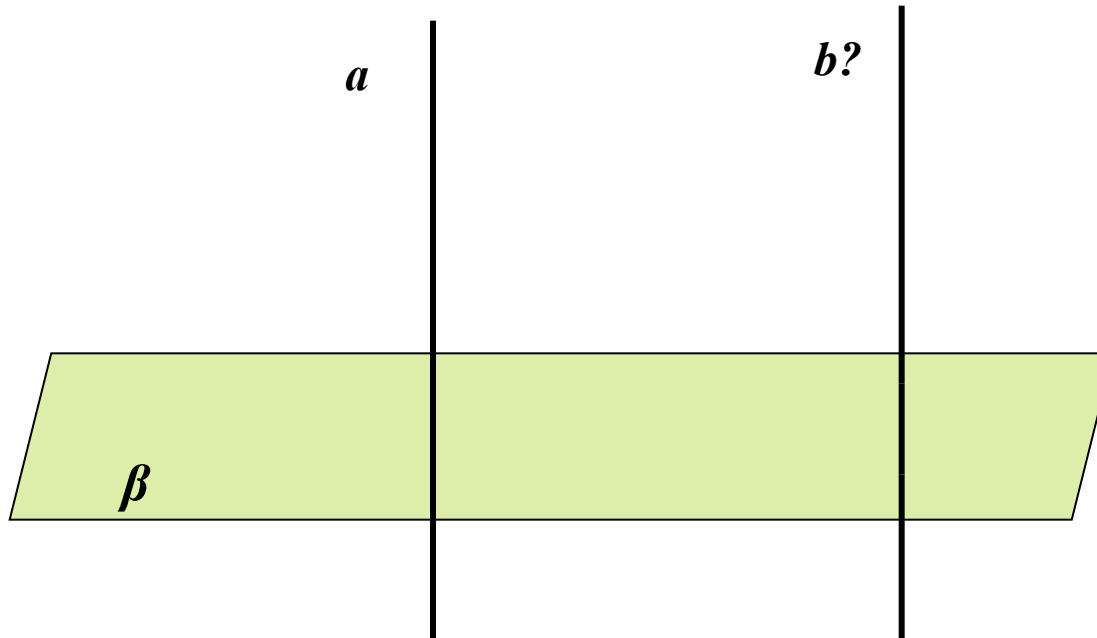
$$\triangle CBE: BE = \sqrt{BC^2 - EC^2}; BE = \sqrt{169 - 25} = 12 \text{ см.}$$

$$\rho(D, AC) = DE = \sqrt{81 + 144} = 15 \text{ см.}$$



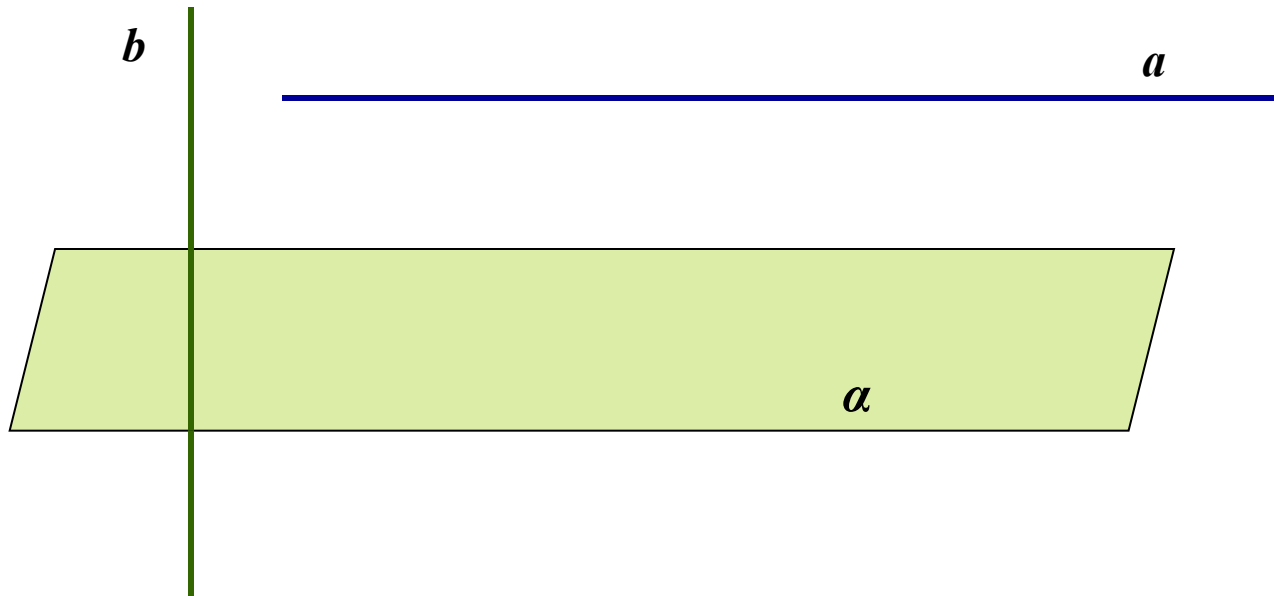
# Верно ли утверждение?

Прямая  $a$  перпендикулярна к плоскости  $\alpha$ , а прямая  $b$  не перпендикулярна к этой плоскости. Могут ли прямые  $a$  и  $b$  быть параллельными?



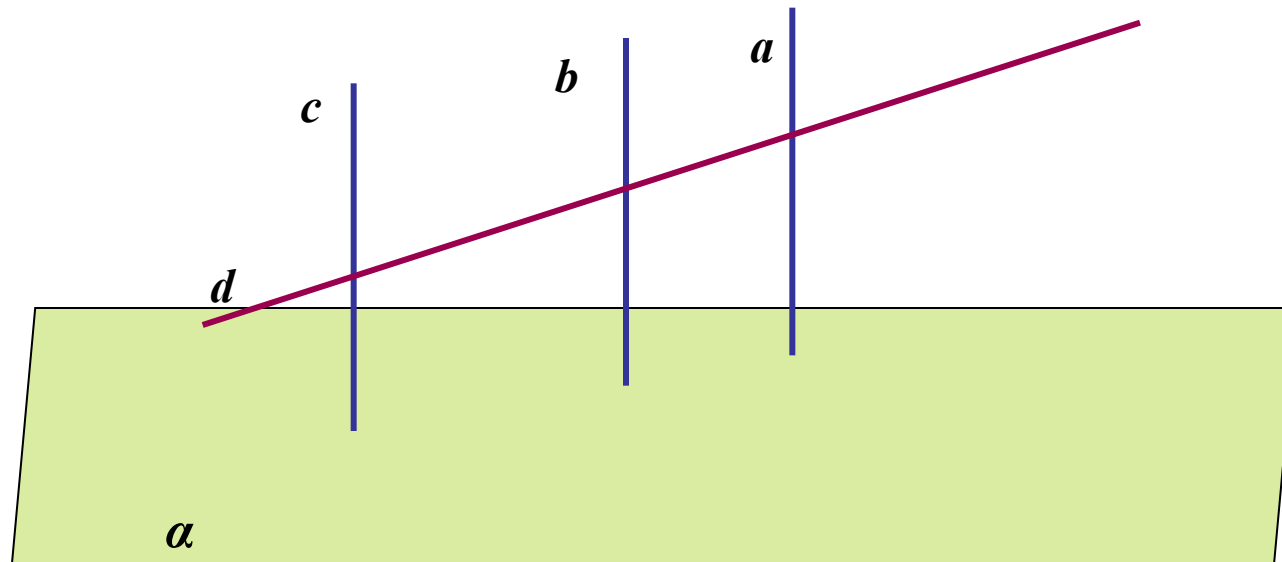
# Верно ли утверждение?

Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ , а прямая  $b$  перпендикулярна к этой плоскости. Существует ли прямая, перпендикулярная к прямым  $a$  и  $b$ ?



# Верно ли утверждение?

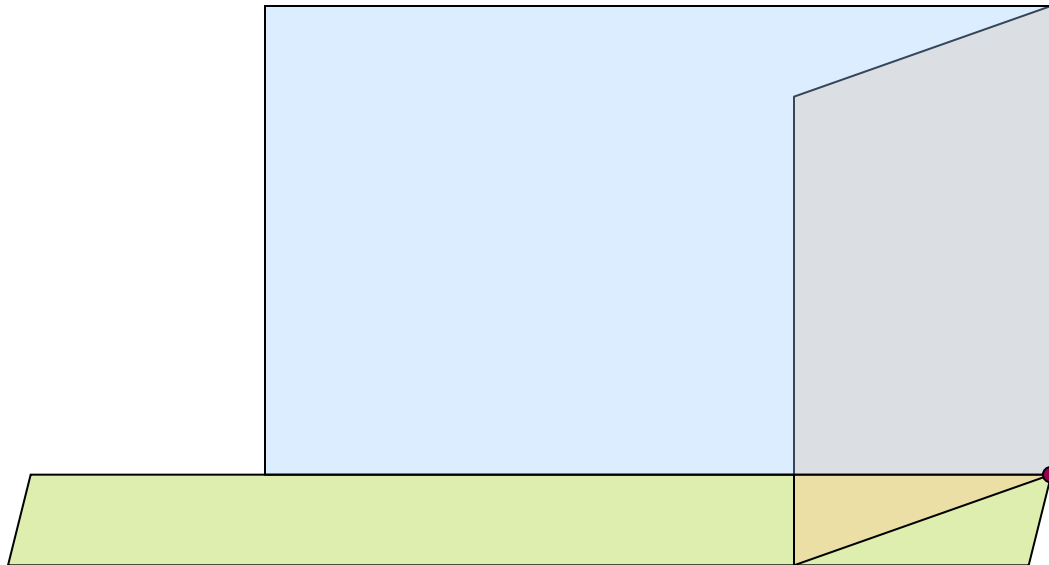
Все прямые, перпендикулярные к данной плоскости и пересекающие данную прямую, лежат в одной плоскости.





# Верно ли утверждение?

Можно ли через точку пространства провести три плоскости, каждые две из которых взаимно перпендикулярны?



## ИСТОЧНИКИ:

Учебник Геометрии 10 класс  
Атанасян Л.С. и др. М.:  
Просвещение. 2001

[http://5terka.com/node/  
7155](http://5terka.com/node/7155)