



Математический анализ  
1 семестр  
Занятие №4

Пределы разностей  
квадратный и кубических  
корней

## Занятие 4. Повторение пройденного

Вычислить пределы

- $$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x+10} - \sqrt{2x+12}}{x^2 - 7x + 10} = -\frac{1}{24}$$
- $$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{7x+4} - \sqrt{5x+10}}{x^2 - x - 6} = \frac{1}{25}$$
- $$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5x+16} - \sqrt{7x+8}}{\sqrt{3x+13} - \sqrt{4x+9}} = \frac{5}{3}$$
- $$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{2x+15}}{x^2 - 5x + 6} = \frac{4}{\sqrt{21}}$$
- $$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 7x + 2} - \sqrt{2x+16}}{x^2 + x - 6} = \frac{9\sqrt{5}}{100}$$
- $$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 9x + 4} - \sqrt{4x+18}}{\sqrt{7x+11} - \sqrt{5x+15}} = \frac{45}{2\sqrt{26}}$$

## Занятие 4. Разность кубических корней

Основная формула  $\sqrt[3]{A} - \sqrt[3]{B} = \frac{A - B}{\sqrt[3]{A^2} + \sqrt[3]{AB} + \sqrt[3]{B^2}}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{\sqrt[3]{(1+x^2)^2} + \sqrt[3]{1+x^2} + 1} \cdot \frac{(1+x^2) - 1}{x^2} \right] =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{\sqrt[3]{(1+x^2)^2} + \sqrt[3]{1+x^2} + 1} \cdot \frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} \right] = \frac{1}{3}$$

## Занятие 4. Разность кубических корней

Вычислить пределы

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x} = \frac{2}{3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{8 - x^3} = \frac{1}{144}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{x+x^2} = \frac{1}{4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x+2x^2} = \frac{2}{27}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{1+x} - 3}{2 - \sqrt[3]{x}} = -2$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2} = \frac{12}{5}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}} = \frac{3}{2}$$

## Занятие 4. Комбинация квадратного и кубического корня

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7+x^3} - \sqrt{3+x^2}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7+x^3} - 2 + 2 - \sqrt{3+x^2}}{x-1} =$$

при  $x=1$   $\sqrt[3]{7+x^3} = \sqrt[3]{8} = 2$  и  $\sqrt{3+x^2} = \sqrt{4} = 2$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7+x^3} - 2}{x-1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3+x^2}}{x-1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7+x^3-8}{(x-1) \left[ \sqrt[3]{(7+x^3)^2} + 2\sqrt[3]{7+x^3} + 4 \right]} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4-3-x^2}{(x-1) \left[ 2 + \sqrt{3+x^2} \right]} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x+1}{\sqrt[3]{(7+x^3)^2} + 2\sqrt[3]{7+x^3} + 4} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{2 + \sqrt{3+x^2}} =$$

$$= \frac{1+1+1}{4+2 \cdot 2+4} - \frac{1+1}{2+2} = -\frac{1}{4}$$

## Занятие 4. Комбинация квадратного и кубического корня

Вычислить пределы

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-2x}}{x+x^2} = 4/3$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt{1+x}}{x} = \frac{1}{2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+20}}{\sqrt{x+9} - 4} = \frac{28}{27}$$

## Занятие 4. Тестовая контрольная работа

Вычислить пределы

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\sqrt[3]{n^3 + 1} + \sqrt[4]{3n^4 + n^3 - n^2}}{n + 6} = -1 + \sqrt[4]{3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 + 1} - \frac{x^2}{2x - 6} \right) = -\frac{3}{2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1 + x^3} - 3}{x^2 - 3x + 2} = 2$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^3 + 5x^2 - 7x - 4}{4x^3 + 2x^2 - 3x - 3} = \frac{21}{13}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + x} - \sqrt[3]{8 - x}}{3x + 2x^2} = \frac{1}{18}$$



Спасибо за  
внимание

Занятие окончено