11.2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА НЕОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

1

Производная от неопределенного интеграла равна подынтегральной функции.

$$\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$$

Доказательство:

$$\left(\int f(x)dx\right)' = \left(F(x)+C\right)' =$$

$$= F'(x) = f(x)$$

2

Дифференциал от неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению.

$$d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$$

Доказательство:

$$d\left(\int f(x)dx\right)=\left(\int f(x)dx\right)'\cdot dx=$$

$$=f(x)dx$$

3

Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен этой функции с точностью до постоянного слагаемого.

$$\int dF(x) = F(x) + C$$

Доказательство:

Представим функцию *F(x)* как первообразную некоторой функции *f(x)*.

Тогда:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Отсюда:

$$f(x)dx = dF(x)$$

Следовательно:

$$\int dF(x) = \int f(x)dx = F(x) + C$$

4

Постоянный множитель можно выносить за знак неопределенного интеграла.

$$\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx$$

Доказательство:

Это свойство вытекает из свойства производной функции *F(x)*:

$$\left(k \cdot F(x)\right)' = k \cdot F'(x) = k \cdot f(x)$$

5

Интеграл от алгебраической суммы (разности) двух функций равен сумме (разности) интегралов от этих функций:

$$\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

Доказательство:

Пусть *F(x)* и *G(x)* – первообразные для функций *f(x)* и *g(x)*. Тогда

$$\big(F(x) \pm G(x)\big)' = F'(x) \pm G'(x) = f(x) \pm g(x)$$