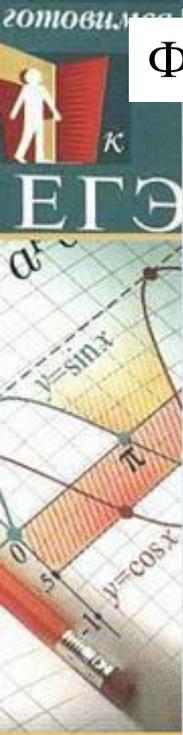




Тема урока:

Правила нахождения первообразных.





Формулы дифференцирования

$$C' = 0$$

$$(kx)' = k$$

$$(x^r)' = rx^{r-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Правила дифференцирования

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u(v))' = u'(v) \cdot v'$$



Таблицу первообразных можно составить , используя таблицу производных.

$$\mathbf{(\cos x)' = - \sin x}$$

$$\mathbf{(- \sin x)' = - \cos x}$$

$$\mathbf{F(x) = - \cos x + C}$$

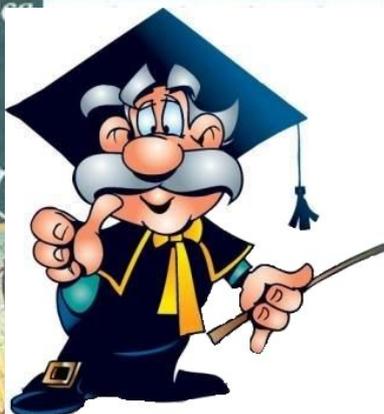
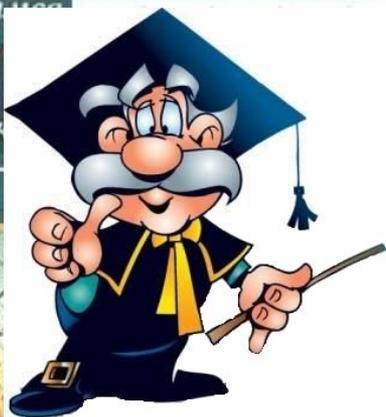


Таблица первообразных:

	$f(x)$	$F(x)$
1	κ	$\kappa x + C$
2	$x^p \quad p \neq -1$	$\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$
3	$p \neq -1$ $p \neq 0 \quad (\kappa \cdot x + b)^p$	$\frac{(\kappa \cdot x + b)^{p+1}}{\kappa(p+1)} + C$
4	$\frac{1}{x} \quad x > 0$	$\ln x + C$
5	$\frac{1}{\kappa x + b} \quad \kappa \neq 0$	$\frac{1}{\kappa} \ln(\kappa x + b) + C$

Таблица первообразных:



	$f(x)$	$F(x)$
6	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C$
7	e^x	$e^x + C$
8	e^{kx+b}	$\frac{1}{k}e^{kx+b} + C$
9	a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
10	a^{kx+b}	$\frac{a^{kx+b}}{k \cdot \ln a} + C$

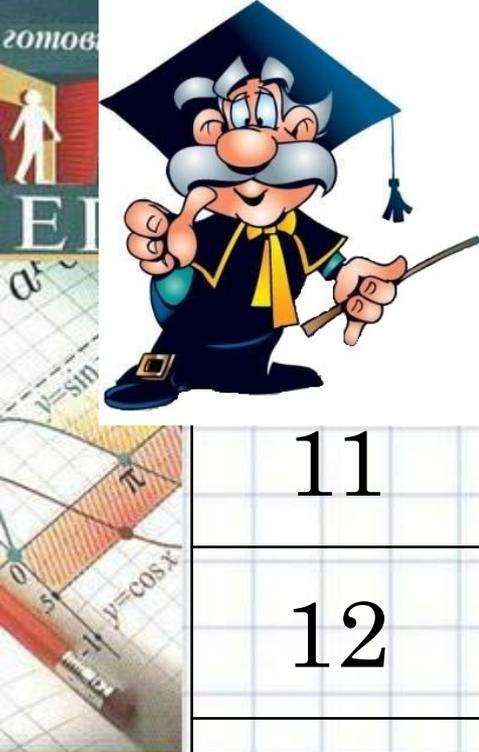


Таблица первообразных:

	$f(x)$	$F(x)$
11	$\sin x$	$-\cos x + C$
12	$\sin(\kappa x + \nu) \quad \kappa \neq 0$	$-\frac{1}{\kappa} \cos(\kappa x + \nu) + C$
13	$\cos x$	$\sin x + C$
14	$\cos(\kappa x + \nu) \quad \kappa \neq 0$	$\frac{1}{\kappa} \sin(\kappa x + \nu) + C$
15	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
16	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$

Правила интегрирования

1) Если $F(x)$ – первообразная для функции $f(x)$, а $G(x)$ – первообразная для функции $g(x)$, то $F(x) + G(x)$ – первообразная для функ

Первообразная суммы равна сумме первообразных

2) Если $F(x)$ – первообразная для функции $f(x)$, а a – константа, то $aF(x)$ – первообразная для функции $af(x)$.

Постоянный множитель можно выносить за знак первообразной

3) Если $F(x)$ – первообразная для функции $f(x)$, а k и b – константы, причем $k \neq 0$, то $\frac{1}{k} F(kx + b)$ – первообразная для функции $f(kx + b)$.

Задача. Дана функция $f(x)$. Найдите ее первообразную, воспользовавшись таблицей первообразных и правилами нахождения первообразной и выполните проверку,

1)

$$f(x) = \frac{2}{x^2}$$
$$F(x) = ?$$

В таблице такой функции нет.

Пре

Коэффициент

$$f(x) = \frac{2}{x^2} = 2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

Табличная функция

Используем таблицу и второе правило.

$$F(x) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) = -\frac{2}{x}$$

Проверка:

$$F'(x) = \left(-\frac{2}{x}\right)' = -2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)' = -2 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2}{x^2} = f(x)$$

$\Rightarrow F(x)$ – первообразная для $f(x)$

Задача. Дана функция $f(x)$. Найдите ее первообразную, воспользовавшись таблицей первообразных и правилами нахождения первообразной

Используем таблицу
и первое правило.

$$F(x) = \frac{x^{2+1}}{2+1} + \frac{x^{16+1}}{16+1} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{17}}{17}$$

2) $f(x) = x^2 + x^{16}$

$F(x) = ?$

Табличная
функция

Табличная
функция

Проверка: $F'(x) = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^{17}}{17} \right)' = \frac{1}{3} (x^3)' + \frac{1}{17} (x^{17})' =$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + \frac{1}{17} \cdot 17x^{16} = x^2 + x^{16} = f(x)$$

$\Rightarrow F(x)$ – первообразная для $f(x)$

Задана функция $f(x)$. Найдите ее первообразную, воспользовавшись таблицей первообразных и правилами нахождения первообразной

Коэффициент

Коэффициент

3) $f(x) = -3 \sin x + 2 \cos x$

$F(x) = ?$

Табличная функция

Табличная функция

Используем таблицу, первое и второе правило.

$$= -3(-\cos x) + 2 \sin x = 3 \cos x + 2 \sin x$$

Проверка:

$$F'(x) = (3 \cos x + 2 \sin x)' = -3 \sin x + 2 \cos x = f(x)$$

$\Rightarrow F(x)$ – первообразная для $f(x)$

Задача . Дана функция $f(x)$. Найдите ее первообразную, воспользовавшись таблицей первообразных и правилами нахождения первообразной

4) $f(x) = \sin(3x + \pi)$

Табличная
функция

Синус – табличная функция.

Аргумент – линейная функция ($k=3$).

Используем таблицу и третье правило.

$$F(x) = \frac{1}{3}(-\cos(3x + \pi)) = -\frac{1}{3}\cos(3x + \pi)$$

Проверка:

$$F(x) = \left(-\frac{1}{3}\cos(3x + \pi)\right)' = -\frac{1}{3}(\cos(3x + \pi))' =$$
$$= -\frac{1}{3}(-\sin(3x + \pi))(3x + \pi)' = \frac{1}{3}\sin(3x + \pi) \cdot 3 = \sin(3x + \pi) =$$

$= f(x) \Rightarrow F(x)$ – первообразная для $f(x)$



Решаем в классе:

№ 988-991 (неч.).



Домашнее задание:

№ 988-991

(чет.).

