Основы логики

Формы мышления

Логика-
наука о формах
и способах мышления

Понятие

Высказывание

Умозаключение

Алгебра высказываний

- Алгебра высказываний была разработана для того, чтобы можно было определять истинность или ложность составных высказываний
- В алгебре высказываний суждениям (простым высказываниям) ставятся в соответствие ***логические переменные***, обозначаемые прописными буквами латинского алфавита.

Например:

А=«Два умножить на два равно четыре».

В=«Два умножить на два равно пяти».

Алгебра высказываний

- Логические переменные могут принимать два значения: «истина»(1) и «ложь»(0).
- Над высказываниями можно производить логические операции. Базовые логические операции:
  - Логическое умножение (конъюнкция) – **И (&, AND)**
  - Логическое сложение (дизъюнкция) – **ИЛИ (V, OR)**
  - Логическое отрицание (инверсия) – **НЕ (¬, NOT)**

Логические выражения и таблицы истинности

Составное высказывание можно выразить в виде формулы (логического выражения), в которую входят *логические переменные и знаки логических операций:*

F=(AVB)&(¬AV¬B)

Таблицы истинности

- Таблица истинности показывает истинность составного высказывания при различных возможных комбинациях исходных значений

Равносильные логические выражения

Логические выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают, называются ***равносильными***

Таблица истинности выражения ¬ A&¬B

A	B	¬ A	¬ B	¬ A & ¬ B
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

Равносильные логические выражения

Таблица истинности выражения ¬ (AVB)

A	B	AVB	¬ (A V B)
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Логические выражения ¬ A & ¬ B= ¬ (AVB)

Логическое следование (импликация)

- Логическое следование (импликация) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «если А, то В», обозначается А $\rightarrow$B.

Логическое следование (импликация)

Логическое следование (***импликация***) ложно тогда и только тогда, когда из истинной предпосылки (первого высказывания следует ложный вывод (второе высказывание). Например: «Если число делится на 10, то оно делится на 5» - истинное высказывание. «Если число делится на 10, то оно делится на 3» - ложное высказывание, так как из истинной предпосылки делается ложный вывод.

A	**B**	$F_{14} = A \rightarrow B$
0	**0**	**1**
0	**1**	**1**
1	**0**	**0**
1	**1**	**1**

Логическое следование (импликация)

A	B	$F_{14} = A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Если первое высказывание ложно, то вне зависимости от истинности или ложности второго высказывания составное высказывание истинно. То есть из неверной предпосылки может следовать что угодно.

Логическое следование (импликация)

В алгебре высказываний все логические функции могут быть сведены путем логических преобразований к трем базовым: логическому умножению, логическому сложению, логическому отрицанию. Докажите методом сравнения таблиц истинности **A→B=¬AVB**

A	B	¬A	¬AVB
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

Логическое равенство (эквивалентность)

Логическое равенство (***эквивалентность***) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «А тогда и только тогда, когда В». Обозначается **А~В** и выражается с помощью логической функции $F_{10,}$ которая задается соответствующей таблицей истинности/

A	**B**	$\mathbf{F_{10}}$
0	**0**	**1**
0	**1**	**0**
1	**0**	**0**
1	**1**	**1**

Логические законы и правила преобразования логических выражений

Законы логики отражают наиболее важные закономерности логического мышления. В алгебре высказываний законы логики записываются в виде формул, которые позволяют проводить эквивалентные преобразования логических выражений.

Закон тождества

Всякое высказывание тождественно самому себе:

А=А

Закон непротиворечия

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. Если высказывание А истинно, то его отрицание (не А) должно быть ложным. Следовательно, логическое произведение высказывания и его отрицания должно быть ложно:

$A \& \neg A = 0$

Закон исключенного третьего

Высказывание может быть либо истинным, либо ложным. Третьего не дано. Это означает, что результат логического сложения высказывания и его отрицания всегда принимает значение «истина».

$A \& \neg A = 0$

Закон двойного отрицания

Если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание:

$$\neg\neg A = A$$

Закон де Моргана

$\neg(A \lor B) = \neg A \,\&\, \neg B$

$\neg(A \,\&\, B) = \neg A \lor \neg B$

Закон коммутативности

Логическое умножение

A & B = B & A

Логическое сложение

A V B = B V A

Закон ассоциативности

Логическое умножение

(A & B) & C = A & (B & C)

Логическое сложение

(A V B) V C = A V (B V C)

Закон дистрибутивности

Дистрибутивность умножения относительно сложения

ab + ac = a(b+c) – в алгебре

(A&B) V (A&C) = A & (B V C)

Дистрибутивность сложения относительно умножения

(AVB) & (AVC) = A V (B & C)

Пример преобразования логического выражения

Упростить логическое выражение

$(A \& B) \vee (A \& \neg B)$

По закону дистрибутивности:

$(A \& B) \vee (A \& \neg B) = A \& (B \vee \neg B)$

По закону исключенного третьего $B \vee \neg B = 1$, следовательно:

$A \& (B \vee \neg B) = A \& 1 = A$

Задания:

1. Доказать справедливость первого $\neg(A \vee B) = \neg A \;\&\; \neg B$ и второго $\neg(A \;\&\; B) = \neg A \vee \neg B$ законов де Моргана, используя таблицы истинности.
2. Упростить логические выражения:

   а) $(A \vee \neg A) \;\&\; B$;

   б) $A \;\&\; (A \vee B) \;\&\; (B \vee \neg B)$