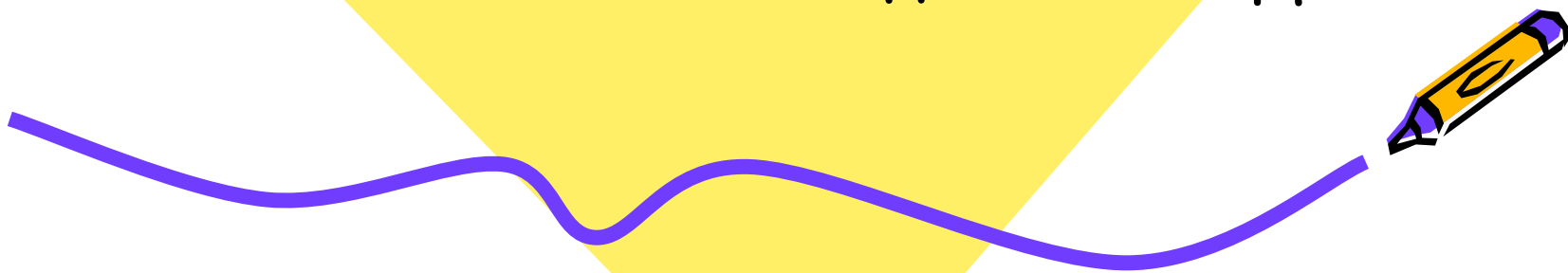


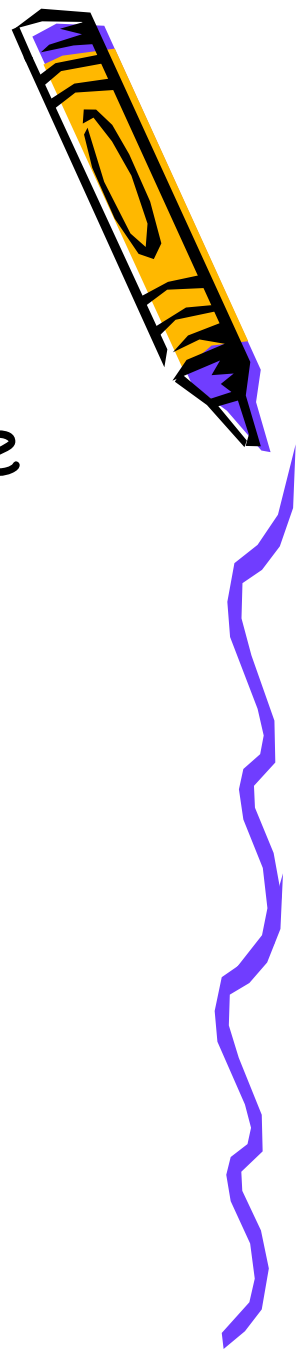
Случайные события

Ахмеджанова Т.Д.



Случайное событие

- ❑ Опыт, эксперимент, наблюдение явления называется *испытанием*.
- ❑ Результат, исход испытания называется *событием*.



Событие A называется
благоприятствующим
событию B ,

если наступление события A
влечет за собой наступление
события B .



элементарные события

События U_1, U_2, \dots, U_n , образующие полную группу попарно

несовместимых и равновероятных

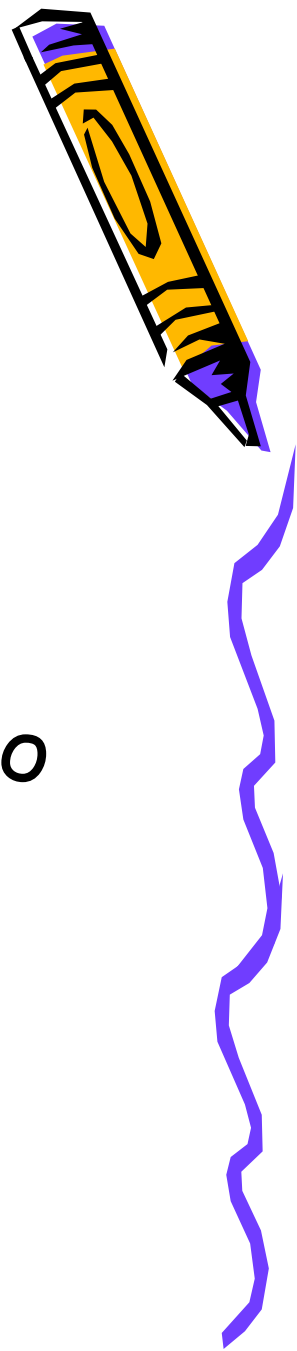
событий, называются

элементарными событиями.



совокупность событий
образует *полную группу*
событий для данного
ИСПЫТАНИЯ,

если его результатом обязательно
становится хотя бы одно из них.



Совместимые события

События называются **совместимыми**, если появление одного из них не исключает появление другого в одном и том же испытании.

В противном случае они называются **несовместимыми**.



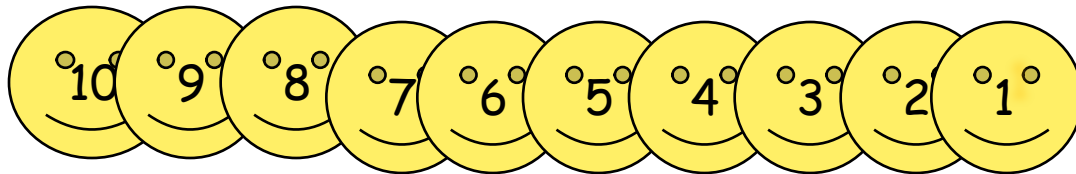
Равновозможные события

События U_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)
считаются **равновозможными**, если
условия испытания не создают
преимущества в появлении какого-
либо события перед другими
возможными.



Задача 1

В урне 10 пронумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превосходит 10?



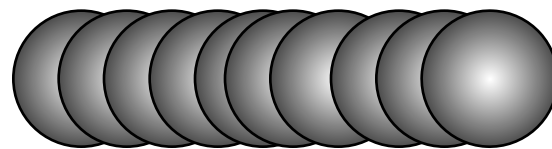
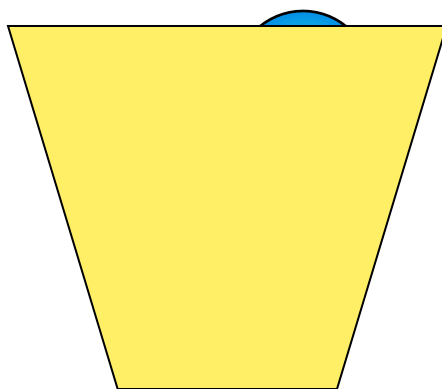
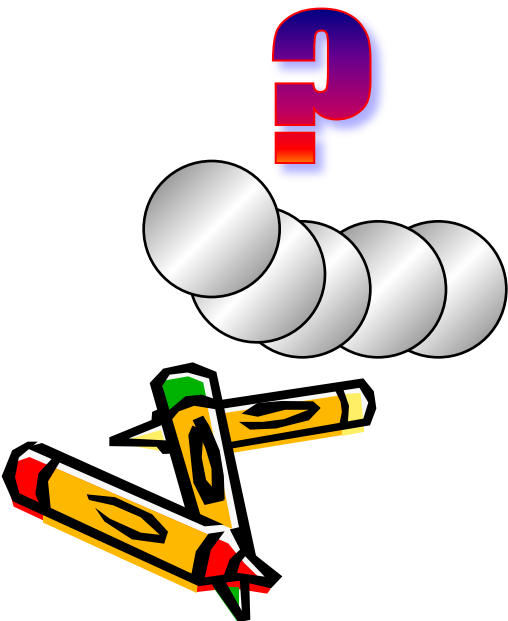
Событие называется
ДОСТОВЕРНЫМ,

если в данном испытании оно
является единственно возможным
его исходом.



Задача 2

В урне 15 шаров: 5 белых и 10 черных. Какова вероятность вынуть из урны синий шар?



Событие называется
НЕВОЗМОЖНЫМ,

если в данном испытании оно
заведомо не может произойти.



Задача 3

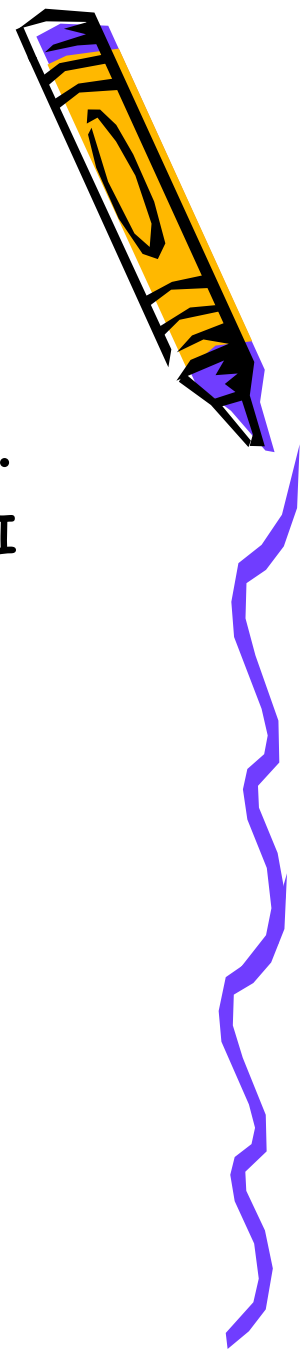
Из колоды в 36 карт вынимается одна карта. Какова вероятность появления карты пиковой масти?

$$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$



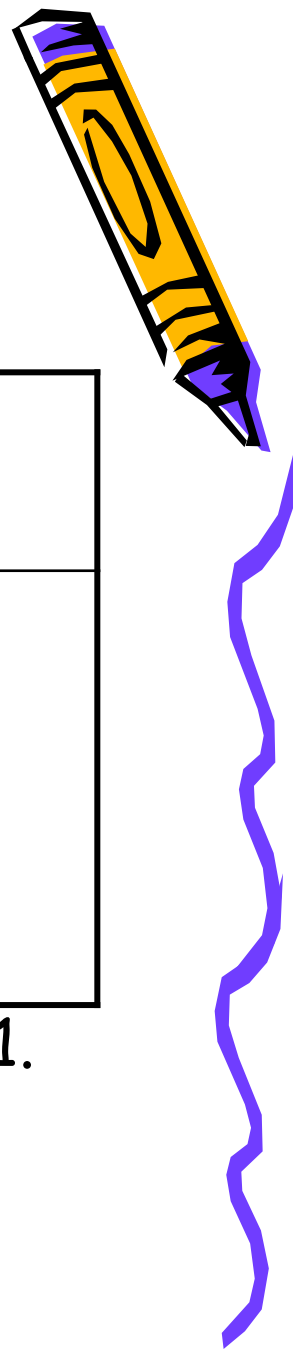
Задача 4

Бросаются одновременно две монеты.
Какова вероятность выпадения цифры
на обеих монетах?



Решение

Составим схему возможных случаев.



	Первая монета	Вторая монета
1 случай	герб	герб
2 случай	герб	цифра
3 случай	цифра	герб
4 случай	<u>цифра</u>	<u>цифра</u>

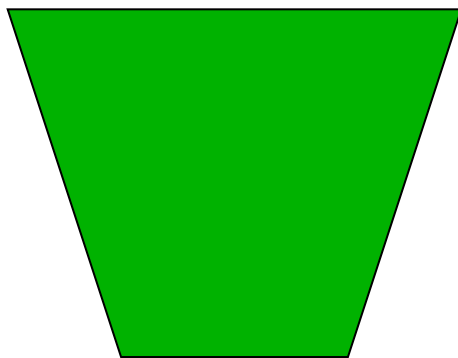
Всего случаев 4. Благоприятствующих случаев 1.

$$P = 1/4.$$



Задача 5

В урне 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Вынули два шара. Какова вероятность, что оба шара белые?

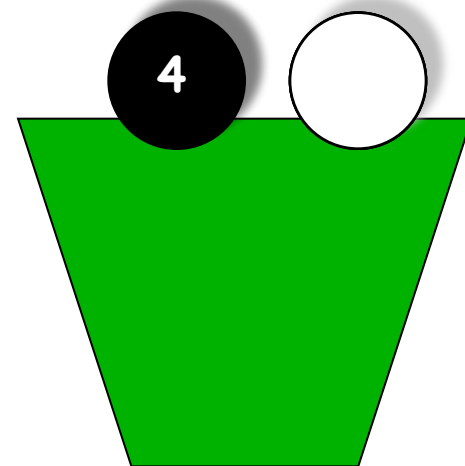


Решение

$$n = C_{10}^2 = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$$

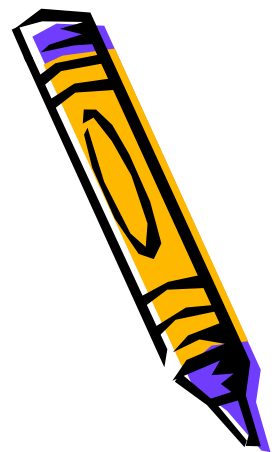
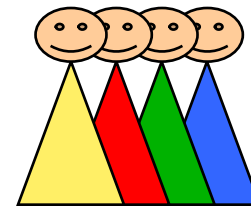
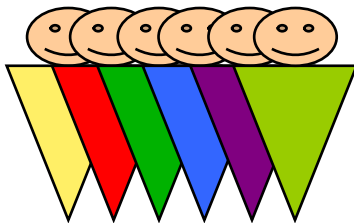
$$m = C_6^2 = 15$$

$$p = \frac{m}{n} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$



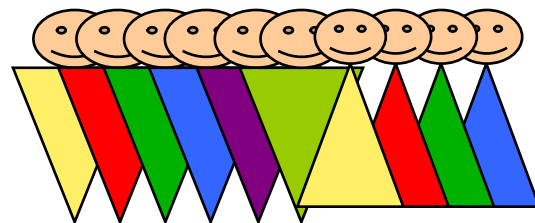
Задача 6

В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц три женщины.



Решение

$$n = C_{10}^7 = C_{10}^3$$



$$m = C_4^3 C_6^4 = C_4^1 C_6^2 \quad ?$$

$$p = \frac{C_4^1 C_6^2}{C_{10}^3} = \frac{4 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2}}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{2 \cdot 3}} = \frac{1}{2}$$



СВОЙСТВА СОЧЕТАНИЙ

$$C_n^n = C_n^0 = 1$$

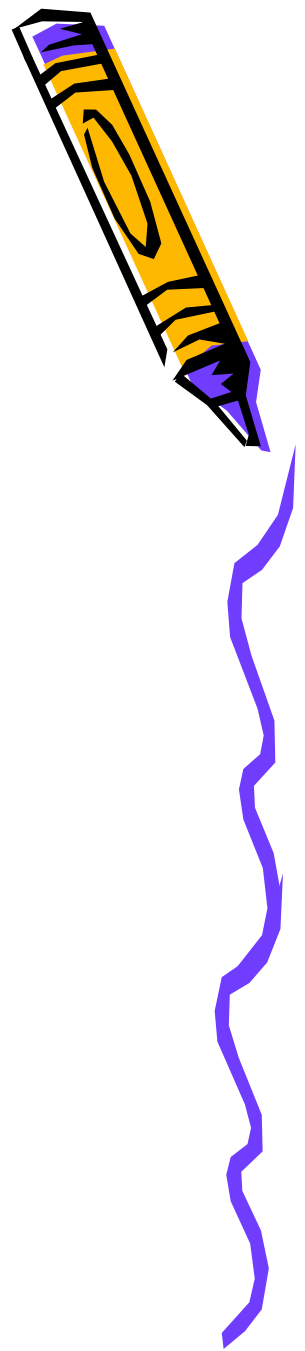
$$C_n^1 = C_n^{n-1} = n$$

$$C_n^m = C_n^{n-m}$$



Задача 7

Пять книг расставляются на полку.
Найти вероятность того, что две
определенные книги окажутся рядом.

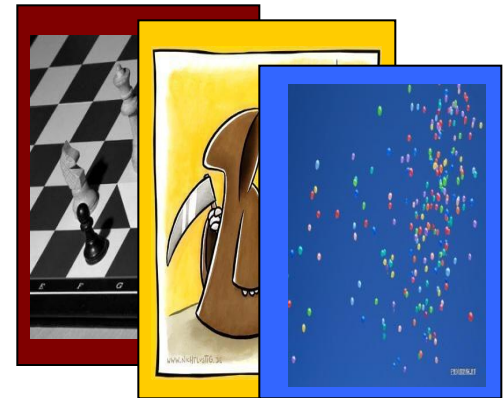
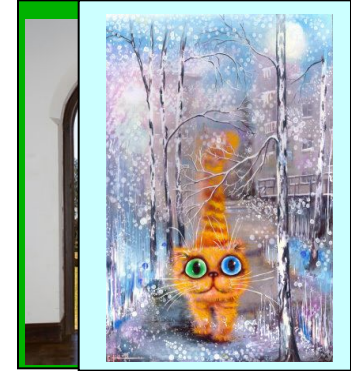


Решение

$$n = A_5^5 = 5!$$

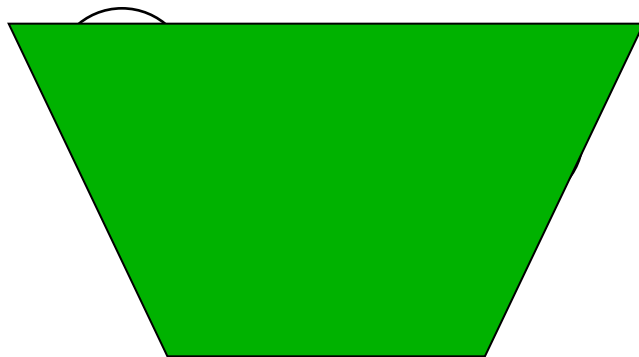
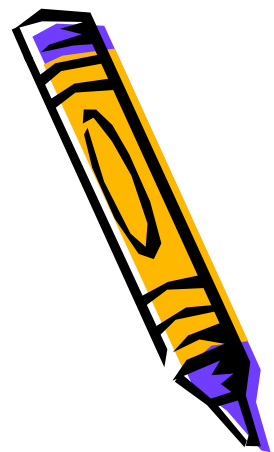
$$m = 2 \cdot 4 \cdot 3! = 2 \cdot 4!$$

$$p = \frac{2 \cdot 4!}{5!} = 0,4$$



Задача 8

В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар а) синий или черный; б) белый, черный или синий.



Решение

$$P(B) = \frac{10}{70}$$

$$P(У) = \frac{15}{70}$$

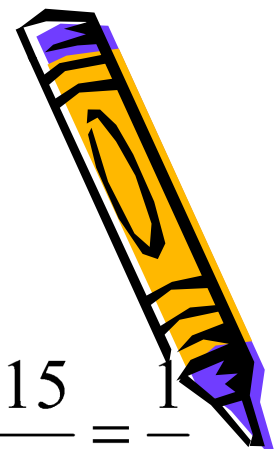
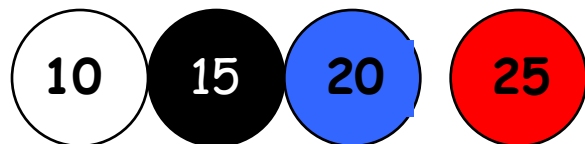
$$P(C) = \frac{20}{70}$$

$$P(K) = \frac{25}{70}$$

$$P(C + У) = P(C) + P(У) = \frac{20}{70} + \frac{15}{70} = \frac{1}{2}$$

$$P(B + У + C) = P(B) + P(У) + P(C) = \frac{10}{70} + \frac{15}{70} + \frac{20}{70} = \frac{9}{14}$$

$$P(B + У + C) = 1 - P(K) = 1 - \frac{25}{70} = \frac{9}{14}$$



Задача 9

На стеллаже в библиотеке стоит 15 учебников, причем 5 из них в переплете. Библиотекарь берет три учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете.



1? 2? 3?



Решение

I способ.

- A - хотя бы один учебник в переплете;
 B - один в переплете, два - без переплета;
 C - два в переплете, один без переплета;
 D - все три в переплете.

$$A = B + C + D.$$

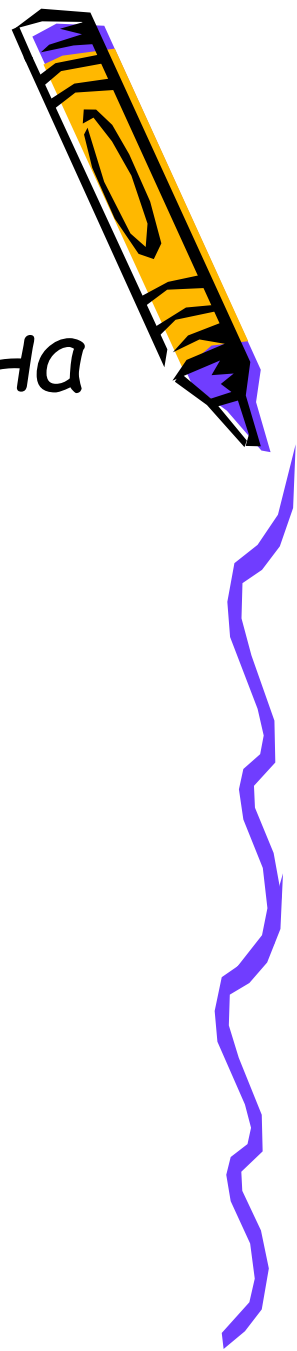
$$P(A) = P(B) + P(C) + P(D) = ?$$

$$= \frac{C_5^1 C_{10}^2}{C_{15}^3} + \frac{C_5^2 C_{10}^1}{C_{15}^3} + \frac{C_5^3}{C_{15}^3} = \frac{45 + 20 + 2}{91} = \frac{67}{91}$$



Вероятность суммы
несовместных событий равна
сумме вероятностей этих
событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$



Решение

II способ.

A - хотя бы один учебник в переплете;

\bar{A} - ни один из взятых учебников не имеет переплета.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{10}^3}{C_{15}^3} = 1 - \frac{24}{91} = \frac{67}{91}$$

NB!

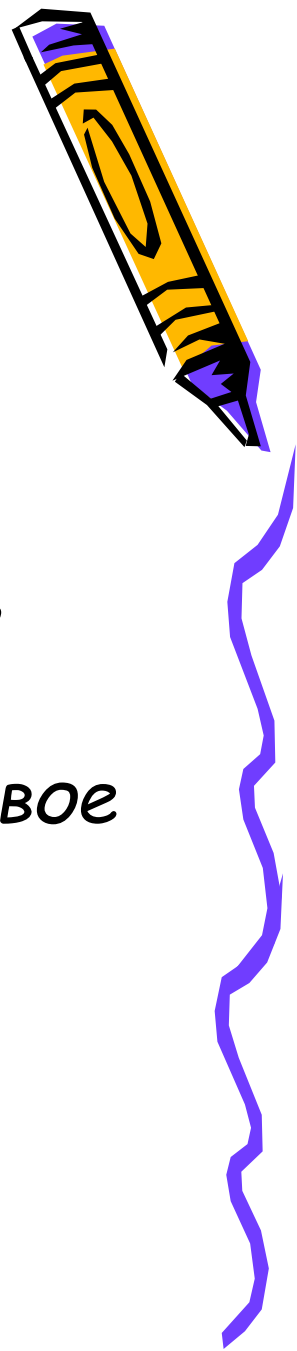


Сумма вероятностей
противоположных
событий равна единице:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$



Теорема умножения вероятностей



- Вероятность произведения двух **зависимых** событий A и B равна произведению вероятности одного из них и условной вероятности другого, найденной в предположении, что первое событие уже наступило:

$$P(AB) = P(A)P(B|A).$$



Вероятность произведения двух независимых событий

равна произведению вероятностей
этих событий:

$$P(AB) = P(A)P(B).$$



Теорема сложения вероятностей совместных событий.



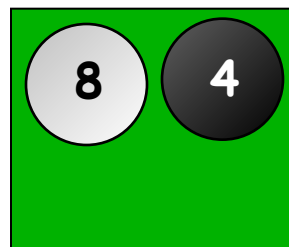
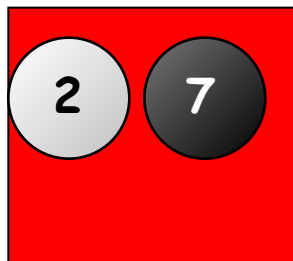
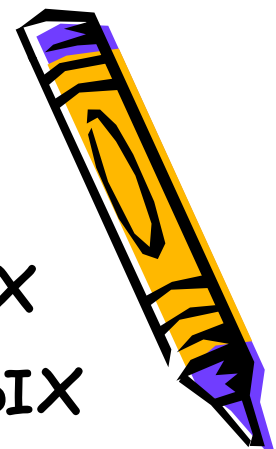
- Вероятность суммы двух совместных событий A и B равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их произведения:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$



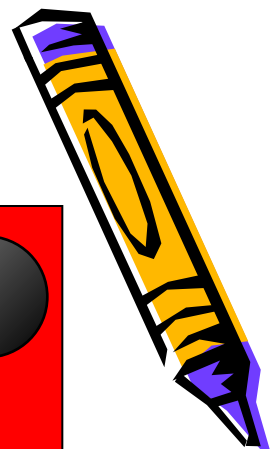
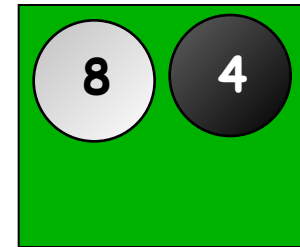
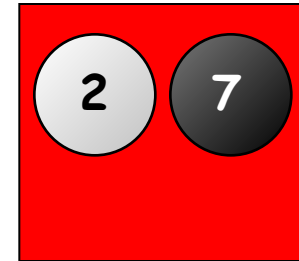
Задача 10

В первом ящике 2 белых и 7 черных шаров, во втором 8 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Найти вероятность того, что один из вынутых шаров белый, а другой - черный.



Решение

- A - белый шар из I ящика,
- \bar{A} - черный шар из I ящика,
- B - белый шар из II ящика,
- \bar{B} - черный шар из II ящика,



$$P = P(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B) = P(\bar{A}\bar{B}) + P(\bar{A}B) =$$

$$= \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{12} + \frac{7}{9} \cdot \frac{8}{12} = \frac{16}{27}$$



Задача 11



- Вероятность попадания в цель у первого стрелка $0,8$, у второго - $0,9$. Стрелки делают по выстрелу. Найти вероятность: а) двойного попадания; б) хотя бы одного попадания; г) одного попадания.



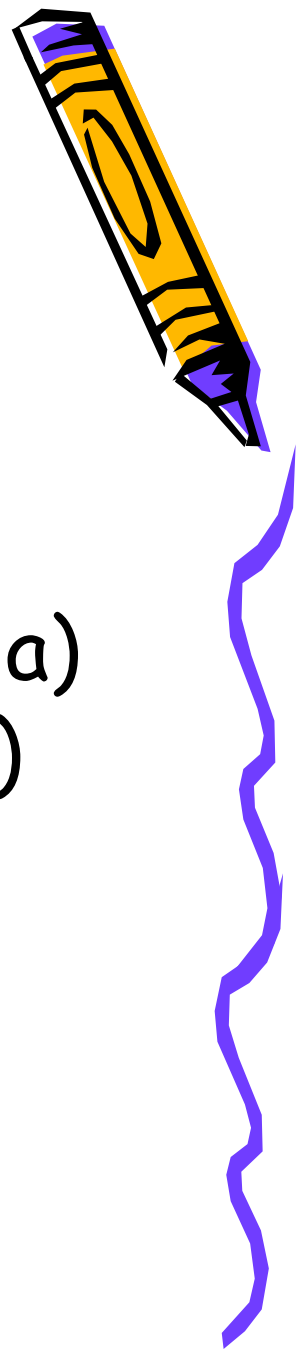
Задача 12



- Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках равны $0,6$; $0,7$ и $0,8$. Найти вероятности того, что формула содержится 1) только в одном справочнике; 2) только в двух справочниках; 3) во всех трех справочниках.



Задача 13

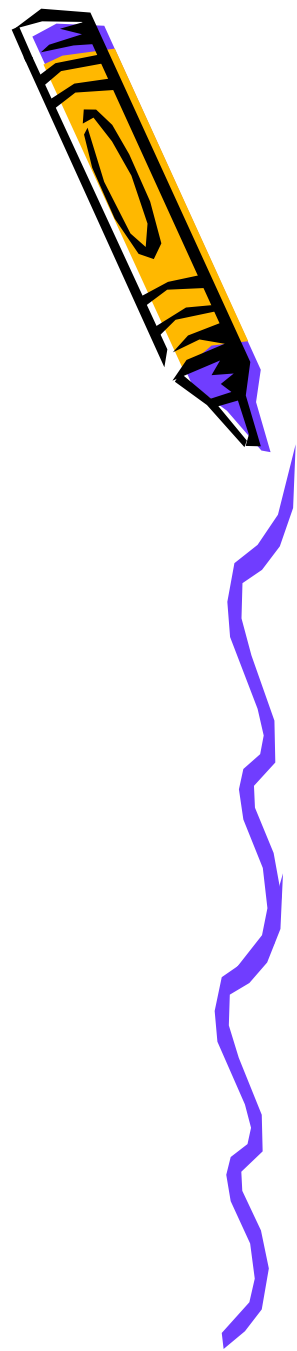


- Из 10 деталей 7 - стандартные. Наудачу берут 6 деталей. Найти вероятность того, что среди них: а) не более одной нестандартной; б) не более двух нестандартных.



Задача 14

На полке 10 пар разных перчаток.
Наудачу выбираются 4 перчатки.
Найдите вероятность того, что среди
них окажется хотя бы одна пара.





Спасибо за внимание

