

**Решение задач по теме
«Основы
термодинамики»**

Основные формулы

1. Уравнение состояния идеального газа (Менделеева – Клапейрона)

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

2. Внутренняя энергия

↖ одноатомного газа

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{3}{2} pV$$

↖ двухатомного газа

$$U = \frac{5}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{5}{2} pV$$

3. Работа газа

$$A' = p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T$$

4. Работа внешних сил

$$A = -A' = p(V_1 - V_2)$$

Основные формулы

при нагревании и
охлаждении

$$Q = cm\Delta T$$

при горении

$$Q = qm$$

при плавлении и
кристаллизации

$$Q = \lambda m$$

при
парообразовании
и конденсации

$$Q = rm$$

5. Количество теплоты

Основные формулы

6. Первый закон термодинамики

$$\Delta U = A + Q$$

$$Q = \Delta U + A'$$

7. КПД тепловых двигателей

$$\eta = \frac{A'}{Q_1}$$

$$A' = Q_1 - |Q_2|$$

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$$

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Задача 1. Какова внутренняя энергия 5 моль кислорода при 10°C ?

Дано:
 $\nu = 5$ моль
 $t = 10^{\circ}\text{C}$
 $R = 8,31$ Дж/моль К

$U = ?$

“СИ”
 283°K

Решение.

Кислород O_2 – двухатомный газ.

$$U = \frac{5}{2} \frac{m}{M} RT,$$

$$\nu = \frac{m}{M} \text{ - количество вещества.}$$

$$U = \frac{5}{2} \nu RT.$$

$$U = \frac{5}{2} \cdot 5 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль К}} 10^{\circ}\text{K} =$$

$$= 1038,75 \text{ Дж} \approx 1,04 \text{ кДж.}$$

Ответ: $U = 1,04$ кДж

Задача 2.

Одноатомному газу передали количество теплоты 1,5 кДж; при этом он совершил работу в 700 Дж. На сколько изменилась температура газа, если он был взят в количестве 2-ух молей?

$$Q = 1,5 \text{ кДж} = 1500 \text{ Дж}$$

$$A' = 700 \text{ Дж}$$

$$\nu = 2 \text{ моль}$$

$$\Delta T = ?$$

$$\text{Т.к. } Q = \Delta U + A' \Rightarrow \Delta U = Q - A',$$

но для одноатомного газа:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot \nu \cdot R \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{2 \cdot \Delta U}{3 \cdot \nu \cdot R} = \frac{2 \cdot (Q - A')}{3 \cdot \nu \cdot R}$$



$$\Delta T = \frac{2 \cdot (1500 \text{ Дж} - 700 \text{ Дж})}{3 \cdot 2 \text{ моль} \cdot 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})} \approx 32 \text{ К}$$

Ответ: $\Delta T \approx 32 \text{ К}$

Задача 3. Какова внутренняя энергия гелия, заполняющего аэростат объёмом 50 м^3 при давлении 60 кПа ?

Дано:

Решение.

$$V = 50 \text{ м}^3$$

$$p = 80 \text{ кПа}$$

$U = ?$

“СИ”

$$8 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$$

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

-уравнение Менделеева-Клапейрона

$$U = \frac{3}{2} pV.$$

$$U = \frac{3 \cdot 8 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot 50 \text{ м}^3}{2} = 6 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 6 \text{ МДж}.$$

Ответ: $U = 6 \text{ МДж}$

Задача 4. В стальном баллоне находится гелий массой 0,5 кг при температуре 10 °С. Как изменится внутренняя энергия гелия, если его температура повысится до 30 °С?

Дано:

$$m = 0,5 \text{ кг}$$

$$t_1 = 10^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 30^\circ\text{C}$$

$$M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/моль К}$$

ΔU - ?

“СИ”

$$T_1 = 283 \text{ К}$$

$$T_2 = 303 \text{ К}$$

Решение.

$$U_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_1.$$

$$U_2 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_2.$$

Найдём изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_2 - \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T.$$

$$\Delta U = \frac{3 \cdot 0,5 \text{ кг} \cdot 8,31 \text{ Дж/моль К} \cdot 20^\circ \text{ К}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \approx 31,2 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 31,2 \text{ кДж}$$

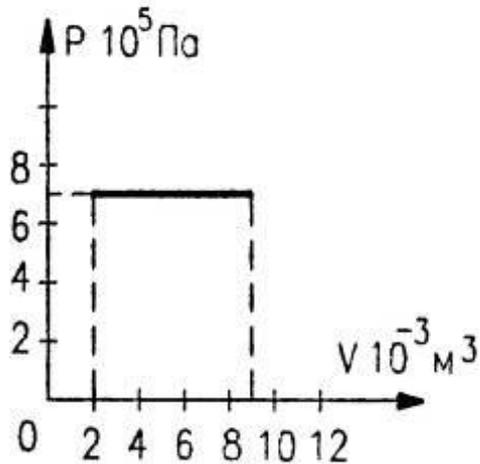
Ответ: $\Delta U = 31,2$ Дж.

$$T = t + 273$$

$$\Delta t = \Delta T$$

Задача 4. На рисунке приведён график зависимости давления газа от объёма. Найдите работу газа при расширении.

Дано:



Найти: A' -?

Решение.

Газ расширяется изобарно, поэтому работа газа:

$$A' = p\Delta V = p(V_2 - V_1).$$

Значения p , V_1 и V_2 найдём из графика:

$$p = 7 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Тогда:

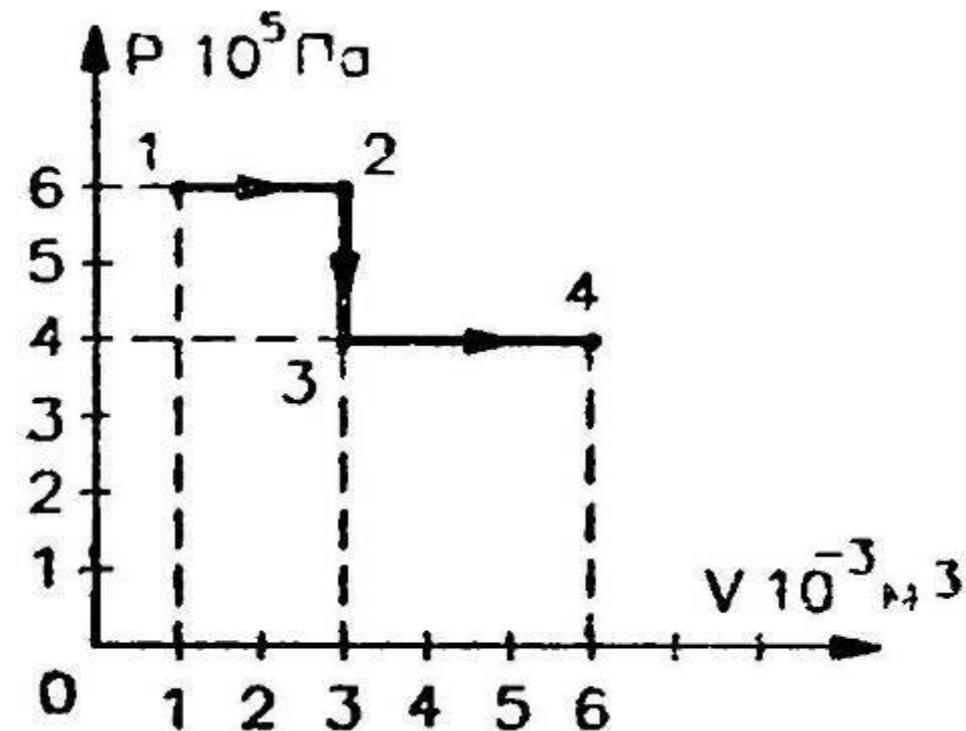
$$\begin{aligned} A' &= 7 \cdot 10^5 \text{ Па} (9 - 2) 10^{-3} \text{ м}^3 = \\ &= 49 \cdot 10^2 \text{ Дж} = 4,9 \text{ кДж}. \end{aligned}$$

Ответ: $A' = 4,9 \text{ кДж}$

Задача 5. Идеальный газ переходит из состояния 1 в состояние 4 так, как показано на рисунке. Вычислите работу, совершаемую газом.

Дано:

Решение.



Найти: A' - ?

$$A' = A_{12} + A_{23} + A_{34}$$

$$A_{12} = p_1 (V_2 - V_1)$$

$$A_{23} = 0, \text{ т.к. } \Delta V = 0$$

$$A_{34} = p_3 (V_4 - V_3)$$

$$A' = A_{12} + A_{34}$$

$$A' = 6 \cdot 10^5 (3 - 1) \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^5 (6 - 3) \cdot 10^{-3} = 24 \cdot 10^2 = 2,4 \text{ кДж.}$$

Ответ: $A' = 2,4 \text{ кДж.}$

Задача 6. Какую работу совершает идеальный газ в количестве 2 моль при его изобарном нагревании на 5°C ?

Дано:
 $\nu = 2$ моль
 $p = \text{const}$
 $\Delta t = 5^{\circ}\text{C}$
 $R = 8,31$ Дж/мольК

“СИ”
 $\Delta T = 5^{\circ}\text{K}$

Решение.

$$A' = p\Delta V$$

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1; pV_2 = \frac{m}{M}RT_2$$

$$pV_2 - pV_1 = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1)$$

$$p\Delta V = \frac{m}{M}R\Delta T \Rightarrow A' = \frac{m}{M}R\Delta T$$

$$\nu = \frac{m}{M}$$

$$A' = \nu R\Delta T$$

$$A' = 2 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}} \cdot 5^{\circ}\text{K} = 83,1 \text{ Дж}$$

Ответ: $A' = 83,1$ Дж

Задача 7. При изотермическом расширении идеальным газом совершена работа 15 кДж. Какое количество теплоты сообщено газу?

Дано:

“СИ”

$$A' = 15 \text{ кДж}$$

$$1,5 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$T = \text{const}$$

$$Q = ?$$

Решение.

По I закону термодинамики: $Q = A' + \Delta U$

При изотермическом процессе ($T = \text{const}$) внутренняя энергия газа не меняется, то есть

$$\Delta U = 0.$$

Тогда газ совершает механическую работу за счёт сообщенного ему количества теплоты:

$$Q = A'$$

Таким образом, газу сообщено количество теплоты, равное

$$Q = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 15 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 15 \text{ кДж}$.

Задача 8. В закрытом баллоне находится газ. При охлаждении его внутренняя энергия уменьшилась на 500 Дж. Какое количество теплоты отдал газ? Совершил ли он работу?

Дано:

Решение.

Газ находится в закрытом баллоне, следовательно, объём газа не меняется, то есть $V = \text{const}$ и $\Delta V = 0$.

Газ работу не совершает, так как

$$A' = p\Delta V \Rightarrow A' = 0.$$

~~$\Delta U = -500 \text{ Дж}$~~

Q - ?

A' - ?

По I закону термодинамики $Q = A' + \Delta U \Rightarrow Q = \Delta U.$

Таким образом, при изменении внутренней энергии газ отдаёт количество теплоты, равное $Q = -500 \text{ Дж}$ (знак «-» показывает, что газ выделяет количество теплоты).

Ответ: $Q = -500 \text{ Дж}; A' = 0.$

Задача 9. Для изобарного нагревания газа, количество вещества которого 400 моль, на $300\text{ }^{\circ}\text{K}$ ему сообщили количество теплоты 5,4 МДж. Определите работу газа и изменение его внутренней энергии.

Дано:

$p = \text{const}$
 $\nu = 400$ моль
 $\Delta T = 300\text{ }^{\circ}\text{K}$
 $Q = 5,4$ МДж

$A' - ?$
 $\Delta U - ?$

“СИ”

$5,4 \cdot 10^6$ Дж

Решение.

Запишем первый закон термодинамики:

$$Q = \Delta U + A'$$

Работа газа при постоянном давлении:

$$A' = p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T$$

$$m.k.\nu = \frac{m}{M}, m \circ A' = \nu R\Delta T$$

Изменение внутренней энергии системы: $\Delta U = Q - A'$

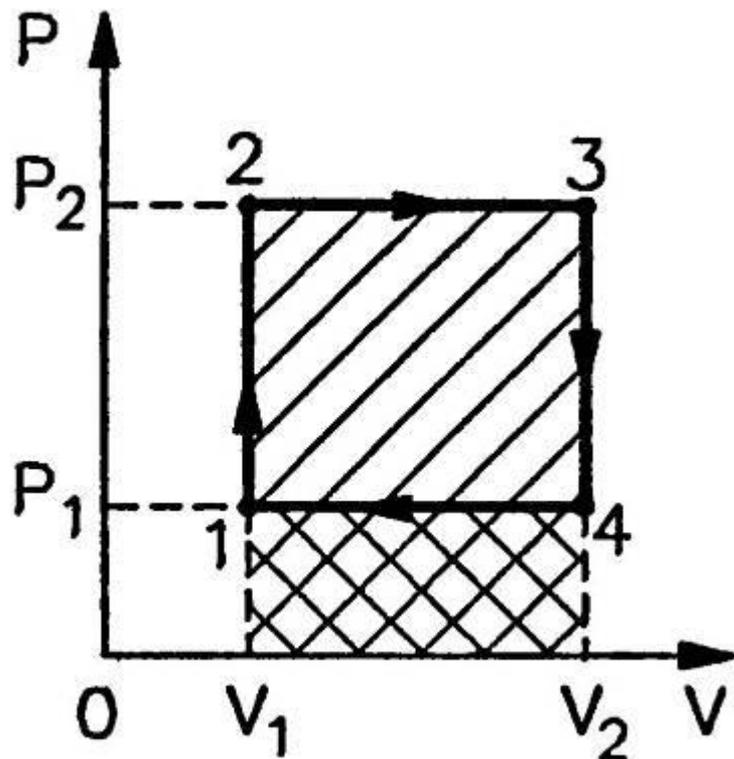
$$A' = 400 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}^{\circ}\text{K}} \cdot 300^{\circ}\text{K} = 99,72 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 0,9972 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

$$\Delta U = 5,4 \cdot 10^6 - 0,9972 \cdot 10^6 \approx 4,4 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

Ответ: $A' = 1$ МДж; $\Delta U = 4,4$ МДж.

Задача 10. Найти работу тепловой машины за один цикл, изображенный на рисунке.

Решение.



Работа газа численно равна площади прямоугольника 1234:

$$A = S_{1234}$$

$$A = (p_2 - p_1) \cdot (V_2 - V_1)$$

Ответ: $A = (p_2 - p_1) \cdot (V_2 - V_1)$.

Задача 11. Какую работу – положительную или отрицательную – совершает газ за один цикл (см. рисунок)? На каких участках количество теплоты поглощается, отдаётся?

Решение.

Перенесём этот график на диаграмму $p(V)$.

1→2: $T = \text{const}$, $p \uparrow \rightarrow V \downarrow$ - изотермическое сжатие.

2→3: $p = \text{const}$, $T \uparrow \rightarrow V \uparrow$ - изобарное расширение.

3→1: $p \downarrow$ и $T \downarrow \rightarrow V = \text{const}$ - изохорное охлаждение.

С помощью диаграммы $p(V)$ определим работу газа.
 $A = p \Delta V$.

$$A_{31} = 0, \text{ т.к. } \Delta V = 0$$

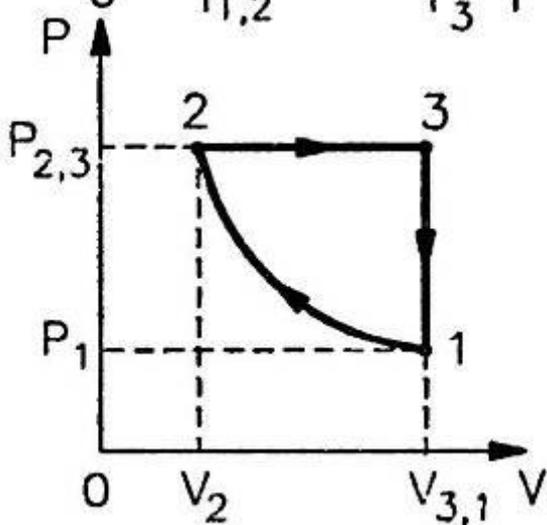
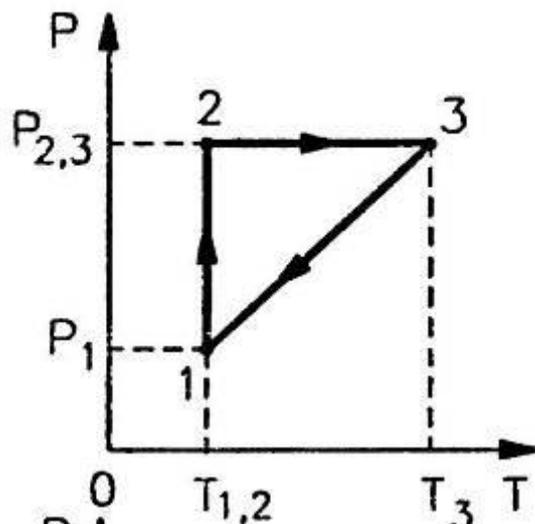
Работа равна площади фигуры, ограниченной графиком процесса, осью OV и прямыми $V = V_1$ и $V = V_2$.

$$S_{12} < S_{23} \Rightarrow A_{12} < A_{23}$$

Таким образом **за один цикл газ совершает положительную работу.**

Газ поглощает количество теплоты на участке 2→3 (при расширении), отдаёт количество теплоты при сжатии – участок 1→2 и при охлаждении – участок 3→1.

Ответ: $A' > 0$; $Q_{23} > 0$; $Q_{12} < 0$; $Q_{31} < 0$



Задача 12. Тепловой двигатель получает от нагревателя за одну секунду 7200 кДж теплоты и отдаёт холодильнику 5600 кДж. Каков КПД теплового двигателя?

Дано:

“СИ”

$$Q_1 = 7200 \text{ кДж}$$

$$7,2 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = 5600 \text{ кДж}$$

$$5,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

η - ?

Решение.

По определению КПД тепловой машины:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{7,2 \cdot 10^6 - 5,6 \cdot 10^6}{7,2 \cdot 10^6} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{(7,2 - 5,6) \cdot 10^6}{7,2 \cdot 10^6} \cdot 100\% = \frac{1,6}{7,2} \cdot 100\% \approx 22\%$$

Ответ: $\eta = 22\%$.

Задача 15. Идеальная тепловая машина получает от нагревателя, температура которого 500°K , за один цикл 3360 Дж теплоты. Найти количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику, температура которого 400°K . Найти работу машины за один цикл.

Дано:

$$T_1 = 500^{\circ}\text{K}$$

$$Q_1 = 3360 \text{ Дж}$$

$$T_2 = 400^{\circ}\text{K}$$

$$Q_2 = ?$$

$$A' = ?$$

Решение.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{или} \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow Q_2 = \frac{Q_1 T_2}{T_1}$$

Работа машины за один цикл: $A' = Q_1 - Q_2$

$$Q_2 = \frac{3360 \text{ Дж} \cdot 400^{\circ}\text{K}}{500^{\circ}\text{K}} = 2688 \text{ Дж} ; A' = 3360 - 2688 = 672 \text{ Дж}$$

Ответ: $Q_2 = 2688$ Дж; $A' = 672$ Дж.

Задача 13. Какое максимальное теоретически возможное значение КПД может иметь турбина, в которой используют пар с температурой 600°C , а отвод тепла осуществляется с помощью речной воды, обеспечивающей холодильнику температуру 27°C ? Каковы основные пути повышения КПД тепловых машин?

Дано:

“СИ”

$$t_1 = 600^{\circ}\text{C}$$

$$873^{\circ}\text{K}$$

$$t_2 = 27^{\circ}\text{C}$$

$$300^{\circ}\text{K}$$

$\eta - ?$

Решение.

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

$$\eta_{\max} = \frac{873 - 300}{873} \cdot 100\% \approx 66\%$$

Основной способ увеличения КПД – повышение температуры нагревателя T_1 и понижение температуры холодильника T_2 .

Ответ: $\eta_{\max} = 66\%$.