

Механика

Кинематика материальной точки



Лекция №1

Кинематика

- Ньютоновская (классическая) нерелятивистская механика.
- Механическое движение. Кинематика точки.
- Основные понятия кинематики – путь, перемещение, скорость, ускорение.
- Основная задача кинематики.
- Преобразование Галилея и закон сложения скоростей.
- Примеры решения задач кинематики.

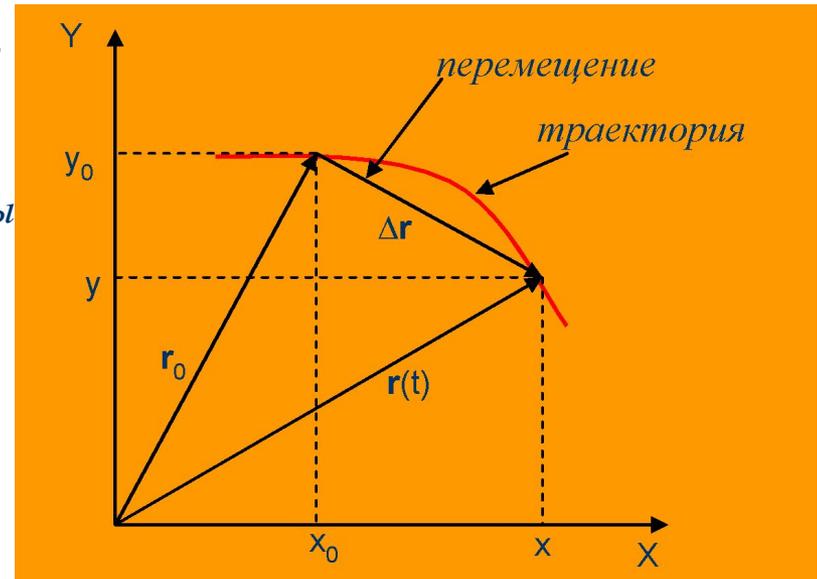
Кинематика

Основные понятия

- **Кинематика** занимается описанием движения без выяснения причин, его вызывающих.
- Всякое движение относительно. Тело, по отношению к которому рассматривается движение выбранного тела, называется телом отсчета.
- Система отсчёта:
тело отсчёта + система координат + часы
- Модели:
 1. материальная точка – тело, **размерами** которого при описании движения можно пренебречь.
 2. абсолютно твёрдое тело – тело, **деформациями** которого в условиях задачи можно пренебречь.

Кинематики материальной точки

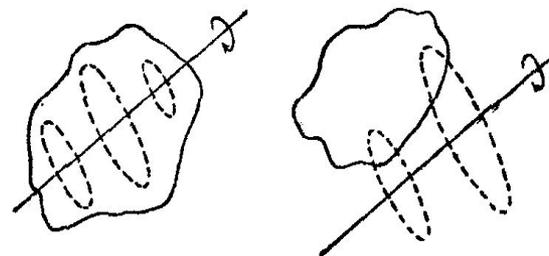
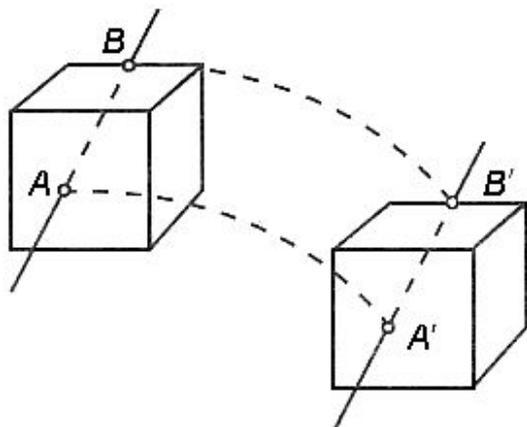
- Описать движение материальной точки означает указать её положение в пространстве в любой момент времени, т.е. установить закон движения материальной точки.
- координатный способ:
 $x = x(t); y = y(t); z = z(t)$ – три степени свободы материальной точки
- векторный способ:
 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ – радиус-вектор
- **Траектория движения тела** – линия, которую описывает тело в процессе движения
- **Путь** – длина траектории s от начального положение точки до конечного.
- **Перемещение** – вектор, соединяющий начальное положение точки с конечным:
 $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$
- Для малых перемещений $\Delta \mathbf{r} \approx \Delta s \mathbf{t}$
 \mathbf{t} – единичный вектор вдоль $\Delta \mathbf{r}$



Всякое движение можно разложить на два вида: поступательное и вращательное.

Поступательное движение – это движение, при котором любая прямая связанная с движущимся телом остается параллельной самой себе.

В случае вращательного движения все точки тела движутся по окружностям центры, которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

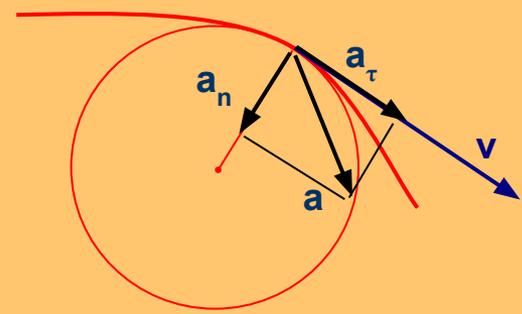
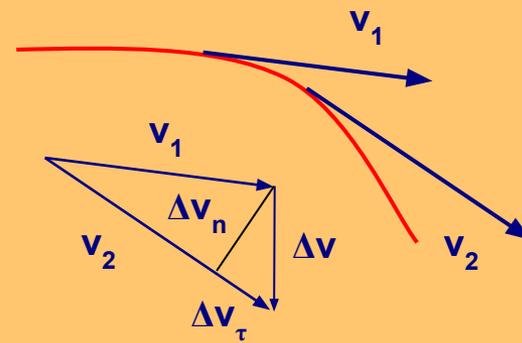
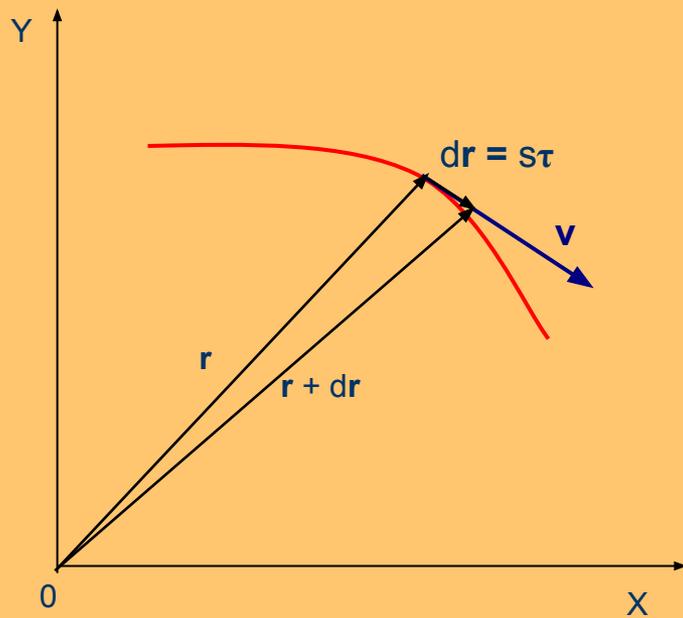


$$V_{\text{cp}} = \Delta r / \Delta t$$

Скорость и ускорение

- Скорость характеризует быстроту движения тела:
- $V_{\text{cp}} = \Delta r / \Delta t$ – средняя скорость движения
 $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt = v \boldsymbol{\tau} ds/dt = v\boldsymbol{\tau}$ – скорость направлена по касательной к траектории в сторону движения, $\boldsymbol{\tau}$ - единичный вектор
- Ускорение:
 $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = d(v\boldsymbol{\tau})/dt$
 $\mathbf{a} = dv/dt \boldsymbol{\tau} + v^2/R \mathbf{n}$
- $a_{\boldsymbol{\tau}} = dv/dt$ – тангенциальная составляющая ускорения характеризует быстроту изменения **величины** скорости
- $a_{\mathbf{n}} = v^2/R$ – нормальная составляющая ускорения направлена по нормали в сторону вогнутости и характеризует быстроту изменения **направления** скорости. (R – радиус кривизны траектории).
- Полное ускорение
 $a^2 = a_{\mathbf{n}}^2 + a_{\boldsymbol{\tau}}^2$

Скорость и ускорение

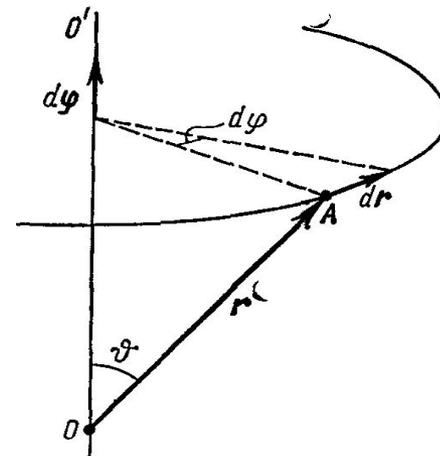


Уравнение движения с постоянным ускорением

- $\mathbf{a} = \text{const} \Rightarrow$
- $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$ — закон изменения скорости при равноускоренном движении \Rightarrow
- $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t \Rightarrow \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \mathbf{a}t^2/2$
 $\mathbf{s} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = \mathbf{v}_0 t + \mathbf{a}t^2/2$ — закон равноускоренного движения

Кинематика вращательного движения

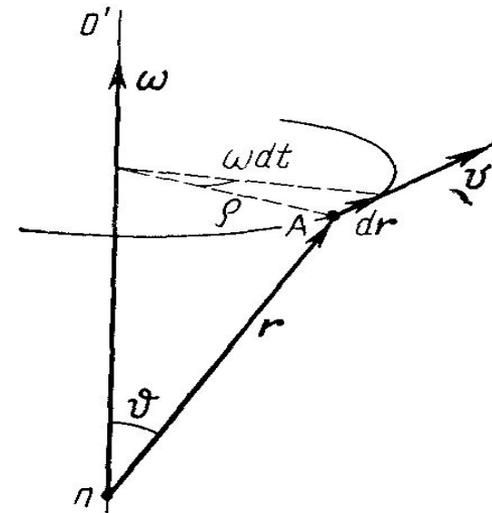
- Вращательное движение характеризуется углом поворота, угловой скоростью и угловым ускорением.
- Соответствующий угол поворота будем характеризовать вектором $d\varphi$, модуль которого равен углу поворота, а направление совпадает с осью вращения, причем так, что направление поворота отвечает правилу правого винта по отношению к направлению вектора $d\varphi$.



Угловая скорость

Угловая скорость характеризует быстроту вращения. ω называется угловой скоростью тела. Вектор ω направлен вдоль оси, вокруг которой движется материальная точка, в сторону, определяемую правилом правого винта, и представляет собой аксиальный вектор.

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$



Угловое ускорение

Вектор угловой скорости может изменяться, как по величине, так и по направлению. В первом случае изменяется значение вектора линейной скорости материальной точки, тогда как во втором случае изменяется ось вращения. Изменение вектора угловой скорости со временем характеризуют величиной называемой угловым ускорением:

Вектор углового ускорения совпадает с направлением угловой скорости при ускоренном вращении и направлен в противоположную сторону при замедленном вращении.

$$\boldsymbol{\beta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$$

Движение по окружности

- Угловая и линейная скорости связаны между собой соотношением $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}]$, где скобки $[]$ обозначают векторное произведение
- Ускорения связаны соотношениями: $\mathbf{a}_\tau = \boldsymbol{\beta}\mathbf{r}$ – тангенциальное ускорение;
 $\mathbf{a}_n = \boldsymbol{\omega}^2\mathbf{r} = \mathbf{v}^2/\mathbf{r}$ – нормальное или центростремительное ускорение
- $T = 2\pi/\omega$ – период обращения; $f = 1/T$ – частота вращения.

Относительность движения

Закон сложения скоростей

- Система K' **поступательно** движется относительно системы K
 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}' \Rightarrow$
- $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'$
классический (нерелятивистский) закон сложения скоростей:
абсолютная скорость тела \mathbf{v} равна векторной сумме относительной скорости \mathbf{v}' и скорости \mathbf{v}_0 движения системы отсчёта.
- $\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}'$
 $\mathbf{a}_0 = 0 \Rightarrow \mathbf{a} = \mathbf{a}'$
при равномерном и прямолинейном движении систем отсчёта относительно друг друга ($v_0 = \text{const}$) ускорение тела в этих двух системах одинаково

