

Ограничения в виде равенств и неравенств

Ограничения типа равенств

$$u_i = a_i$$

Ограничения типа неравенств определяют пределы, в которых допустимо изменение параметров x :

$$\left. \begin{array}{l} x_i \geq b_i \\ x_j \leq b_j \\ a_k \leq x_k \leq b_k \end{array} \right\}$$

Решение задач линейного программирования графическим методом

$$F(X) = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max (\min);$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 \leq b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 \leq b_2 \\ \dots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 \geq b_m \\ \dots \\ a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 \geq b_n \end{array} \right.$$

Пример

$$F(X) = 400x_1 + 300x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 21 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Проводим оси координат x_1 и x_2 .

Строим прямую $2x_1 + 3x_2 = 21$.

$$\text{При } x_1 = 0, x_2 = \frac{21}{3} = 7.$$

$$\text{При } x_2 = 0, x_1 = \frac{21}{2} = 10,5.$$

Проводим прямую через точки $(0; 7)$ и $(10,5; 0)$.

Строим прямую $x_1 + x_2 = 10$.

При $x_1 = 0$, $x_2 = 10$.

При $x_2 = 0$, $x_1 = 10$.

Проводим прямую через точки $(0; 10)$ и $(10; 0)$.

Строим прямую $2x_1 + 2x_2 = 16$.

При $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{16}{2} = 8$.

При $x_2 = 0$, $x_1 = \frac{16}{2} = 8$.

Проводим прямую через точки $(0; 8)$ и $(8; 0)$.

Прямые $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$ являются осями координат.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 10 \leq 21 \\ x_1 + x_2 = 2 + 2 = 4 \leq 10 \\ 2x_1 + 2x_2 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 8 \leq 16 \\ x_1 = 2 \geq 0; x_2 = 2 \geq 0 \end{cases}$$

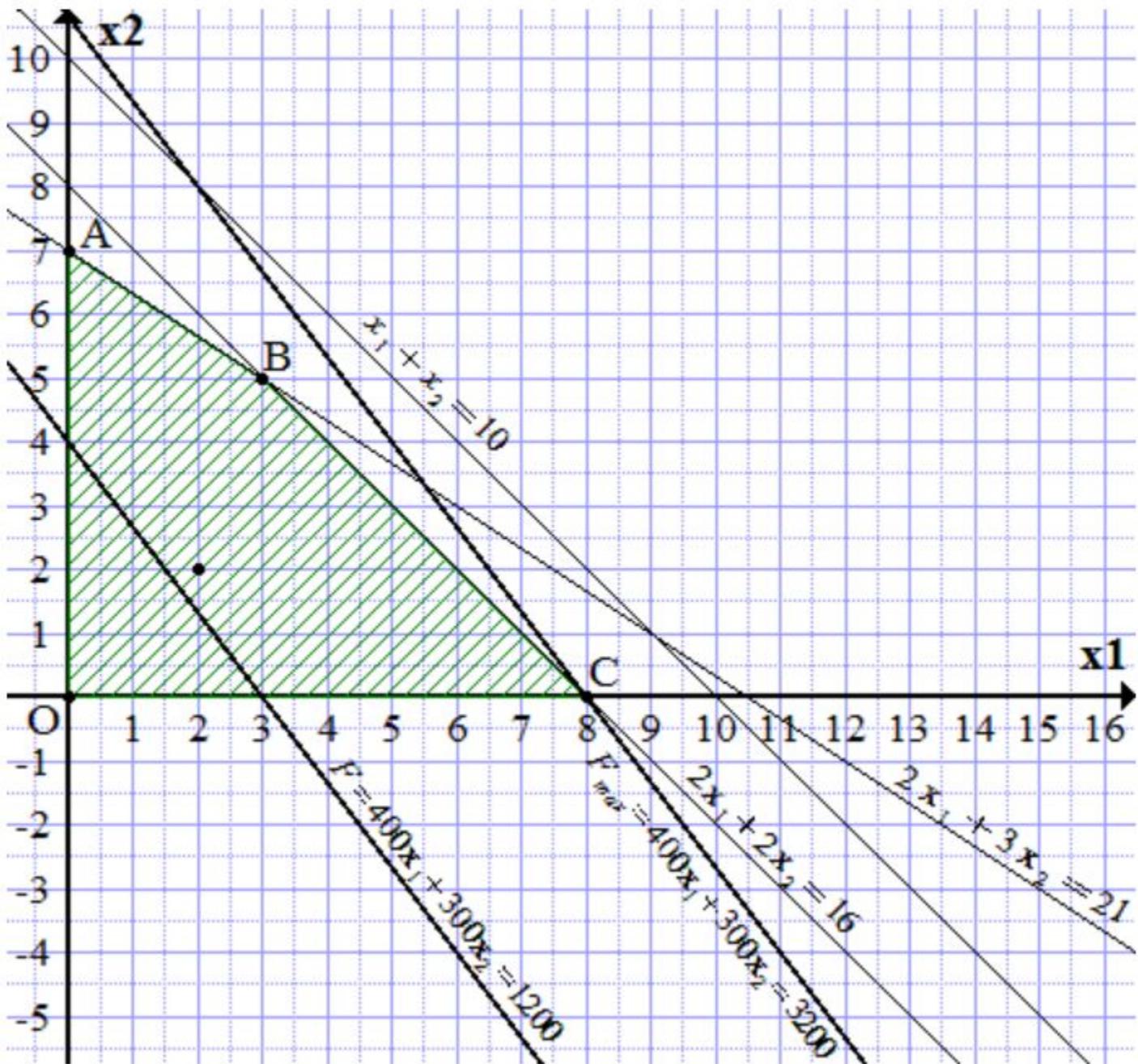
$$F = 400x_1 + 300x_2 = 1200.$$

$$\text{При } x_1 = 0, x_2 = \frac{1200}{300} = 4.$$

$$\text{При } x_2 = 0, x_1 = \frac{1200}{400} = 3.$$

Решение задачи: $x_1 = 8; x_2 = 0;$

$$F_{max} = 400x_1 + 300x_2 = 400 \cdot 8 + 300 \cdot 0 = 3200$$



Кондитерская производит продукцию двух видов: конфеты и шоколад. Для производства продукции каждого вида требуются ресурсы двух типов: сахар и какао бобы (другие ресурсы неограниченны). Для производства одного килограмма продукции каждого вида требуется по 0,5 килограмма сахара. Для производства одного килограмма шоколада требуется 0,5 килограмм какао, а для производства одного килограмма конфет – 0,2 килограмма какао. Суточные запасы ресурсов равны 400 и 800 килограмм соответственно. Прибыль от реализации одного килограмма шоколада и конфет составляет 900 и 500 рублей соответственно. Сформулировать математическую модель для нахождения оптимального (т. е. максимизирующего прибыль) суточного плана производства.