

*АЛГЕБРА*

*ЛОГИКИ*



# Логические операции

**Логическая операция** – способ построения сложного высказывания из простых высказываний, при котором значение истинности сложного высказывания полностью определяется значениями истинности простых высказываний.

Правила выполнения логических операций отражаются в таблицах, которые называются *таблицами истинности*.

**Таблица истинности** - это табличное представление логической операции, в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных операндов вместе со значением истинности результата операции для каждого из этих сочетаний.

# Логическая операция КОНЪЮНКЦИЯ (лат. Conjunctio – связываю):

- В естественном языке соответствует союзу **И**;
- В математической логике обозначение: **&** ,  $\wedge$  или  $\cdot$  ;
- В языках программирования: **AND**;
- Иное название: **логическое умножение**.
- Конъюнкция – двухместная операция; записывается в виде:  $A \& B$  ,  $A \wedge B$  ,  $A \cdot B$ . **Значение такого выражения будет ЛОЖЬ, если хотя бы значение одного из высказываний ложно.**

*Пример.*

1.  $A$  = На автостоянке стоит «Мерседес»  
 $B$  = На автостоянке стоят «Жигули»  
 $A \& B$  = На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули»
2.  $A$  = Число 6 делится на 3  
 $B$  = Число 6 делится на 2  
 $A \& B$  = Число 6 делится на 3 и на 2

Таблица истинности  
КОНЪЮНКЦИИ :

A	B	A & B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Логическая операция ДИЗЪЮНКЦИЯ (лат. Disjunctio – различаю):

- В естественном языке соответствует союзу **ИЛИ**;
- В математической логике обозначение:  $\vee$ , +;
- В языках программирования: **OR**;
- Иное название: **логическое сложение**.
- Дизъюнкция – двухместная операция; записывается в виде:  $A \vee B$ . **Значение такого выражения будет ИСТИНА, если хотя бы значение одного из высказываний истинно.**

*Пример.*

1.  $A$  = На автостоянке стоит «Мерседес»  
 $B$  = На автостоянке стоят «Жигули»  
 $A \vee B$  = На автостоянке стоит «Мерседес» или «Жигули»
2.  $A$  = Число 8 делится на 3  
 $B$  = Число 8 делится на 2  
 $A \vee B$  = Число 8 делится на 3 или на 2

Таблица истинности  
ДИЗЪЮНКЦИИ:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Логическая операция ИНВЕРСИЯ (лат. *Inversio* – переворачиваю):

- В естественном языке соответствует частице **НЕ**;
  - В математической логике обозначение:  $\neg A$  или  $\overline{A}$  ;
  - В языках программирования: **NOT**;
  - Иное название: **логическое отрицание**.
- Инверсия – унарная (одноместная) операция;  
записывается в виде:  $\neg A$  или  $\overline{A}$

*Пример.*

1.  $A$  = Я знаю китайский язык  
 $\overline{A}$  = Я не знаю китайский язык
2.  $A$  = Число 8 делится на 2  
 $\overline{A}$  = Число 8 не делится на 2

Таблица ИСТИННОСТИ ИНВЕРСИИ:	
$A$	$\neg A$
0	1
1	0

# Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (лат. *Implicatio* – тесно связываю):

- В естественном языке соответствует обороту **ЕСЛИ ..., ТО ...**;
- В математической логике обозначение:  $\Rightarrow$  или  $\rightarrow$ ;
- Иное название: **логическое следование**.
- Импликация – двухместная операция; записывается в виде:  $A \Rightarrow B$ . **Значение такого выражения будет ЛОЖЬ тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложь.**

Пример.

A = Выглядит солнце

B = Станет тепло

$A \Rightarrow B$  = Если на улице солнце, то станет тепло

C = Станет холодно

$A \Rightarrow C$  = Если на улице солнце, то станет холодно

В обычной речи связка “если ..., то” описывает причинно-следственную связь между высказываниями. Но в логических операциях смысл высказываний не учитывается. Рассматривается только их истинность или ложность. Поэтому не надо смущаться “бессмысленностью” импликаций, образованных высказываниями, совершенно не связанными по содержанию. Например, такими:  
“если президент США — демократ, то в Африке водятся жирафы”,  
“если арбуз — ягода, то в бензоколонке есть бензин”.

Таблица  
ИСТИННОСТИ  
ИМПЛИКАЦИИ:

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Логическая операция ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

(лат. *Aequivalens* – равноценное):

- В естественном языке соответствует оборотам **ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА** и **В ТОМ И ТОЛЬКО В ТОМ СЛУЧАЕ**;
- В математической логике обозначение:  $\Leftrightarrow$  или  $\leftrightarrow$  или  $\equiv$ ;
- Иное название: **равнозначность**.
- Эквивалентность – двухместная операция; записывается в виде:  $A \Leftrightarrow B$ . **Значение такого выражения будет ИСТИНА тогда и только тогда, когда оба простых высказывания одновременно истинны или ложны.**
- *Пример.*
  - $A$  = Людоед голоден
  - $B$  = Он давно не ел
  - $A \Leftrightarrow B$  = Людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел.

Таблица истинности  
ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## Логические операции имеют следующий приоритет:

Порядок выполнения логических операций задается круглыми скобками. Но для уменьшения числа скобок договорились считать, что сначала выполняется операция отрицания (“не”), затем конъюнкция (“и”), после конъюнкции — дизъюнкция (“или”) и в последнюю очередь — импликация (“следование”) или эквивалентность (“равнозначность”).

# Сформулируйте отрицание следующих высказываний:

1. Луна-спутник Земли
2. Я изучаю китайский язык
3. Все люди умеют ходить на головах

# Логическая формула.

В приведенных высказываниях выделите простые.  
Запишите сложные высказывания формулами.

*Если я куплю яблоки или абрикосы, то приготовлю фруктовый пирог.*

*A = Я куплю яблоки*

*B = Я куплю абрикосы*

*C = Я приготовлю фруктовый пирог*

Это высказывание формализуется в виде  $(A \vee B) \Rightarrow C$ .

Определите значение логического выражения  $(Z > X) \& \neg (X = Y)$ ,

- a)  $X = 3, Y = 5, Z = 2;$
- b)  $X = 0, Y = 1, Z = 19;$

Выразите следующие формулы на обычном языке:

- 1)  $A \& \neg B$  , где  $A$ =Идет дождь;  $B$ =У меня есть зонт.
- 2)  $A \rightarrow B$  , где  $A$ =Живется весело;  $B$ =Работа спорится.
- 3)  $A \& B$  , где  $A$ =Вчера было пасмурно;  $B$ =Сегодня ярко светит солнце.
- 4)  $(B \& \neg C) \rightarrow \neg A$  , где  $A$ =Некто является врачом ;  $B$ = Больной поговорил с врачом;  $C$ =Больному стало легче.

# Выполните самостоятельную работу на листочке и отправьте в ЭЖ

Дорошева Т, Зуб В, Кудрявцева Е, Савинцев А, Хохлов А,  
Шадрин Г

Самостоятельная работа по теме: Логические формулы.

Самостоятельная работа по теме: Логические формулы.

2 вариант.

1. Пусть  $A =$  “это утро ясное”,  $B =$  “это утро теплое”. Выразите следующие формулы на обычном языке:

- a)  $A \rightarrow B$
- b)  $A \vee \bar{B}$
- c)  $\bar{A} \cdot \bar{B}$
- d)  $\bar{A} \leftrightarrow B$

2. В приведенных ниже сложных высказываниях выделите простые. Запишите сложные высказывания формулами.

- a) Водитель автомобиля не имеет права ехать на красный свет.
- b) Катя – самая высокая девочка в классе, и в классе есть девочки выше Кати.
- c) Зимой мы поедem в деревню или останемся в городе.
- d) Если я поеду в Москву и встречу там друзей, то мы интересно проведем время.
- e) Число 15 делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.
- f) Неверно, что точка  $A$  не лежит на прямой  $a$ .

3. Даны простые высказывания:

$A =$  “ $6=8$ ”;  $B =$  “ $9>3$ ”;  $C =$  “ $10<5$ ”. Определите истинность составных высказываний:

1.  $(A \vee B) \wedge C \rightarrow (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

2.  $(A \wedge B) \vee C \Leftrightarrow ((A \vee C) \wedge (A \wedge B))$

4. Найдите значение логических выражений:

1.  $(0 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$

2.  $((1 \wedge 1) \vee 0) \wedge (0 \vee 1)$

Горева М, Знаменская А, Иванова М, Логинов Д, Халявина Д,  
Чедова С

Самостоятельная работа по теме: Логические формулы.

1 вариант.

1. Пусть  $A =$  “это утро ясное”,  $B =$  “это утро теплое”. Выразите следующие формулы на обычном языке:

- a)  $A \leftrightarrow B$
- b)  $A \bullet \bar{B}$
- c)  $\bar{A} \vee \bar{B}$
- d)  $\bar{A} \rightarrow B$

2. В приведенных ниже сложных высказываниях выделите простые. Запишите сложные высказывания формулами.

- a) Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
- b) В школу я еду на автобусе и на метро.
- c) Если Витя не играет в шахматы, то играют Саша и Дима.
- d) Число 376 четное и трехзначное.
- e) Если сумма цифр числа делится на 3, то число делится на 3.
- f) Для того чтобы треугольники были не равны, достаточно, чтобы они были не подобны.

3. Даны простые высказывания:

$A = "5 > 3"$ ;  $B = "2 = 3"$ ;  $C = "4 < 2"$

Определите истинность составных высказываний:

1.  $(A \vee B) \wedge C \rightarrow (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

2.  $(A \wedge B) \vee C \Leftrightarrow ((A \vee C) \wedge (A \wedge B))$

4. Найдите значение логических выражений:

1.  $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$

2.  $((0 \wedge 0) \vee 0) \wedge (1 \vee 1)$