Размещения и Сочетания

mathvideourok.moy.su

Размещение

Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки. В каждую ячейку нужно поместить по одному шару из этого набора.Выбирая по разному шары для первой, второй и третьей ячеек, будем получать различные упорядоченные тройки шаров. Каждую упорядоченную тройку, которую можно составить из четырех элементов , называют размещением из четырех элементов по три.

Обозначают размещения так:

$A_n^к$ (читается "А из n по к") $к \le n$

Размещением из n элементов по к
Называется любое множество, состоящее из к элементов, взятых в определенном порядке из данных n элементов

$$A_n^к = \frac{n!}{(n-к)!}$$

Например: ***1)Учащиеся 2 класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день , чтобы в нем было 4 различных предмета?***

Любое расписание на один день, составленное из 4 предметов, отличается от другого либо набором предметов, либо порядком их следования.

Значит это число

$$A_9^4 = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{9!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 3024$$

Ответ: 3024 *способами*

2) Сколько трехзначных чисел(без повторения цифр в записи числа) можно составить из цифр: 0;1;2;3;4;5;6?

Если бы среди семи цифр не было бы нуля,

то задача бы решалась так A_7^3, *но*

среди цифр есть 0, *с которого не может*

начинаться трехзначное число.

Исключаем числа, которые начинаются с 0

Их: A_6^2

$$\text{Получаем}: A_7^3 - A_6^2 = \frac{7!}{4!} - \frac{6!}{4!} = 5\cdot 6\cdot 7 - 5\cdot 6 = 180$$

Ответ: 180 *чисел*

Сочетания

*Пусть имеется 5 гвоздик разного цвета. Требуется составить букет из 3 гвоздик. Нам нужно указать все возможные способы составления букетов, в которых по разному сочетаются три гвоздики из данных пяти. Говорят, что мы должны составить все возможные **сочетания** из 5 элементов по 3.*

Обозначают сочетания так:

C_5^3 (читается "С из n по к") $к \le n$

Сочетанием из n элементов по к называют любое множество, составленное из к элементов, выбранных из данных n элементов.

В отличие от размещений в сочетаниях не имеет значения, в каком порядке указаны элементы. Два сочетания из n элементов по к отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

$$C_n^к = \frac{n!}{к!(n-к)!}$$

Например:1) Из набора, состоящего из 15 красок, надо выбрать 3 краски для окрашивания шкатулки. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

Каждый набор трех красок отличается от другого хотя бы одной краской. Значит, здесь речь идет о сочетаниях из 15 *элементов по* 3.

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{3! \cdot 12!} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 455$$

Ответ: 455 *способами*

2) В классе учатся 12 мальчиков и 10 девочек. Для уборки территории около школы требуется выделить трех мальчиков и двух девочек. Сколькими способами это можно сделать?

$\text{Выбор мальчиков } C_{12}^{3}$ $\text{Выбор девочек } C_{10}^{2}$

$\text{Так как при каждом выборе трех мальчиков нужно выбрать двух девочек, то выбор учащихся можно сделать так.}$

$$C_{12}^{3} \cdot C_{10}^{2} = \frac{12!}{3! \cdot 9!} \cdot \frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 2} = 9900$$

$\text{Ответ}: 9900 \text{ способами}$

Чем отличаются размещения от сочетаний?

- *При решении задач, в которых нужно определить число комбинаций, необходимо обратить внимание на то, важен ли порядок элементов. Этим различаются размещения и сочетания*

- **1. В самоуправлении из 25 человек нужно выбрать начальника, секретаря и кассира. Сколькими различными способами это можно сделать?**

Решение:

Из 25 человек нужно выбрать троих.

Порядок элементов важен, т.к. поменяв местами людей, обязанности их изменятся.

Значит, нужно вычислить число размещений из 25 элементов по 3.

$$A_{25}^{3} = \frac{25!}{(25-3)!} = 13800$$

2. В самоуправлении из 25 человек нужно выбрать 3 человека для комиссии. Сколькими различными способами это можно сделать?

Решение:

На этот раз порядок людей неважен, поэтому необходимо вычислить число сочетаний из 25 элементов по 3:

$$C_{25}^{3} = \frac{25!}{3!(25-3)!} = 2300$$