ГАПОУ СО «ЭПЭК»

ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
САРАТОВСКОЙ ОБЛАСТИ «ЭНГЕЛЬССКИЙ ПРОМЫШЛЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

Проект на тему:

прямоугольный тетраэдр

Подготовил: студент 1 курса

А.И.Пешков
Специальность:15.02.12

Проверила:С.В.Шерстобитова

содержание

Введения

Геометрия является очень мощным средством развития личности в самом широком диапазоне творческое развитие, нравственное воспитание, независимость суждений и поведения. Геометрия, да и математика в целом представляет собой очень действенное средство для нравственного воспитания человека. В романе «Война и мир», характеризуя старшего князя Болконского Николая, Л.Н.Толстой пишет: «Он говорил, что есть только два источника людских пороков: праздность и суеверие, и что есть только две добродетели: деятельность и ум. Он сам занимался воспитанием своей дочери и, чтобы развить в ней обе главные добродетели, давал ей уроки алгебры и геометрии и распределил всю ее жизнь в беспрерывных занятиях».

Уже со времён пифагорейцев и Платона геометрия, арифметика и другие математические науки рассматривались в качестве образца систематического мышления и предварительной ступени для изучения философии.

Определение прямоугольного тетраэдра

Многогранник - геометрическое тело, граница (поверхность) которого есть объединение конечного числа многоугольников.

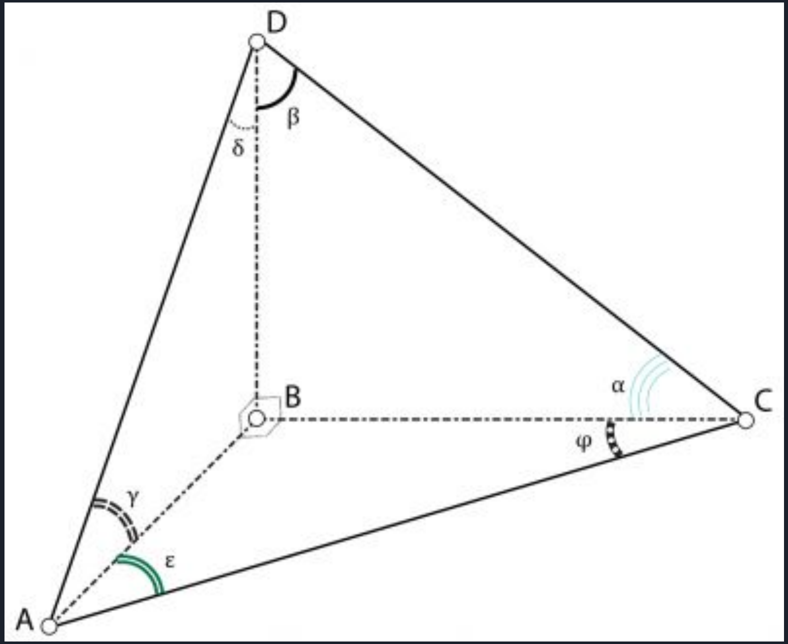
Тетра́эдр - многогранник с четырьмя треугольными гранями, в каждой из вершин которого сходятся по 3 грани. У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер. Любая грань тетраэдра может быть принята за его основание.

Тетраэдр называется **прямоугольным**, если три плоских угла при одной вершине прямые.

УГЛЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТЕТРАЭДРЕ

Двугранные углы, каждый из которых является пересечением двух из трех полупространств, образующих тетраэдр, называются двугранными углами этого тетраэдра.

На рисунке 3 плоские углы при вершине *B* - прямые.



Величины α, β, γ, δ, ε, φ плоских углов *BCD*, *CDB*, *DAB*, *ADB*, *BAC*, *BCA* соответственно находятся в открытом промежутке от 0˚ до 180˚, так как каждый из них является пересечением двух полуплоскостей.

Формула проекций граней прямоугольного тетраэдра

Дано: прямоугольный тетраэдр *DABC*

Доказать:

$$S_1 \cdot \cos CD + S_3 \cdot \cos AC + S_4 \cdot \cos AD = S_2$$

Доказательство: Обозначу площади граней *BCD*, *ACD*, *ABC* и *ABD* соответственно S_1, S_2, S_3 и S_4 (рис. 11). Плоскость *ACD* наклонена к плоскости *ABC* под углом φ_1; *ABD*, *BCD* под углом равным 90˚ =>

$$\cos \varphi_2 = \cos \varphi_3 = 0$$

Основание высоты из вершины *B* прямоугольного тетраэдра *DABC* попадает внутрь грани *ACD* и, используя формулу ортогональной, проекции получаю:

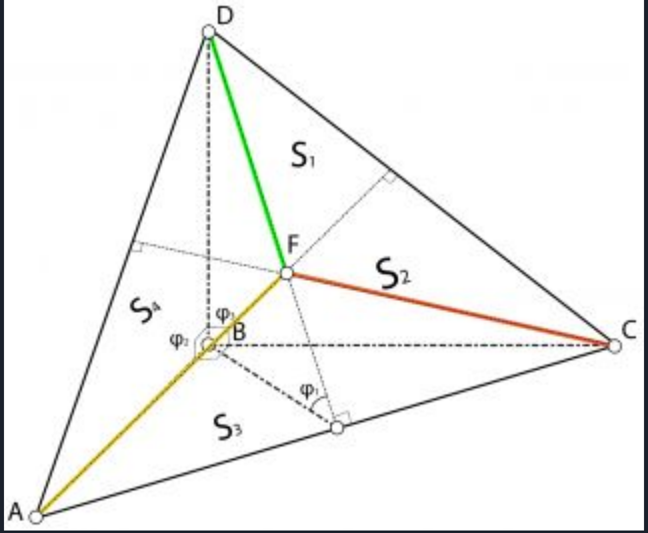
$$S_{ACF} = S_3 \cos AC$$

$$S_{ADF} = S_4 \cos AD$$

$$S_{DCF} = S_1 \cos DC$$

$$S_2 = S_{\Delta ACF} + S_{\Delta DCF} + S_{\Delta ADF}$$

$$S_1 \cdot \cos CD + S_3 \cdot \cos AC + S_4 \cdot \cos AD = S_2$$



Объём прямоугольного тетраэдра

Теорема. Объём прямоугольного тетраэдра равен $V = \frac{1}{6}abc$

Дано: ABCD - прямоугольный тетраэдр

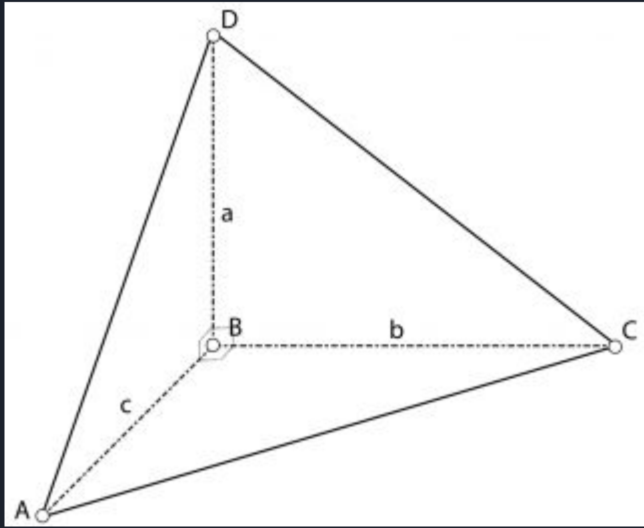
Доказать: $V = \frac{1}{6}abc$

Доказательство: ABCD - прямоугольный тетраэдр, *AB=a*, *BC=b*, *BD=c*

Я знаю, что объем пирамиды находится по формуле: $V = \frac{1}{3}S_{осн} \cdot h$

где $S_{осн}$ - площадь основания, h - высота.

Выберу основанием ΔABC, тогда а будет высотой прямоугольного тетраэдра. Площадь основания примет вид $S_{осн} = \frac{1}{2} b \cdot c$



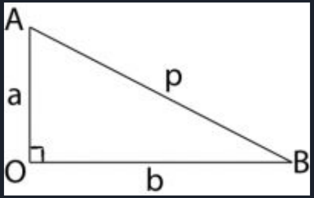
Подставляю в формулу объема пирамиды мои значения и получаю, что:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} b \cdot c \cdot a = \frac{1}{6} abc$$

Пифагоровы тетраэдры

Пифагоровы треугольники

Сначала дам способ описания всех пифагоровых треугольников. На рисунке треугольник OAB - прямоугольный; длины его катетов обозначены через a и b, а длина гипотенузы - через p. Число $\xi = \frac{a}{b+p}$ условлюсь называть параметром прямоугольного треугольника OAB (или, точнее, параметром «относительно катета a»). Используя соотношение $p^2=a^2+\text{Ь}^2$, имею



$$1+\xi^2 = \frac{(b^2+2bp+p^2)+a^2}{(b+p)^2} = \frac{2p^2+2bp}{(b+p)^2} = \frac{2p}{b+p}$$

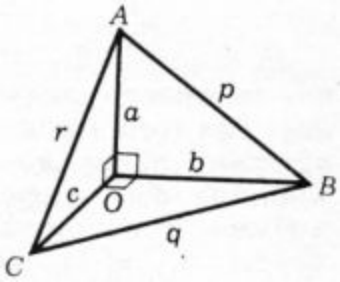
$$1-\xi^2 = \frac{(b^2+2bp+p^2)-a^2}{(b+p)^2} = \frac{2b^2+2bp}{(b+p)^2} = \frac{2b}{b+p}$$

Из этих равенств непосредственно получаю формулы, выражающие отношения сторон прямоугольного треугольника через его параметр

$$\frac{2\xi}{1-\xi^2} = \frac{a}{b} \qquad \frac{1+\xi^2}{1-\xi^2} = \frac{p}{b}$$

Уравнение пифагоровых тетраэдров

Пусть теперь OABC - тетраэдр, у которого плоские углы при вершине O прямые. Длины ребер, исходящих из вершины O, обозначу через a, Ь, c, а длины трех других ребер - через p, q, r (рис. 22). Рассмотрю параметры трех прямоугольных треугольников OAB, OBC, OCA:



$$\xi = \frac{a}{b+p} \qquad \eta = \frac{b}{c+q} \qquad \varsigma = \frac{c}{a+r}$$

Тогда по формулам (34) можно выразить отношения сторон этих прямоугольных треугольников через их параметры:

$$\frac{a}{b} = \frac{2\xi}{1-\xi^2} \qquad \frac{b}{c} = \frac{2\eta}{1-\eta^2} \qquad \frac{c}{a} = \frac{2\varsigma}{1-\varsigma^2}$$

$$\frac{p}{b} = \frac{1+\xi^2}{1-\xi^2} \qquad \frac{q}{c} = \frac{1+\eta^2}{1-\eta^2} \qquad \frac{r}{a} = \frac{1+\varsigma^2}{1-\varsigma^2}$$

Из (36) непосредственно вытекает, что параметры ξ, η, ς удовлетворяют соотношению

$$\frac{2\xi}{1-\xi^2} \qquad \frac{2\eta}{1-\eta^2} \qquad \frac{2\varsigma}{1-\varsigma^2}$$

Используемая литература

1. https://math.ru/lib/files/pdf/geometry/Ponarin-I.pdf
2. https://infourok.ru/prezentaciya-po-geometrii-tetraedr-441245.html
3. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B0%D1%8D%D0%B4%D1%80