

Экстремумы функции

Применение производной
к исследованию функций



критические точки

производная равна нулю
(стационарные точки)

производная не существует

точка
максимума
«+» на «-»

точка
минимума
«-» на «+»

точка
перегиба
знак
не меняется

плавные линии

точка
максимума
«+» на «-»

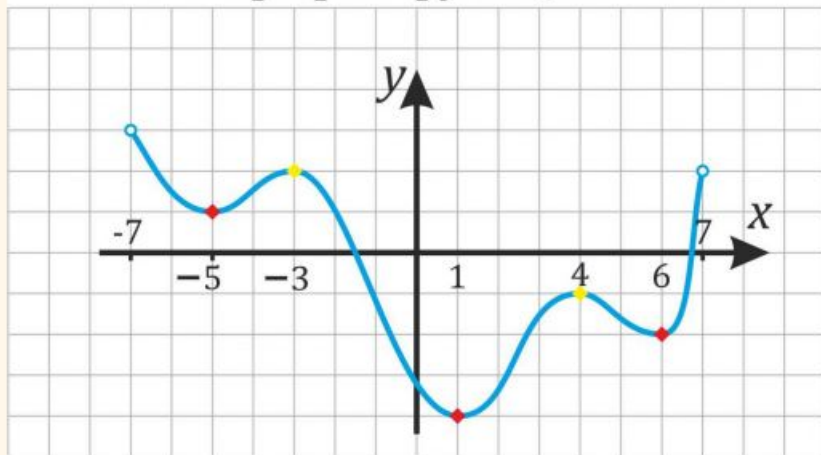
точка
минимума
«-» на «+»

точка
излома
знак
не меняется

угловатые линии

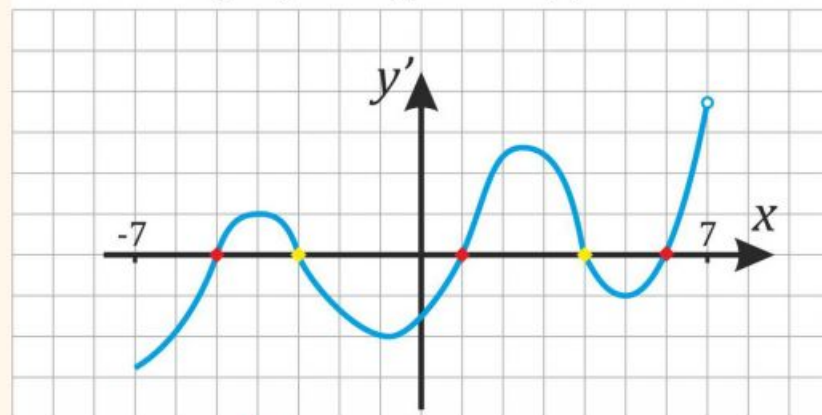
Внимание! Если дан график производной функции, а нужно найти точки экстремумов функции, мы не считаем максимумы и минимумы производной! Мы считаем точки, в которых производная функции обращается в ноль (т.е. пересекает ось x).

График функции



- ◆ - точки минимумов
- ◆ - точки максимумов

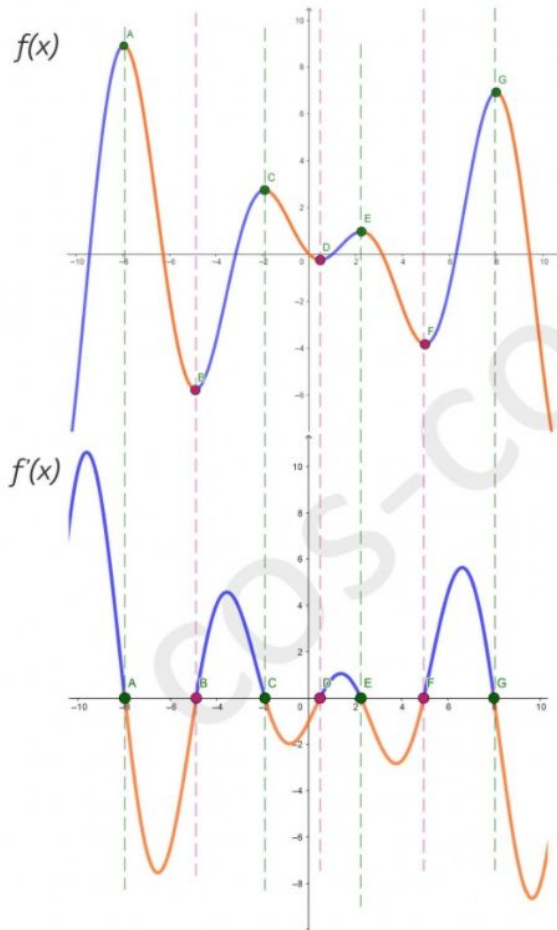
График производной



- ◆ - точки минимумов
- ◆ - точки максимумов

СВЯЗЬ ФУНКЦИИ И ЕЁ ПРОИЗВОДНОЙ

Производная характеризует скорость изменения функции. Поэтому:



Чем быстрее функция растёт, тем больше значение производной.

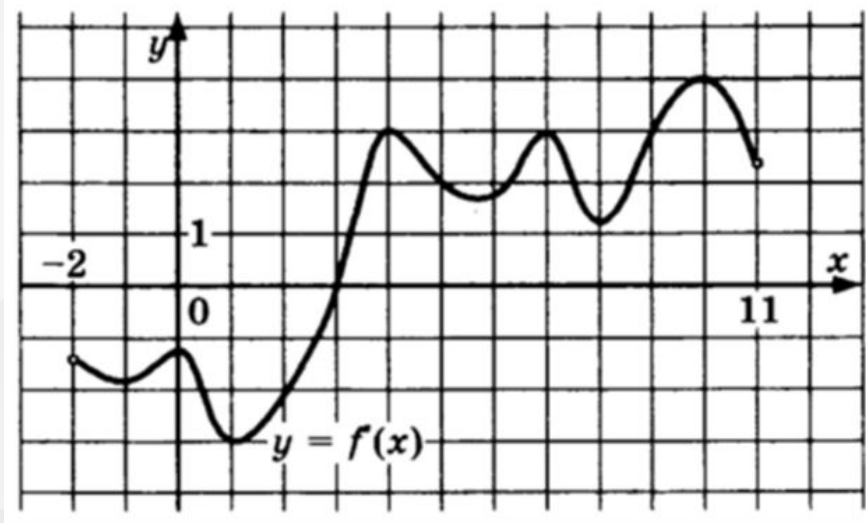
Чем быстрее функция падает, тем меньше значение производной.

На участках роста функции производная положительна (Выделено синим).

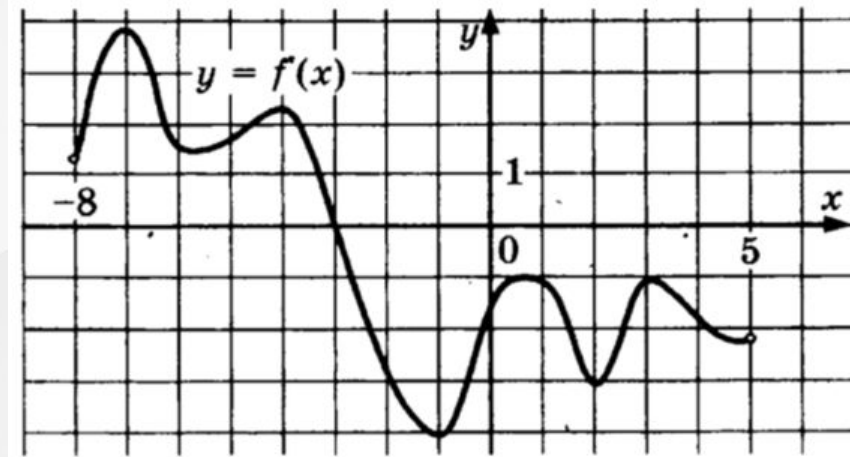
На участках падения функции производная отрицательна (Выделено оранжевым).

Точки максимума и минимума функции называются точками экстремума в них производная равна нулю.

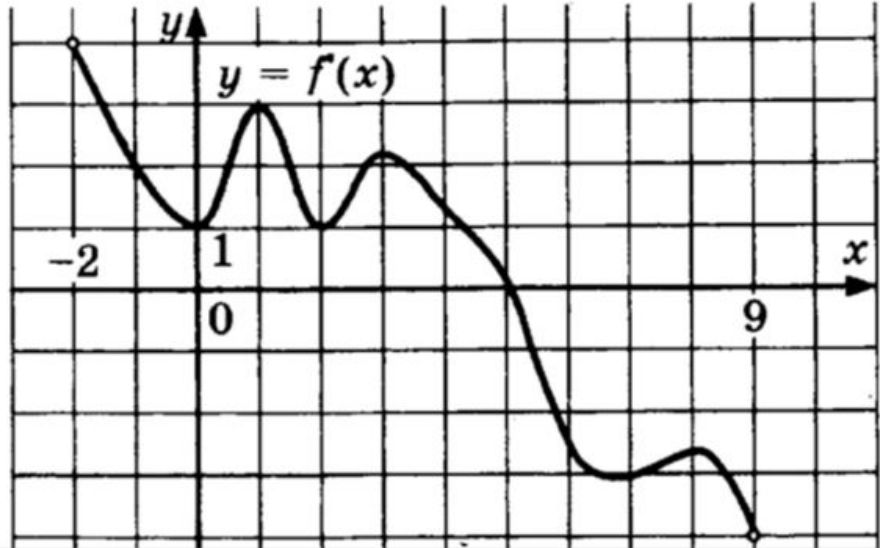
На рисунке изображен график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;11)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[0;5]$.



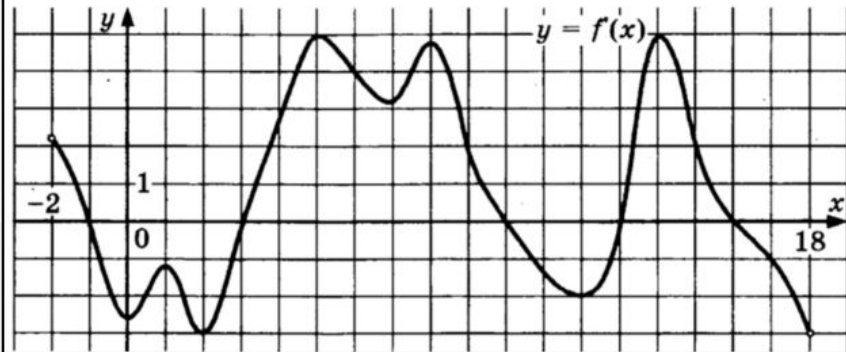
На рисунке изображен график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8;5)$. В какой точке отрезка $[-3;2]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



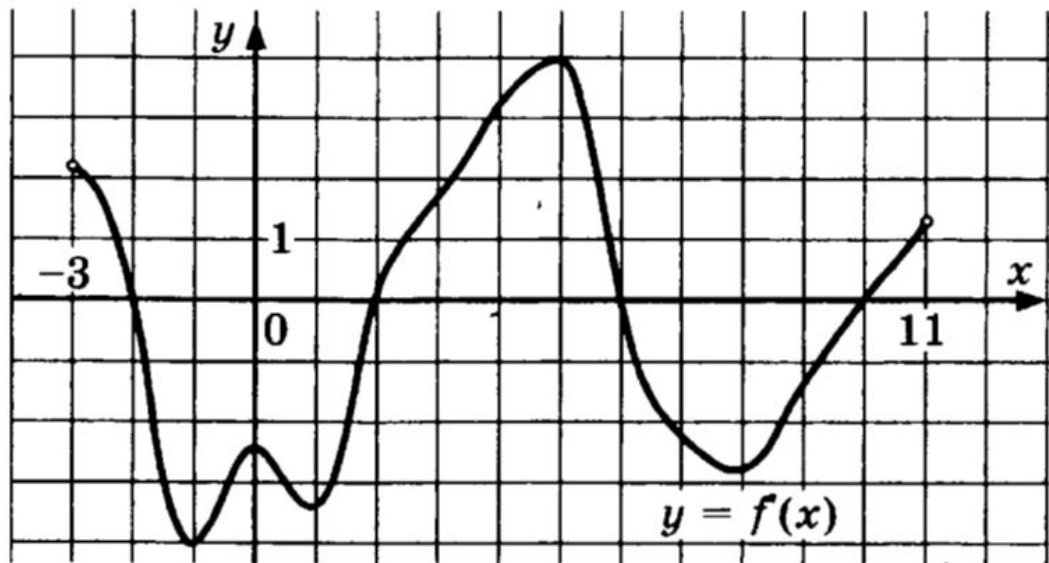
На рисунке изображен график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;9)$. В какой точке отрезка $[1;5]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



На рисунке изображен график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;18)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[0;15]$.

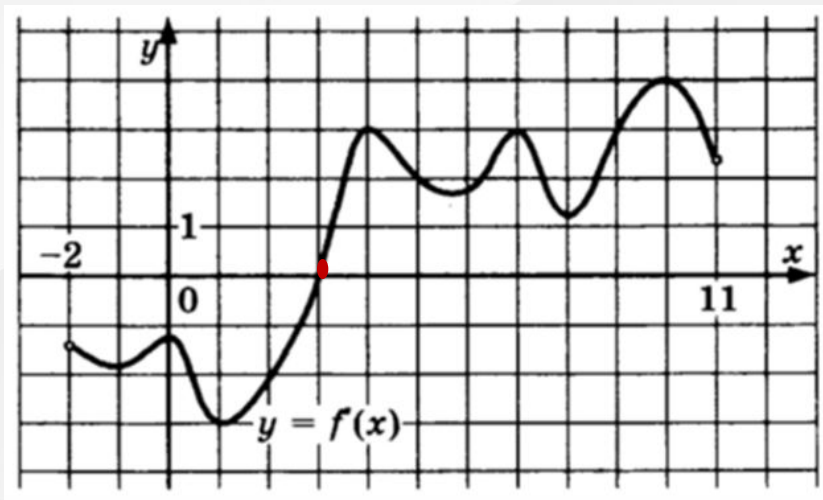


На рисунке изображен график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3;11)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



На рисунке изображен график

$y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;11)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[0;5]$.



На рисунке изображен график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;9)$. В какой точке отрезка $[1;5]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?

