

Рациональные неравенства

ЧАСТЬ 2

1.2 Учет кратности корня

В этом пункте определять знак функции рекомендуется, используя *свойство кратности корня*: если корень имеет нечетную кратность (один, три и т. д.), то при переходе через эту точку знак функции меняется; если корень имеет четную кратность (два, четыре и т. д.), то при переходе через эту точку знак функции не меняется.

$$1.32. \quad \frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 10x + 25} \geq 0.$$

Ответ $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup [3; 5) \cup (5; +\infty).$

1.34. $(x + 7)(2x - 5)^3(6 - x)^5(3x + 10)^4 \geq 0.$

Ответ $(-\infty; -7] \cup \left\{-\frac{10}{3}\right\} \cup \left[\frac{5}{2}; 6\right].$

1.38. $(x + 1)(3 - x)(x - 2)^2 > 0.$

Ответ $(-1; 2) \cup (2; 3).$

1.33. $(x + 1)(5 - x)(x - 3)^2 \leq 0.$

1.35. $\frac{x(x + 1)^2(x + 2)^3(x + 3)^4}{(x - 1)^2(x - 2)^3(x - 3)^4} \leq 0.$

1.36. $\frac{x^2(x - 1)(x + 3)^3}{x^2 + 4x + 3} \geq 0.$

1.37. $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)^2 \geq 1.$

Ответ $\left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; -1\right) \cup (-1; 0) \cup \left(0; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right].$

1.38. $(x+1)(3-x)(x-2)^2 > 0.$

Ответ $(-1; 2) \cup (2; 3).$

1.39. (МГУ, физический, март 1996, 2(8))

$$\frac{2x-7}{x-3} > \frac{9}{5-x}.$$

Ответ $(-\infty; 2) \cup (2; 3) \cup (5; +\infty).$

1.44. $(1+x)(1-3x)(4-x^2)^3(5+2x)(1-x)^2 \geq 0$.

Ответ: $\left[-\frac{5}{2}; -2\right] \cup \left[-1; \frac{1}{3}\right] \cup \{1\} \cup [2; +\infty)$.

1.45. $\frac{x^2(x-1)^2(x-2)}{x^2-1} \leq 0$.

1.46. (МГУ, психологический, 1990, 3(5))

$$\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{8} - \frac{15}{88 - 32x}\right)^2 \leq 1.$$

Ответ: $[-1; 2] \cup [3; 4]$.

1.49. (Черноморский ф-л МГУ, май 2001, 1(9))

Определите все целые значения x , для которых дробь

$$\frac{x^2(x^2-35)(x^2-10)}{(x^2-64)(x^2-100)}$$
 является неположительной.

Ответ: $0; \pm 4; \pm 5; \pm 9$.