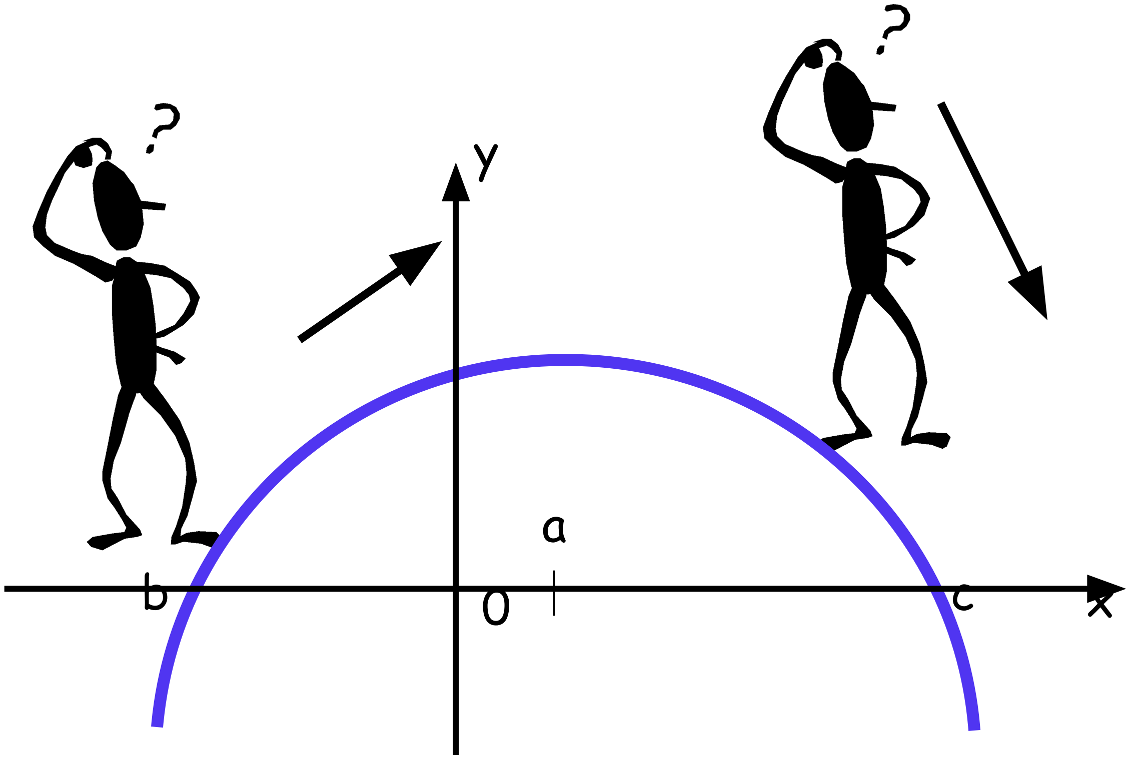
# Нахождение промежутков монотонности (промежутков возрастания и убывания)

# Возрастание и убывание функции

Иду в гору. Функция **возрастает** на промежутке[b;a]

Иду под гору. Функция **убывает** на промежутке[a;c]



# *Чтобы найти промежутки монотонности функции f(x), надо:*

1. Найти $f'(x)$.
2. Найти нули *и точки разрыва* $f'(x)$.
3. Определить, где $f'(x)>0$. Это промежутки возрастания $f(x)$.
4. Определить, где $f'(x)<0$. Это промежутки убывания $f(x)$.

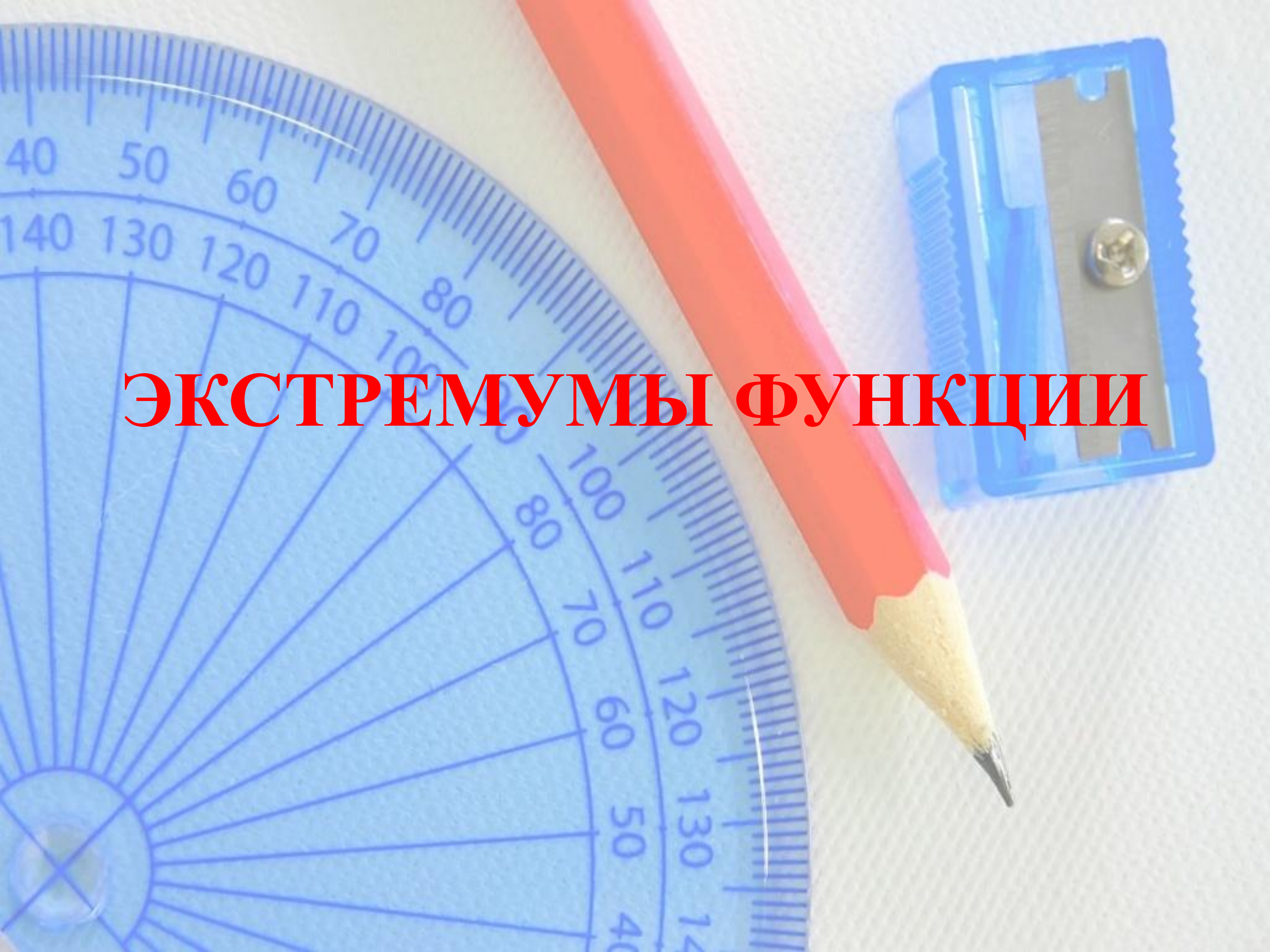
*Промежутки монотонности записываются в квадратных скобках, если концы их входят в область определения функции.*

# Задание 1:

Найти промежутки монотонности функции

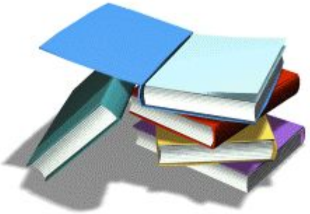
$$y = \frac{9x^2 - 1}{x}$$

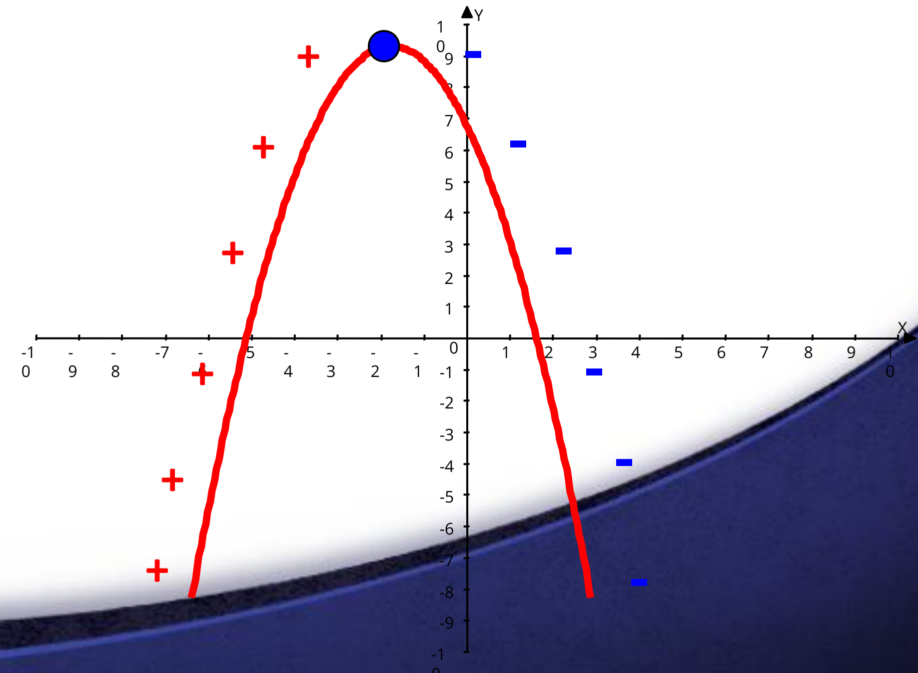
# ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИИ



# Признак максимума функции

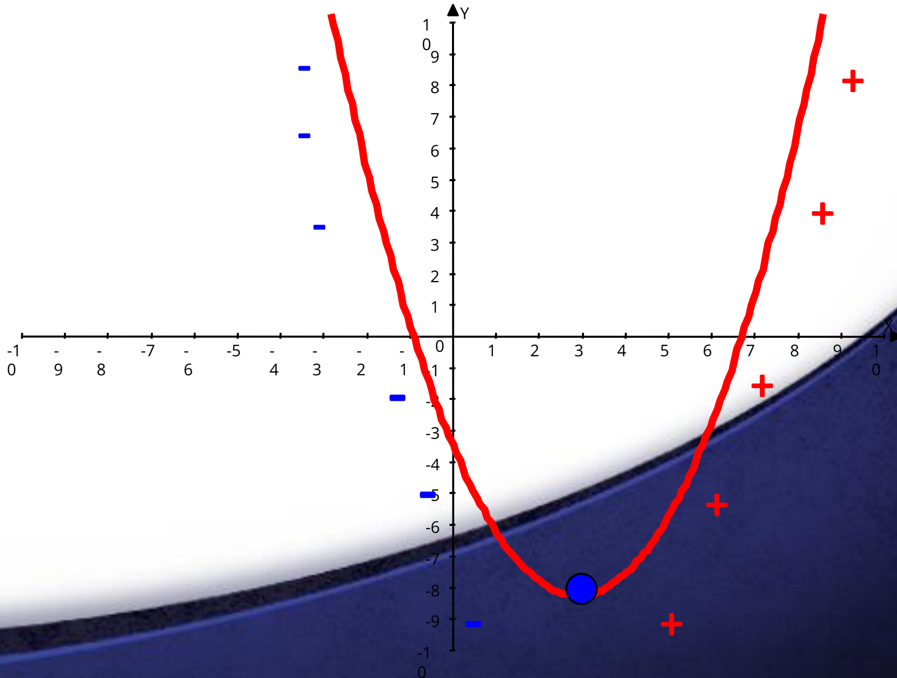
- **Если функция f непрерывна в точке $x_0$, а $f'(x) > 0$ на интервале $(a; x_0)$, и $f'(x) < 0$ на интервале $(x_0; b)$, то точка $x_0$ является точкой максимума функции f.**
- **Если в точке $x_0$ производная меняет знак с плюса на минус, то точка $x_0$ максимума.**





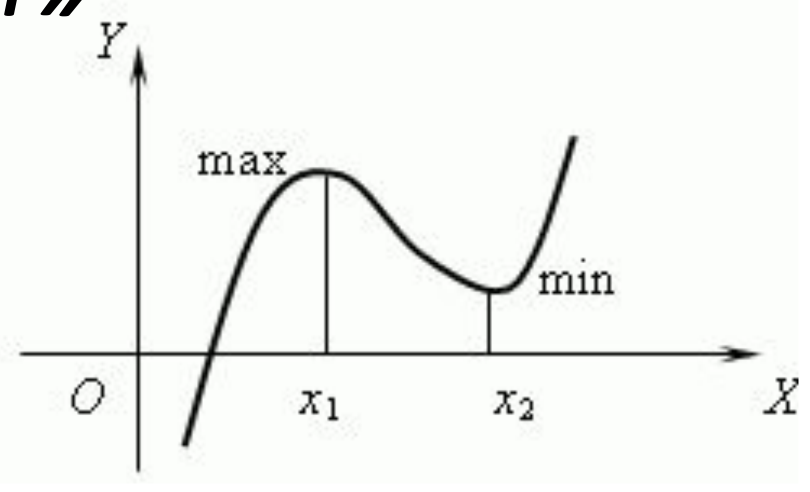
# Признак минимума функции

- Если функция f непрерывна в точке $x_0$, f \`(x) < 0 на интервале (a; $x_0$) и f \`(x) > 0 на интервале ($x_0$; b), то точка $x_0$ является точкой минимума функции f.
- Если в точке $x_0$ производная меняет знак с минуса на плюс, то $x_0$ есть точка минимума.

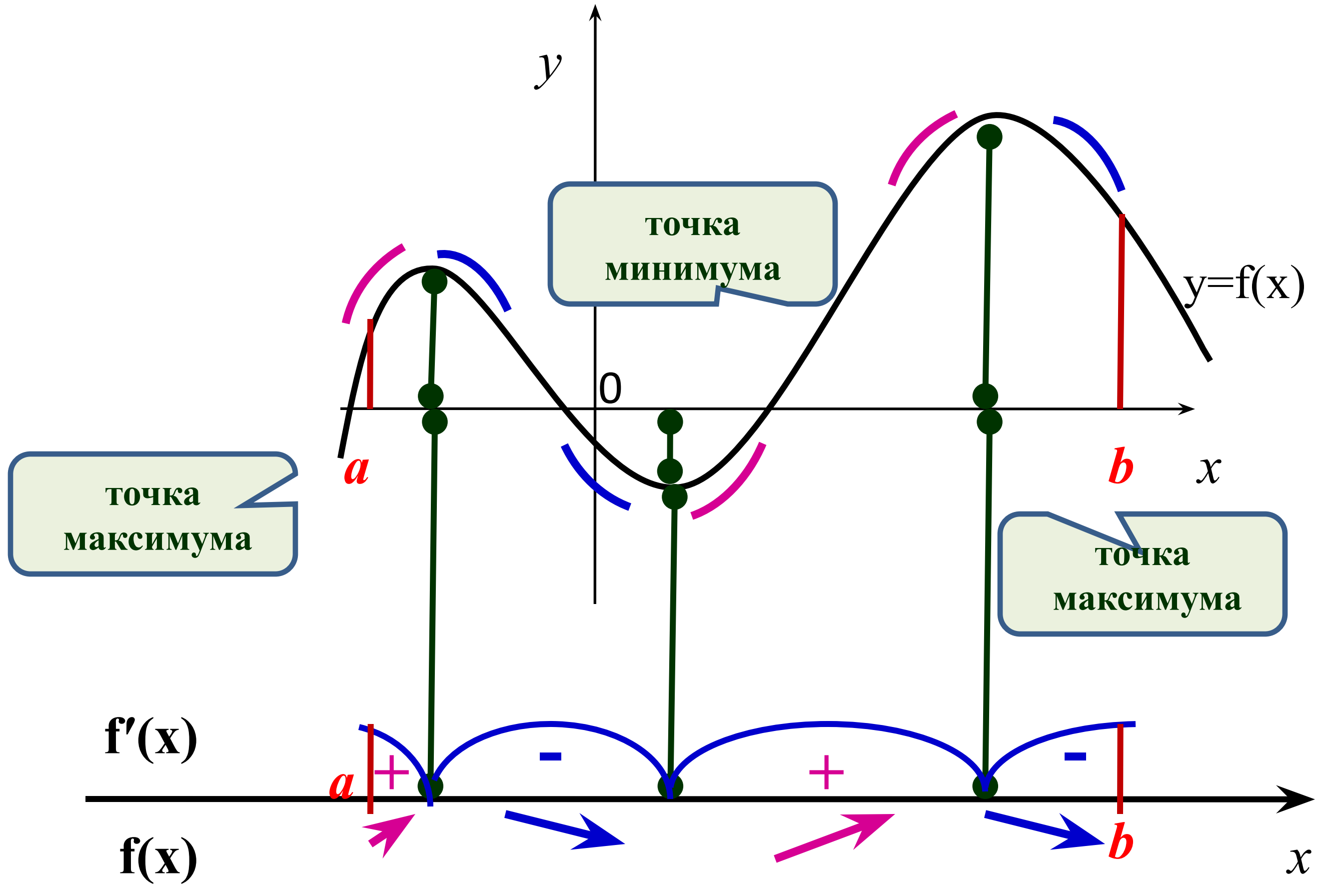


**Точки минимума и точки максимума называются ТОЧКАМИ ЭКСТРЕМУМА**

**В этих точках производная меняет знак с «+»на «-» или с «-» на «+»**



# Графическая интерпретация



**Задание 2.** Найдите точку максимума функции

$$f(x)=9-4x+4x^2-x^3$$

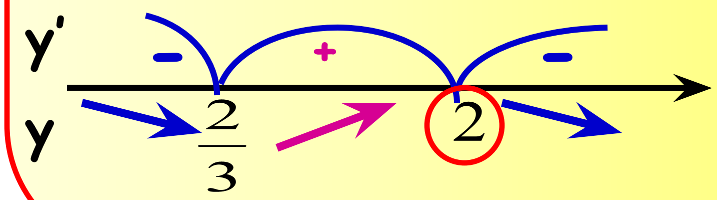
**Проверь себя: D(y)=(-∞;+∞)**

$$f'(x)=-4+8x-3x^2$$

$$-4+8x-3x^2=0$$

$$D=16$$

$$x_1=\frac{2}{3},\ x_2=2$$




**Ответ:** *2*

# Производная

# и графики функций

# Общая схема исследования функций

1) находят область определения функции;

2) определяют точки разрывов функции и их характер;

3) находят корни функции;

4) определяют четность или нечетность функции;

5) проверяют функцию на периодичность;

6) вычисляют производную функции, находят ее критические точки, находят интервалы монотонности и экстремумы;

7) вычисляют вторую производную функции и по ней определяют интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба;

8) находят асимптоты функции;

9) по полученным данным строят качественный график исследуемой функции.

Исследовать функцию и построить её график:

$$y=x^3-6x^2+9x+1$$

# 1. Найти производную функции

$y=x^3-6x^2+9x+1$

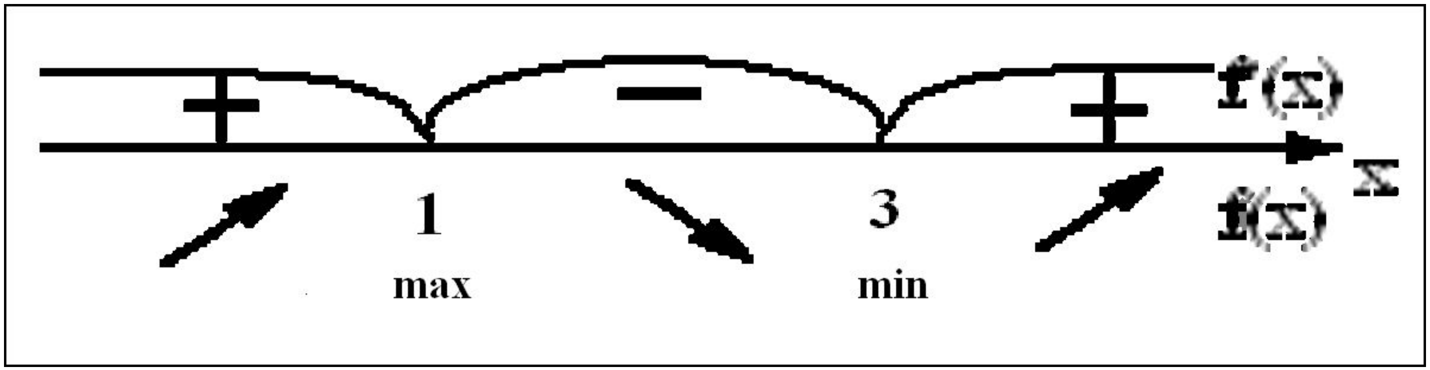
$$Y'=3x^2-12x+9$$

# 2. Найти критические точки

$x_1=3$

$X_2=1$

# 3. Исследовать знак производной



# 4. Найти экстремальные значения функции

$y=x^3-6x^2+9x+1$

$$y_{max}(1)=5$$

$$y_{min}(3)=1$$

# 5. Найти вторую производную

$y=x^3-6x^2+9x+1$

$Y''=6x-12$

6. Найти точки в которых вторая производная равна нулю или не существует

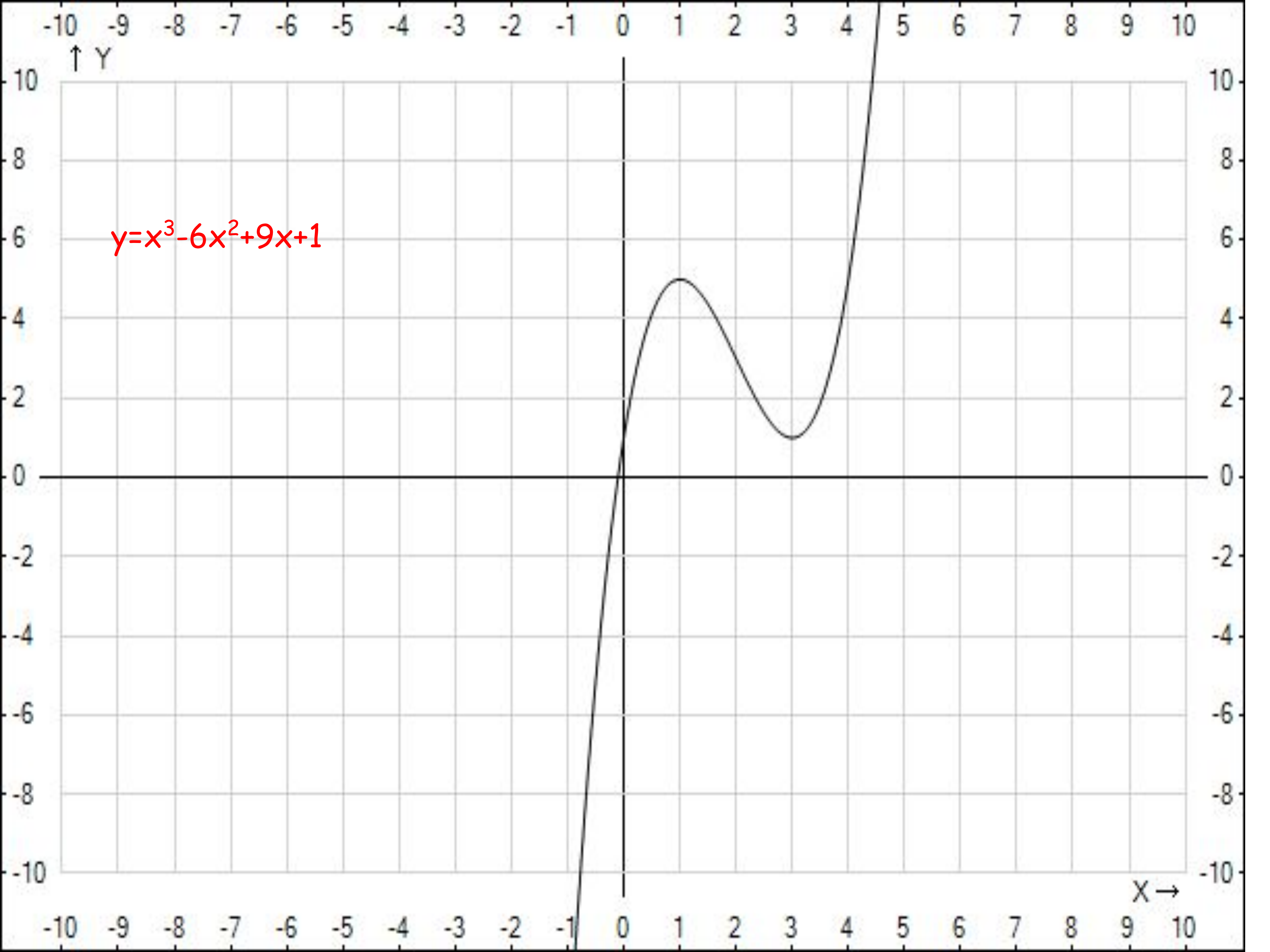
$X_1=2$

# 7. Исследовать знак второй производной

$X=2$ – точка перегиба

# 8. Найти значение функции в точке перегиба

$y(2)=3$



y=x3-6x2+9x+1
↑ Y
X →

# Задание 3: Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = 3x^2 - x^3$$