Геометрия 10 класс

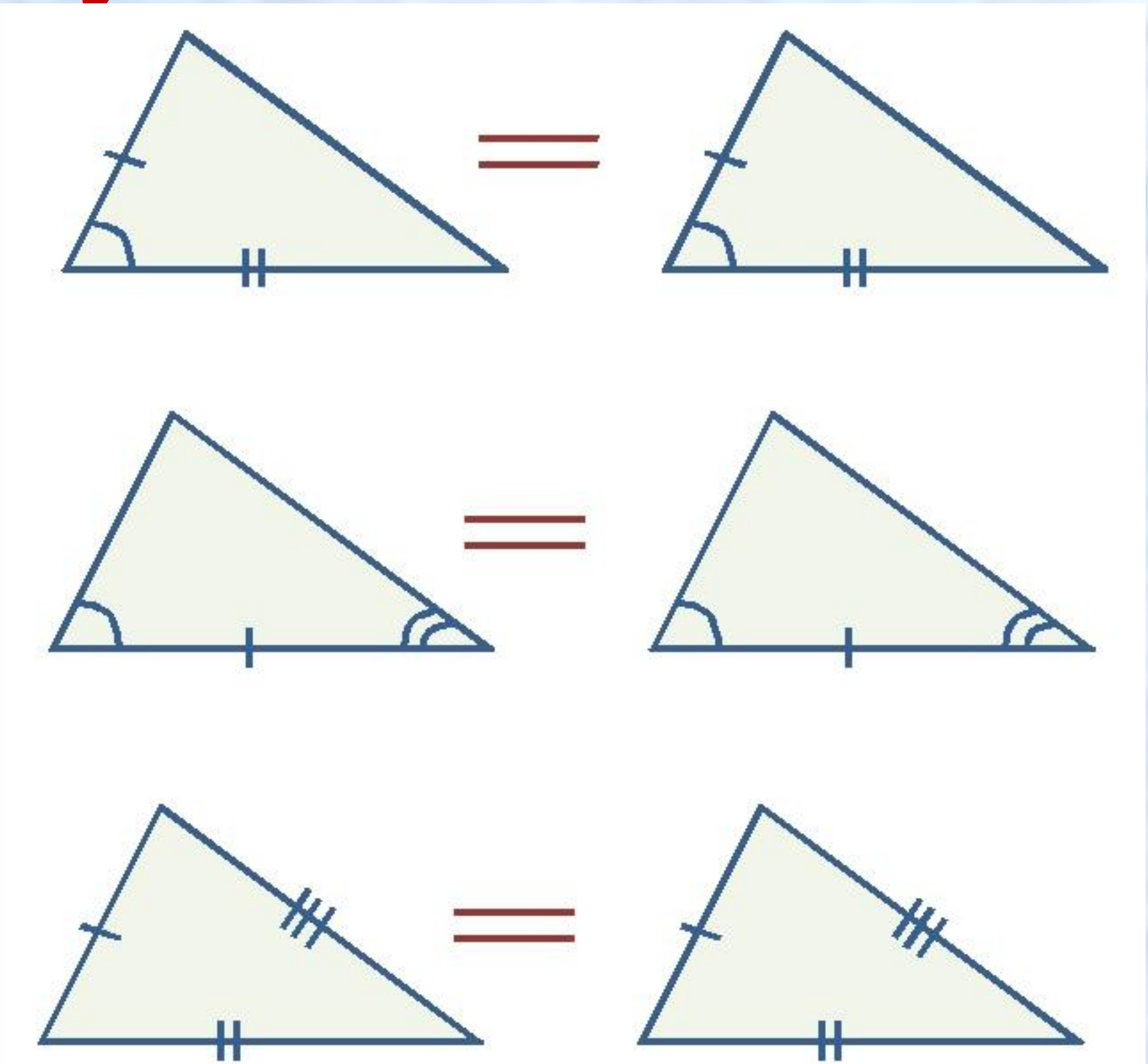
Повторение программы

7 – 9 класс

Треугольники

1. Виды треугольников

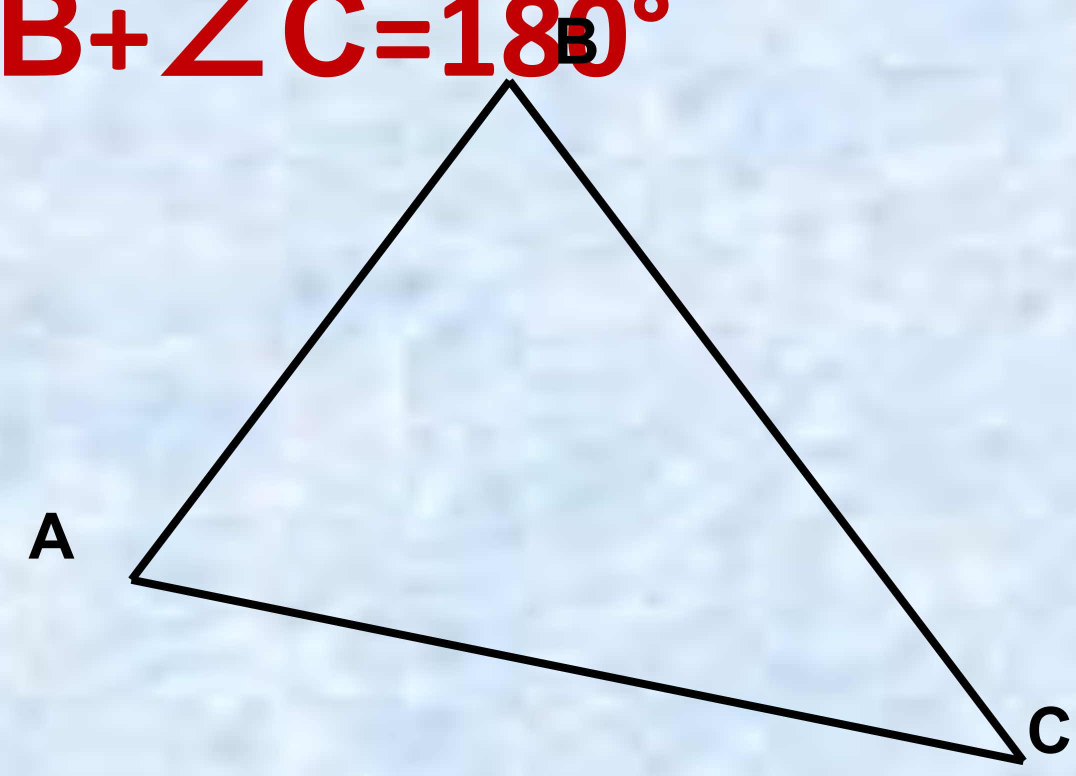
2. Признаки равенства треугольников



3. Соотношения между сторонами у углами треугольника

Сумма углов треугольника

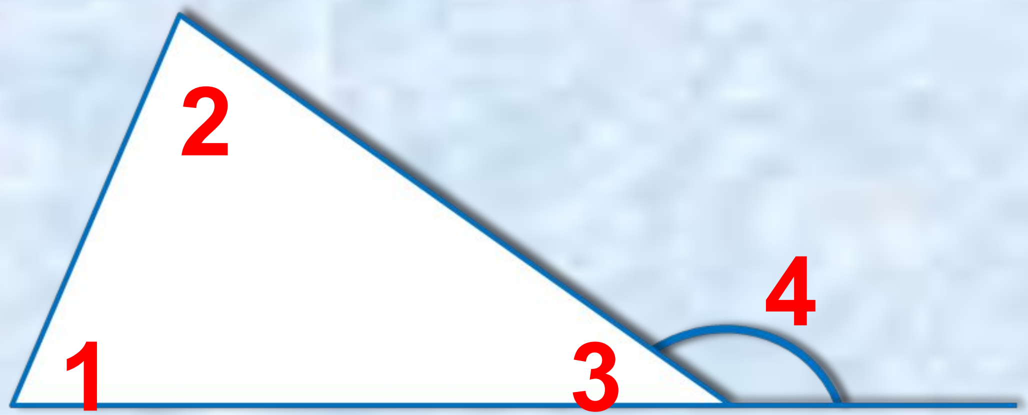
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$



Какой угол называют внешним углом треугольника?

- Каким свойством обладает внешний угол треугольника?

$$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$$



Может ли в треугольнике АСМ угол С быть тупым или прямым, если

$$AC > CM > AM$$

В треугольнике:

1) против большей стороны лежит большего угол;

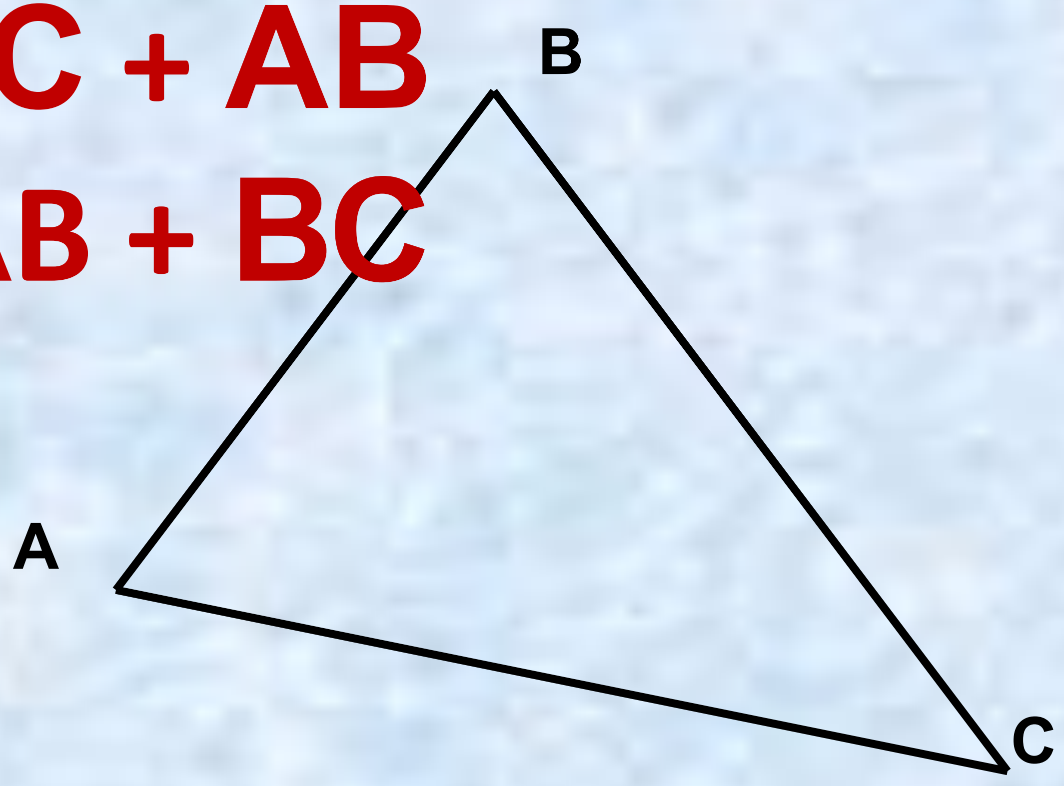
2) обратно, против большего угла лежит большая сторона

Неравенство треугольника

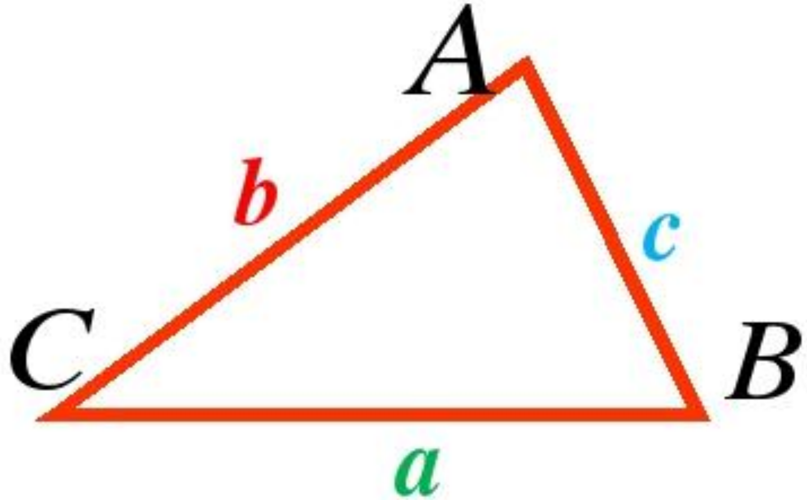
AB < AC + BC

BC < AC + AB

AC < AB + BC



Теорема косинусов



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

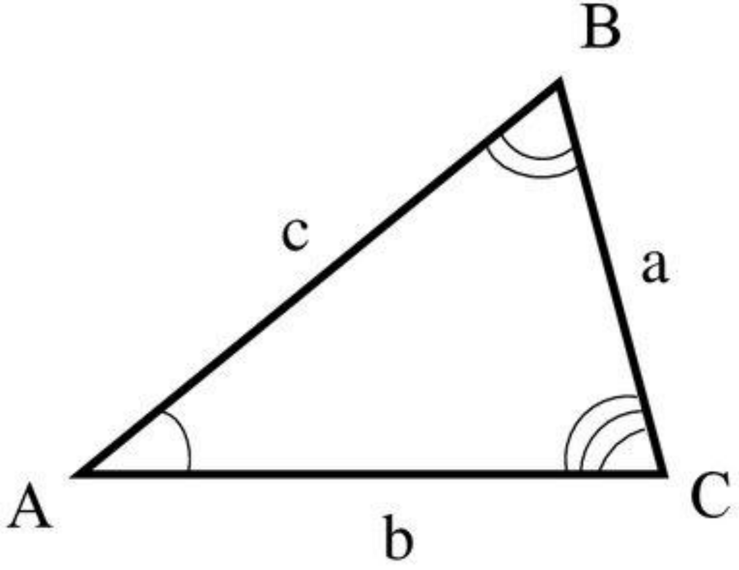
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

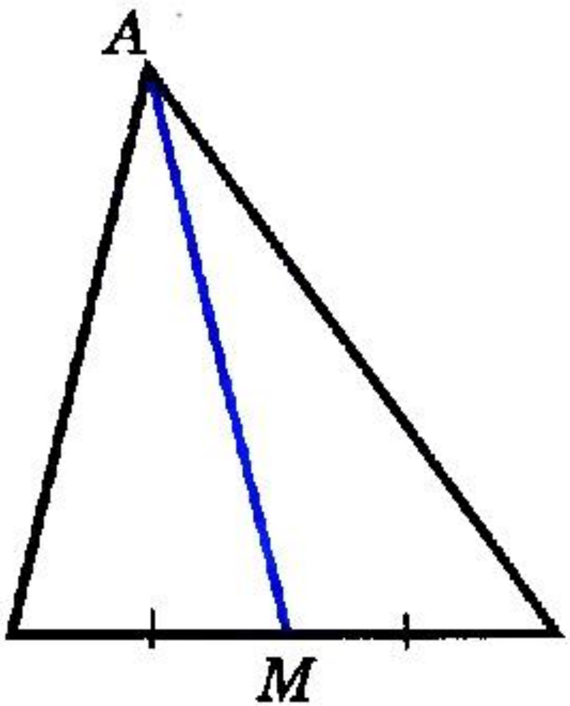
Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов

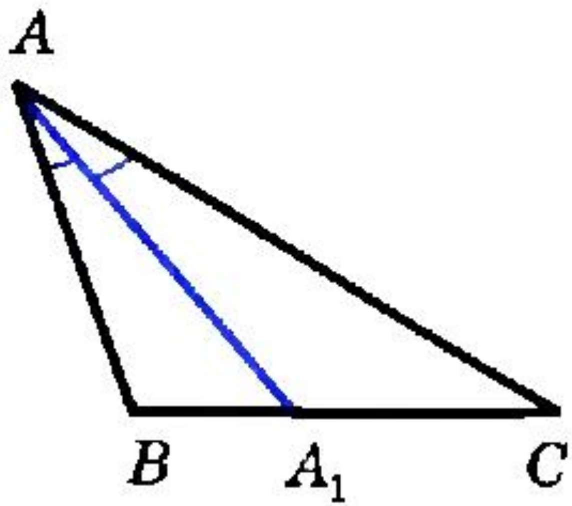
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



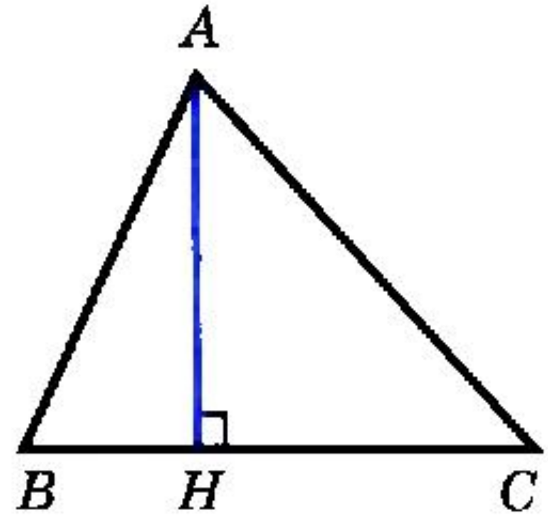
Медиана , биссектриса, высота треугольника



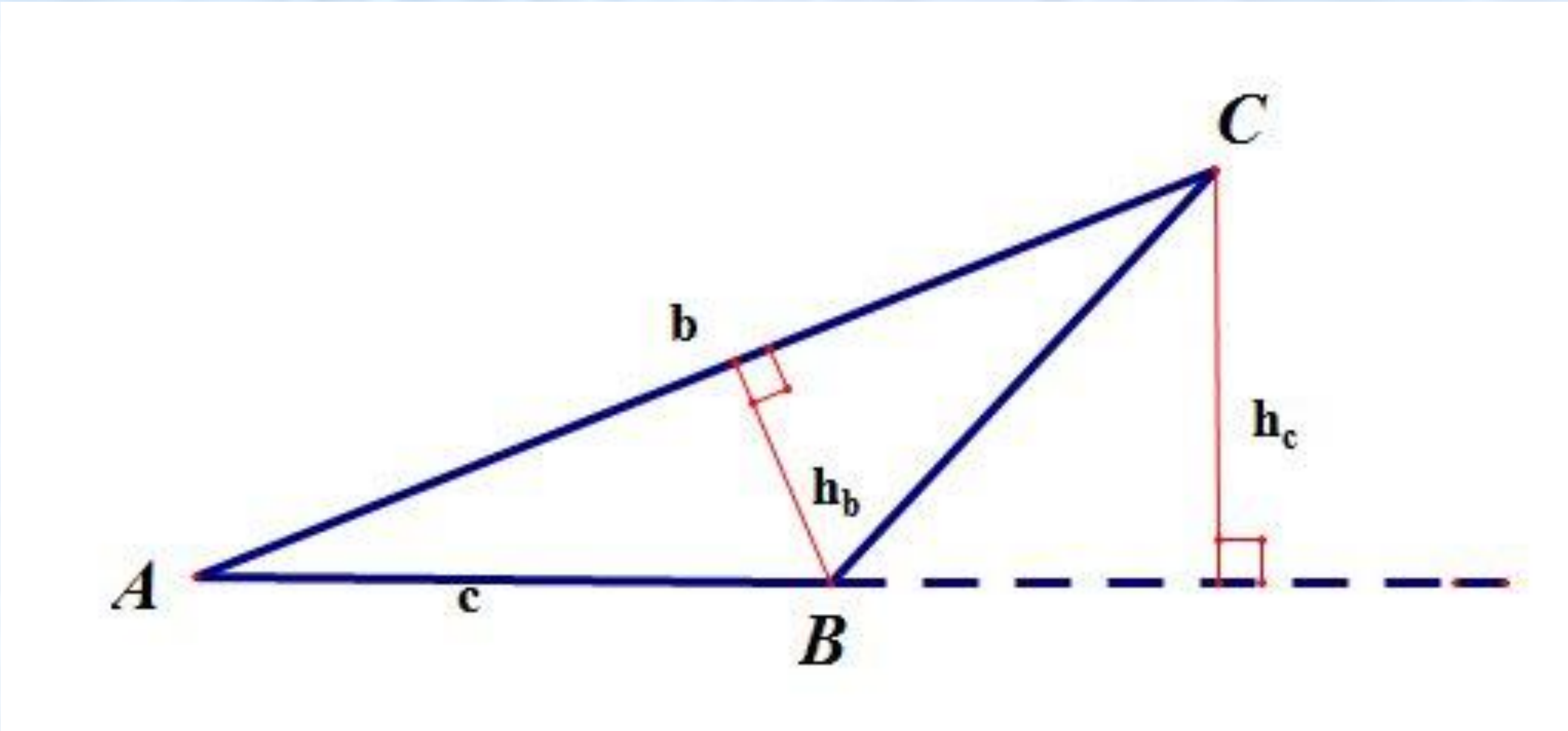
AM – медиана треугольника



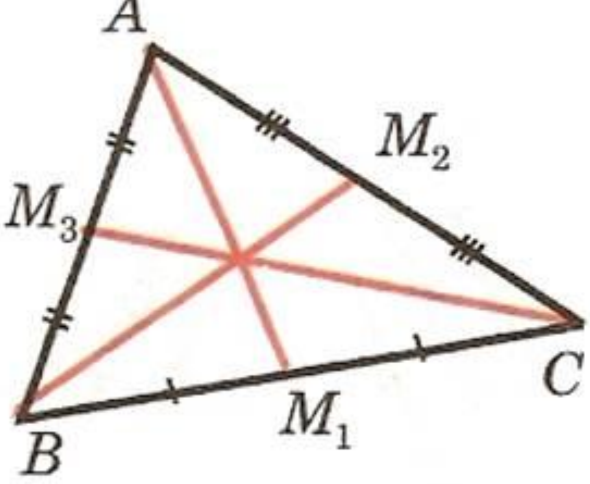
AA_1 – биссектриса треугольника ABC

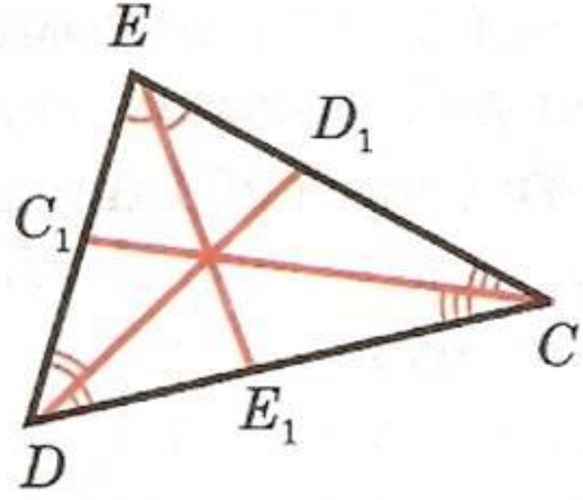


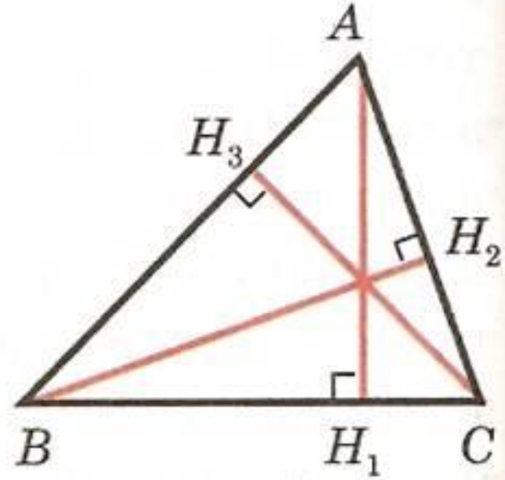
AH – высота треугольника ABC



C
b
h_c
h_b
A
c
B



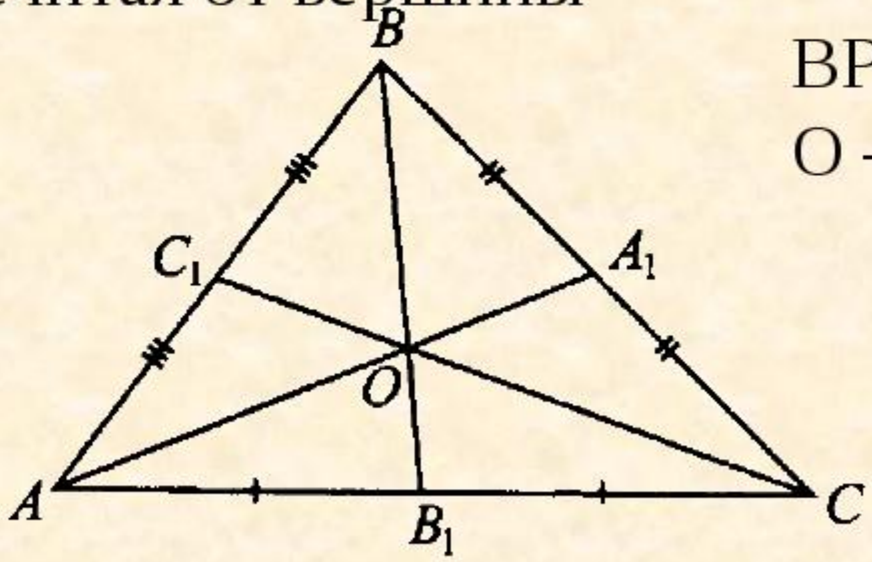




В любом треугольнике медианы, биссектрисы, высоты или продолжения высот пересекаются в одной точке.

Точка пересечения медиан треугольника

Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины



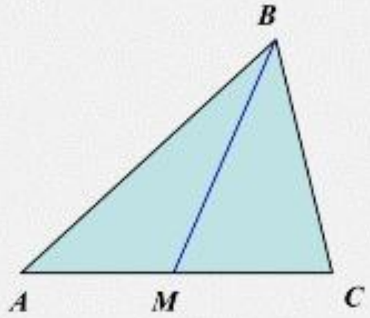
BP, CK, AM – медианы ΔABC

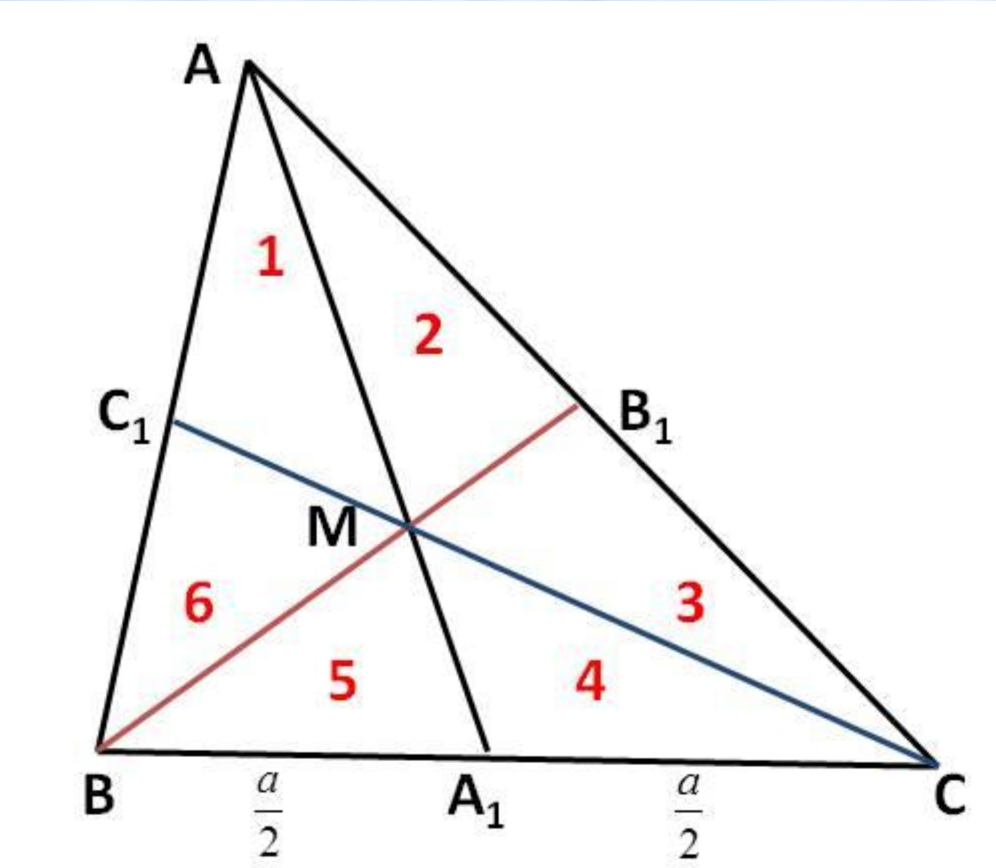
O – точка пересечения медиан

$$\frac{CO}{C_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{AO}{A_1O} = \frac{2}{1}$$

Свойства медианы треугольника

Свойство1: Медиана треугольника делит его на две равновеликие части.





4. Три медианы рассекают треугольник на 6 равновеликих частей

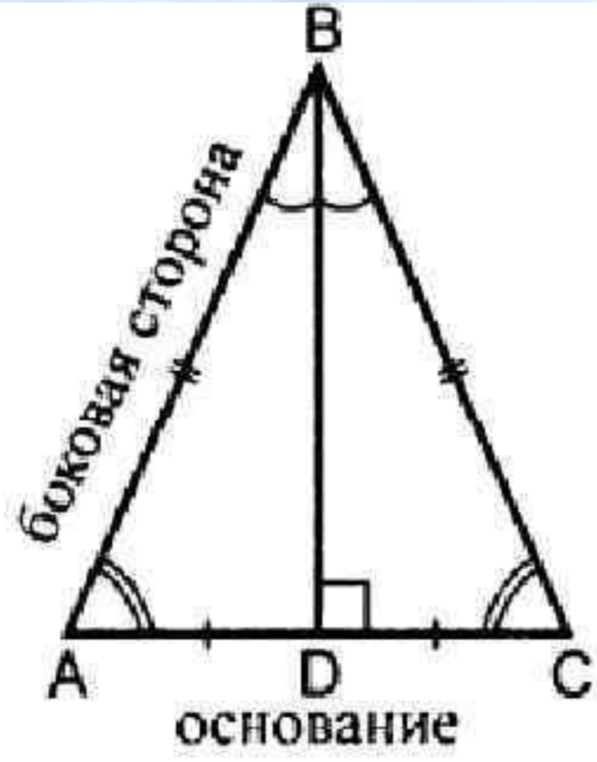
$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

Свойства равнобедренного треугольника

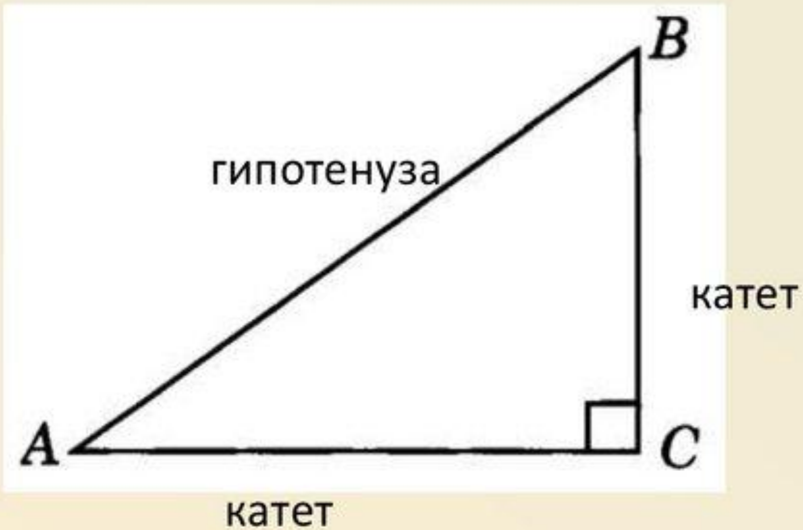
1. $AB = BC$

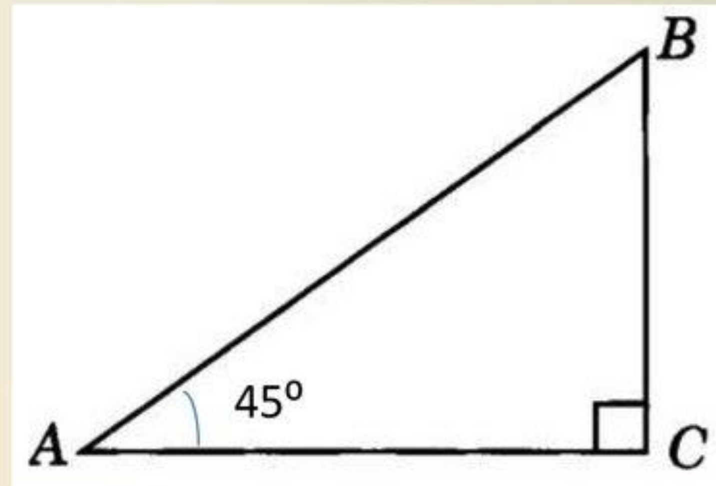
2. $\angle A = \angle C$

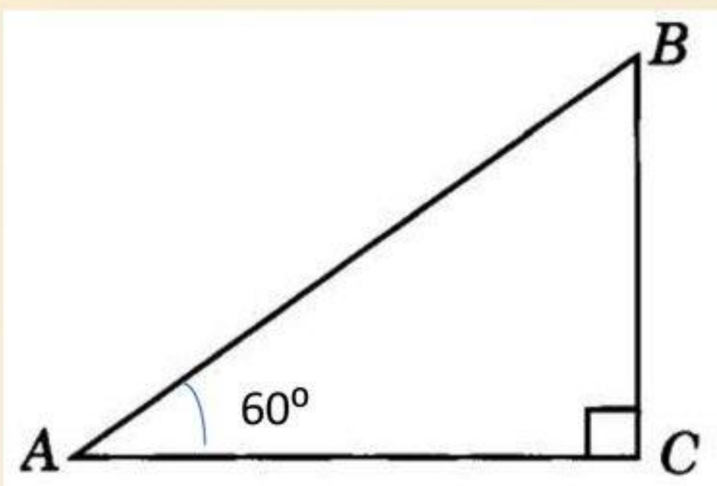
3. BD – медиана, высота, биссектриса

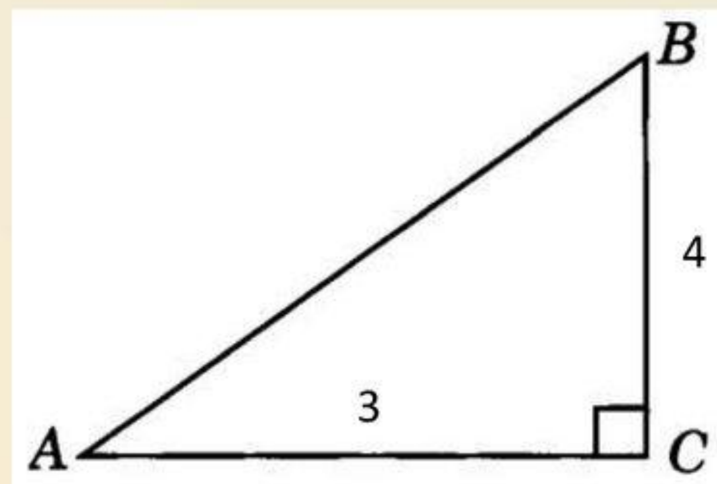


Свойства прямоугольного треугольника



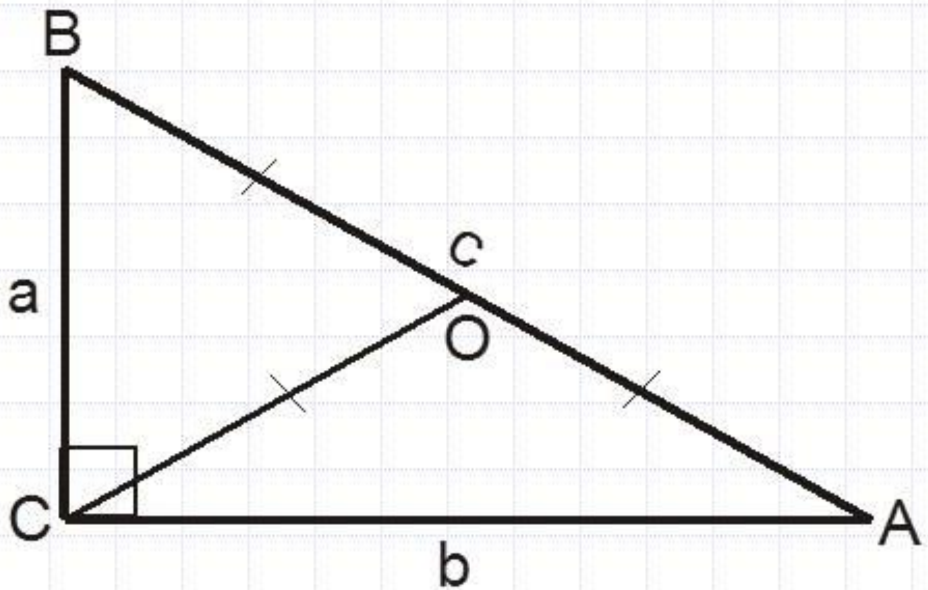






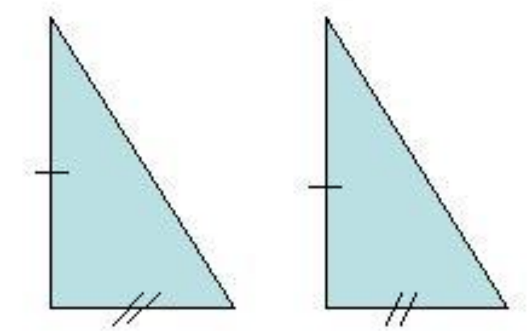
Свойства прямоугольного треугольника

- Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы.
- Только в прямоугольном треугольнике центр описанной окружности лежит на стороне треугольника (совпадает с серединой гипотенузы)

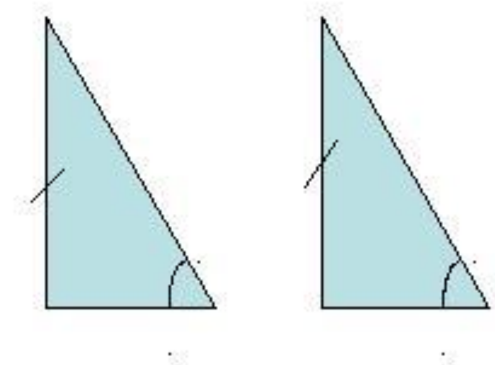


$$OA = OB = OC = R = \frac{1}{2}c$$

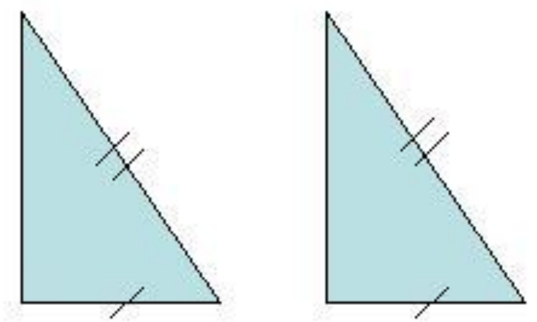
Признаки равенства прямоугольного треугольника



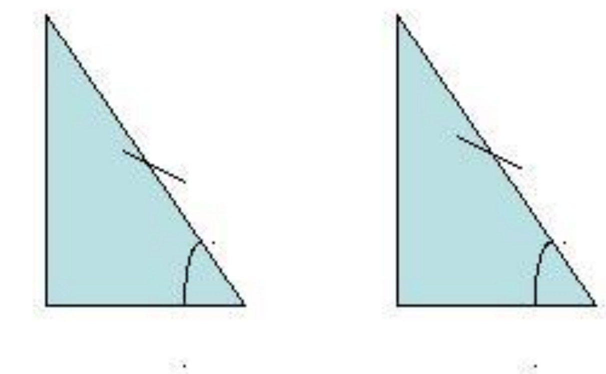
По двум катетам



По катету и острому углу

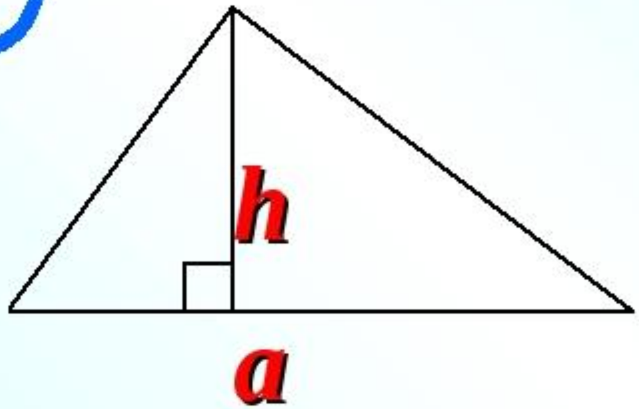


По гипотенузе и катету

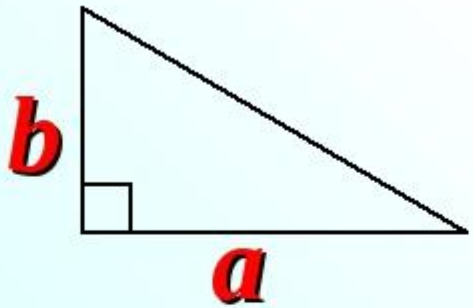


По гипотенузе и острому углу

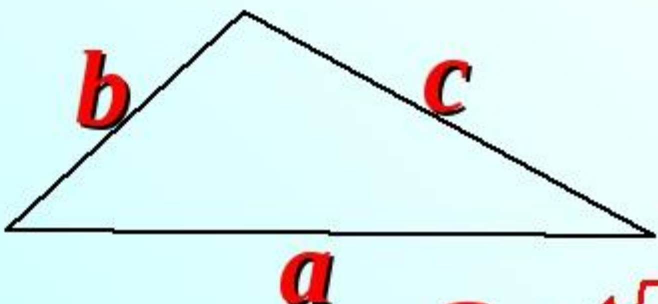
Формулы для вычисления площади треугольника



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$



$$S = \frac{1}{2} ab$$



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Формулы площади треугольника

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S = pr$$

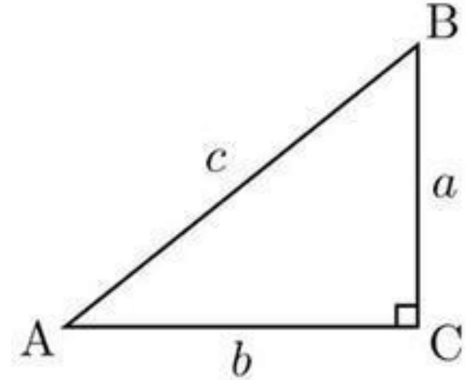
$$S = \frac{abc}{4R}$$

Площадь равностороннего треугольника

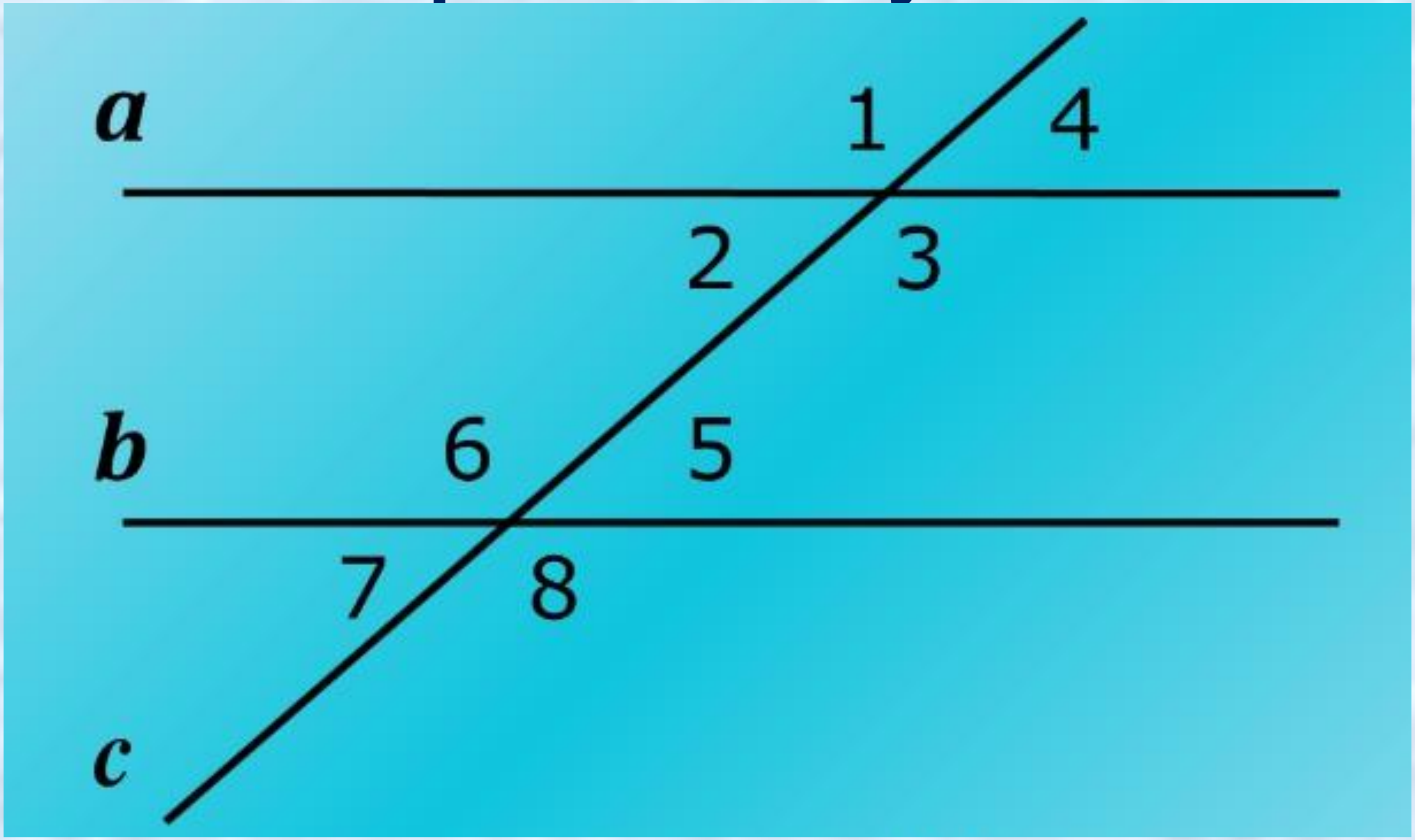
$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов

$$S = \frac{ab}{2}$$

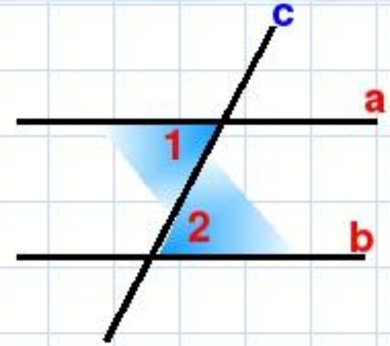


Параллельные прямые , свойства углов образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей

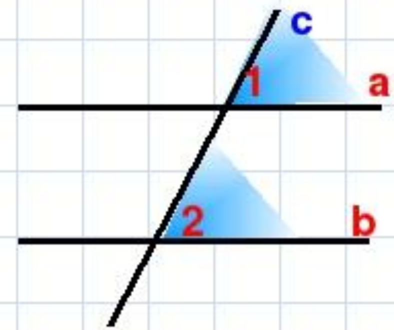


Признаки параллельности прямых

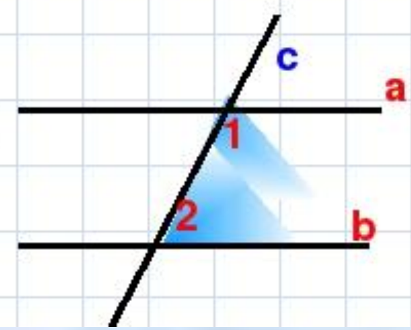
Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.



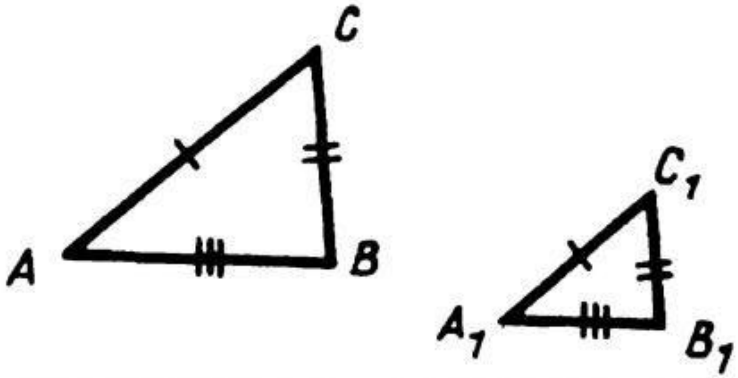
Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.



Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180^0, то прямые параллельны.

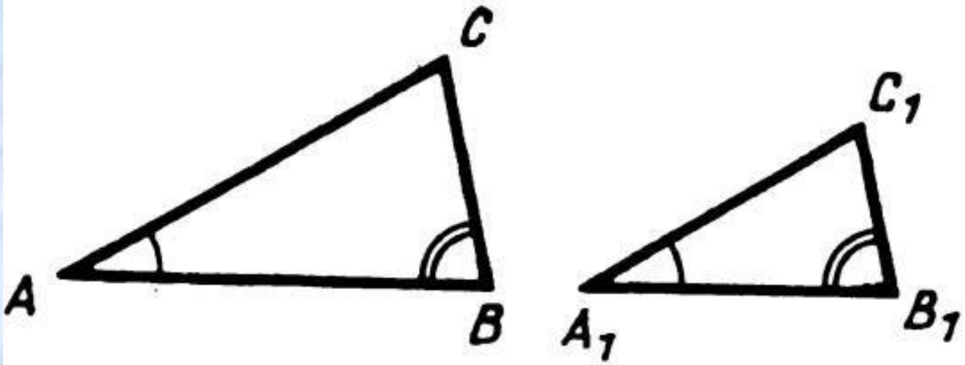


Признаки подобия треугольников



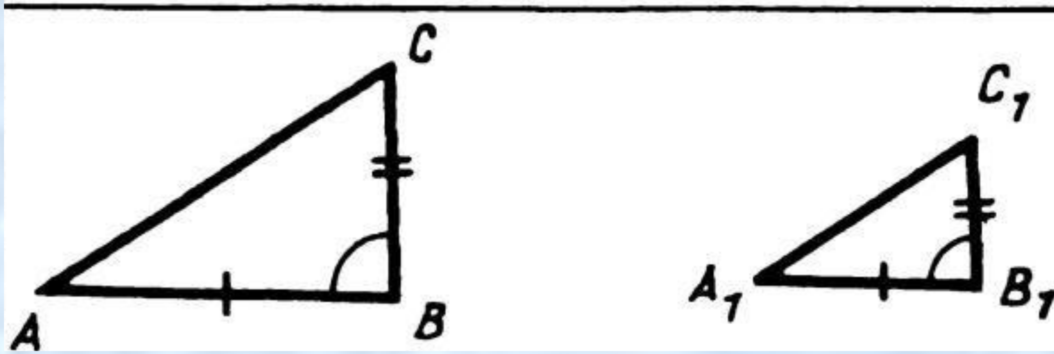
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$



$$\angle A = \angle A_1,\ \angle B = \angle B_1$$

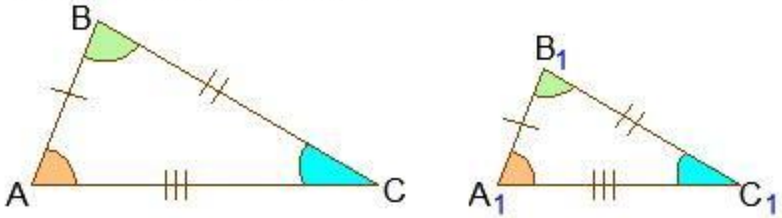
$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$



$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1},\ \angle B = \angle B_1$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$

Свойства подобных треугольников



1) Соответствующие углы подобных треугольников равны, то есть :

$\angle A = \angle A_1$ $\angle B = \angle B_1$ $\angle C = \angle C_1$

2) Отношение сторон подобных треугольников равно отношению любых соответствующих линейных элементов, то есть :

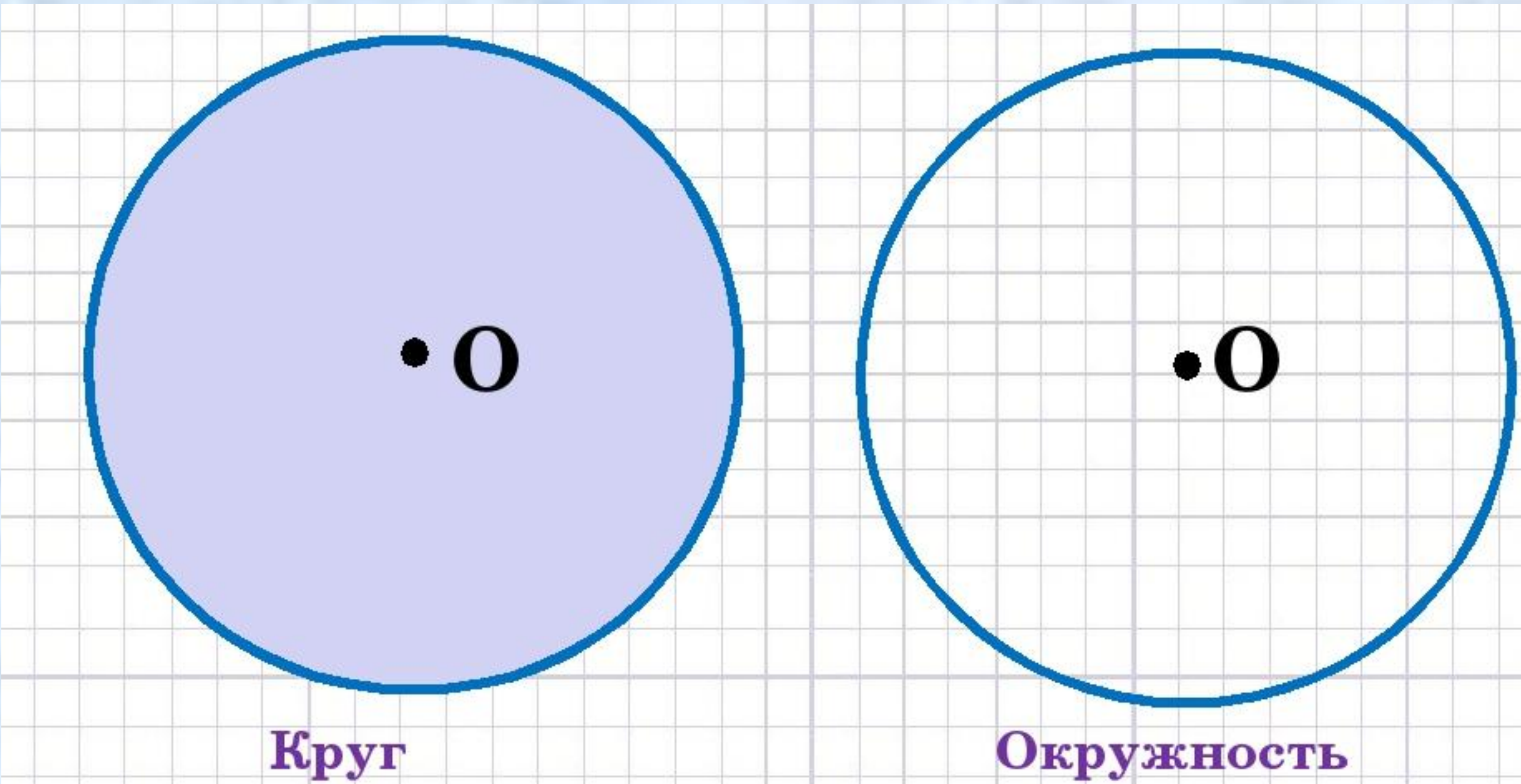
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k = \frac{m}{m_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{h}{h_1} = \frac{r}{r_1} = \frac{R}{R_1} = \frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}}$$

m и m_1 - медианы треугольников
b и b_1 - биссектрисы треугольников
h и h_1 - высоты треугольников
r и r_1 - радиусы впис. окружностей
R и R_1 - радиусы опис. окружностей
P_{ABC} и $P_{A_1B_1C_1}$ - периметры

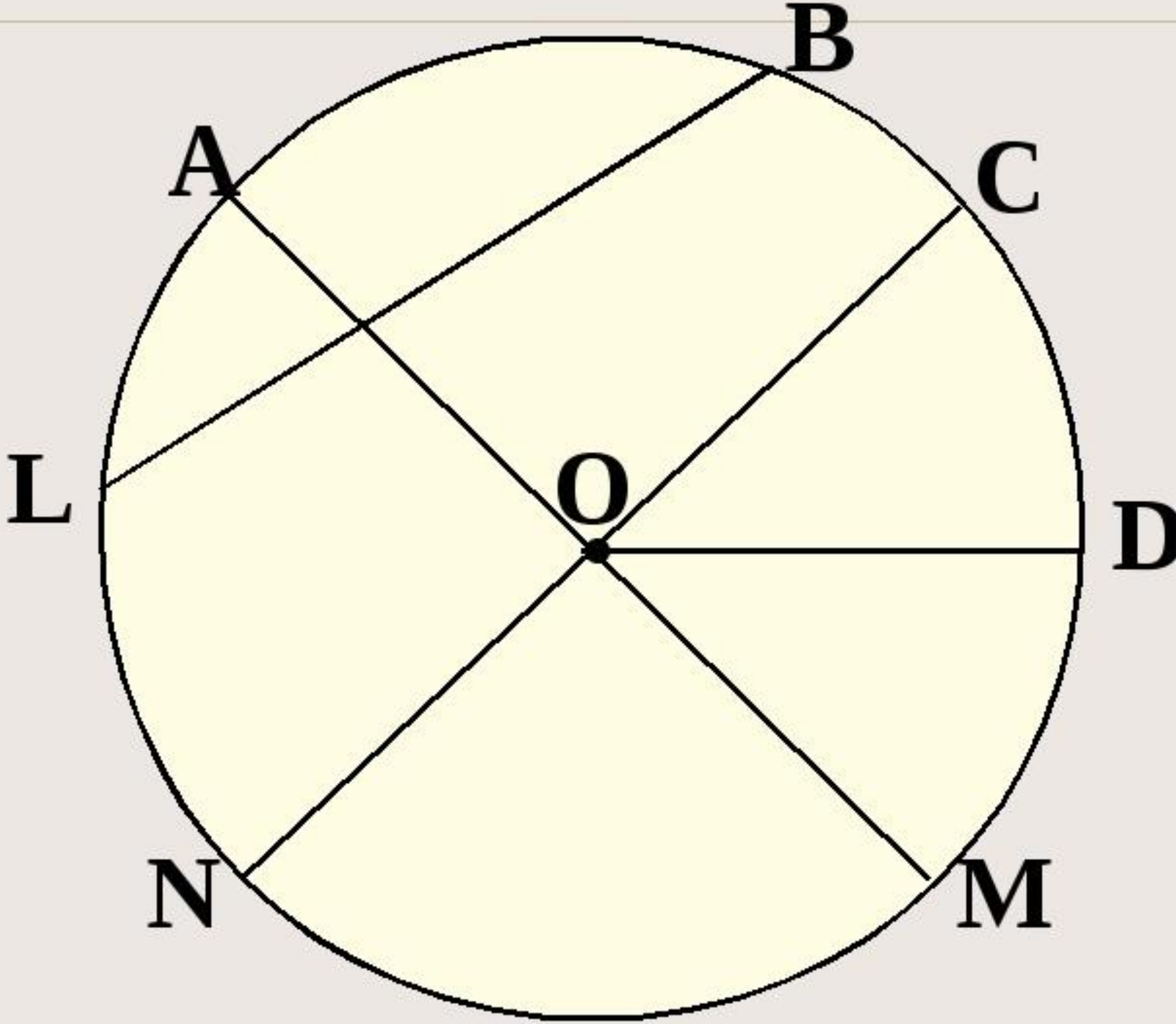
3) Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

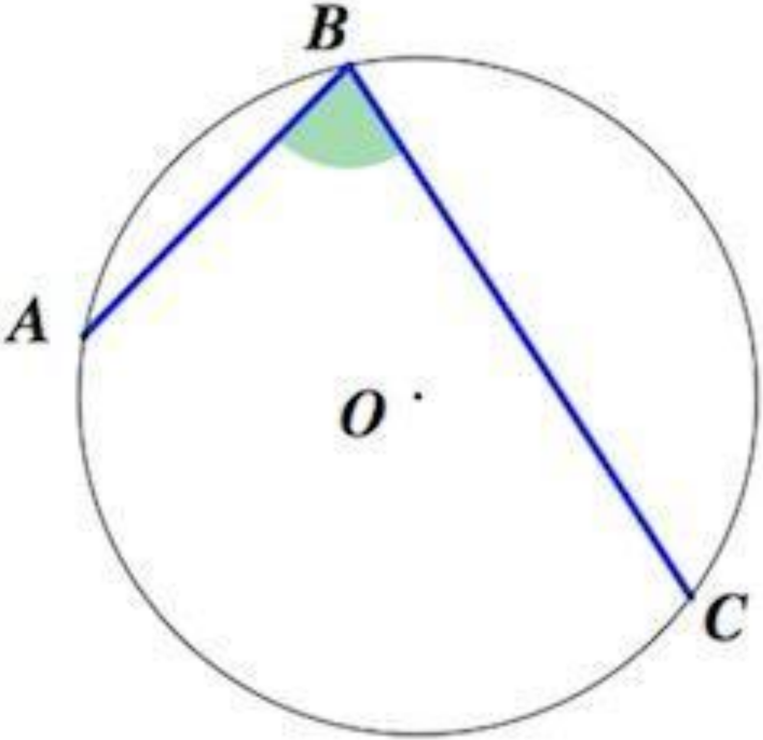
Окружность и круг



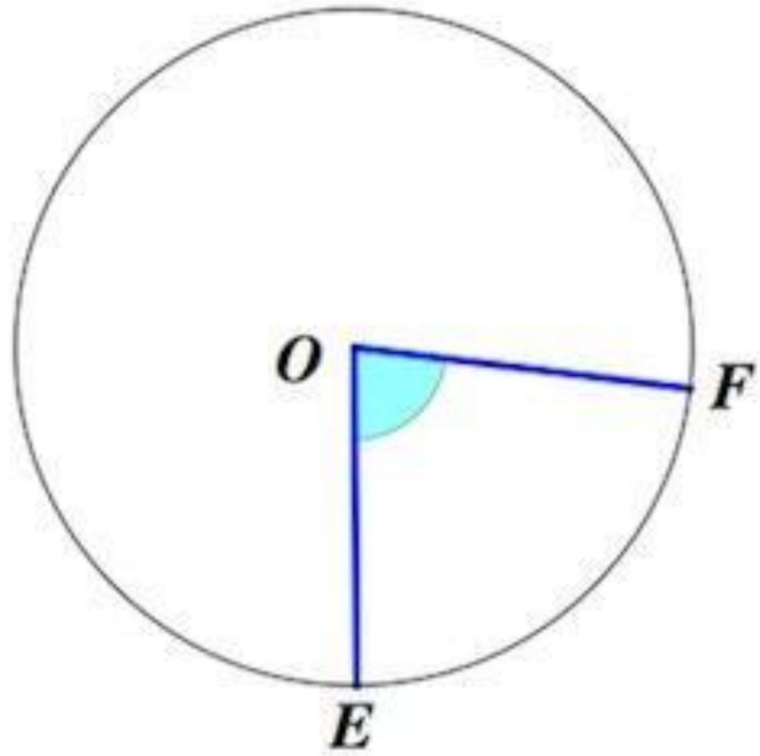
Круг – часть плоскости, ограниченная окружностью


B
A
C
L
O
D
N
M

Центральные и вписанные углы

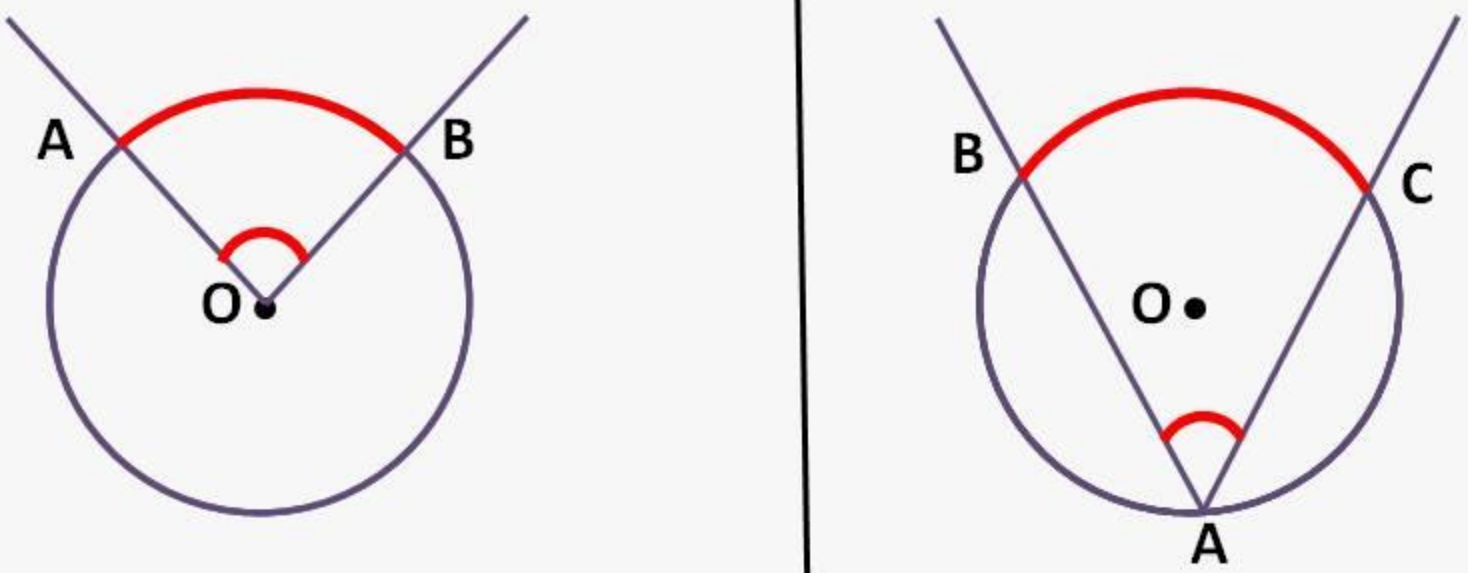


$\angle ABC$ - вписанный



$\angle EOF$ - центральный

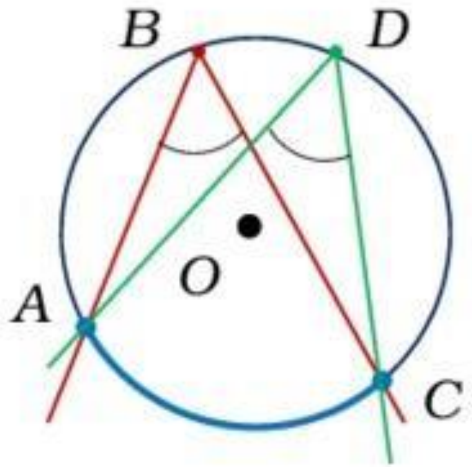
Свойства центральных и вписанных углов



$$\angle AOB = \cup AB$$

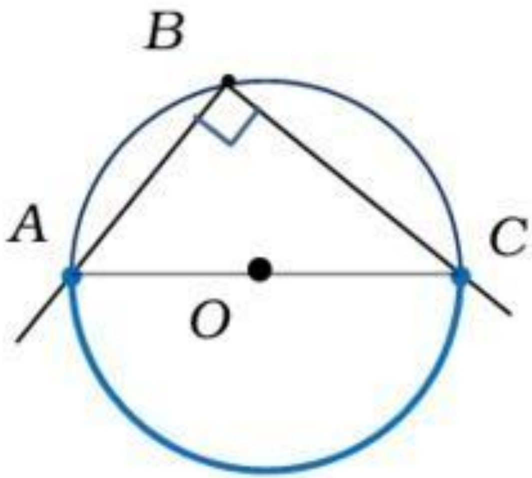
$$\angle BAC = \frac{1}{2} \cup BC$$

Свойства центральных и вписанных углов



Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

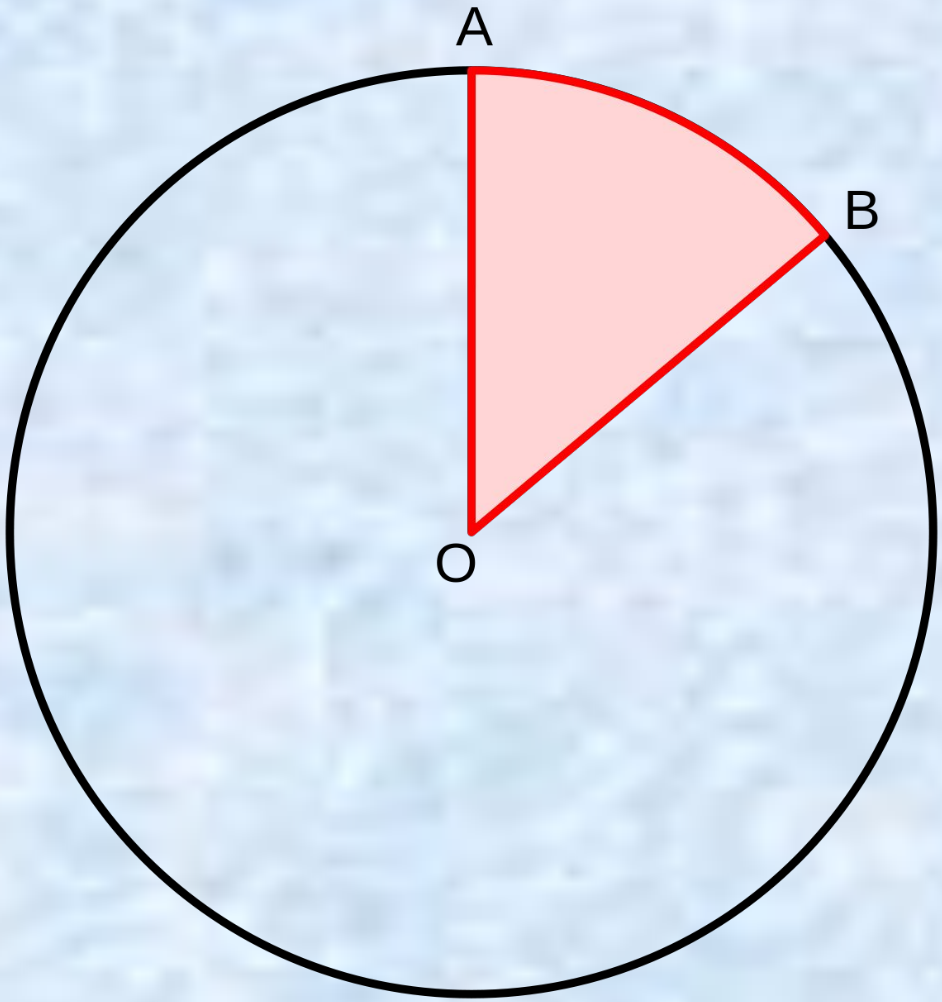
$\angle ABC = \angle ADC$



Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, равен 90^0.

$\angle ABC = 90^0$

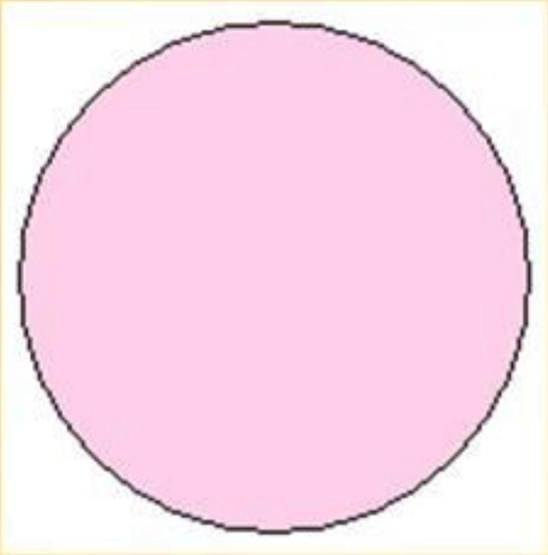
Круговой сектор

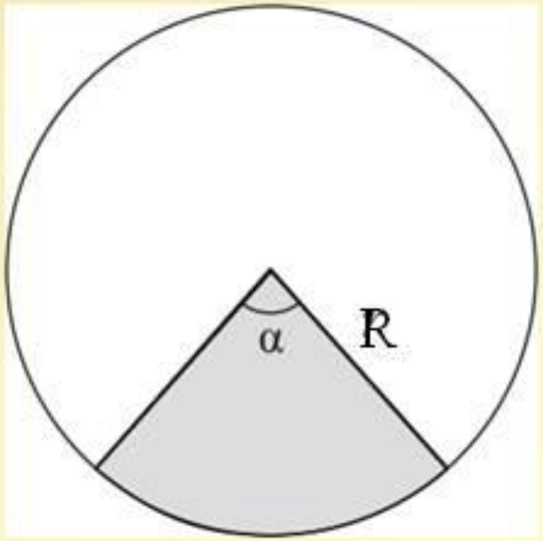


Площадь круга и кругового сектора

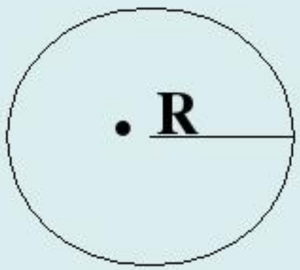
$$S = \pi R^2$$

$$S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$$





Длина окружности и длина дуги

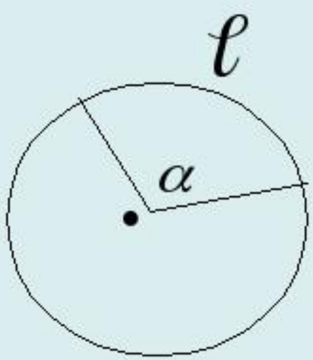


C – длина окружности

$$C = 2\pi R \qquad C = \pi D$$

$$\pi \approx 3{,}14$$

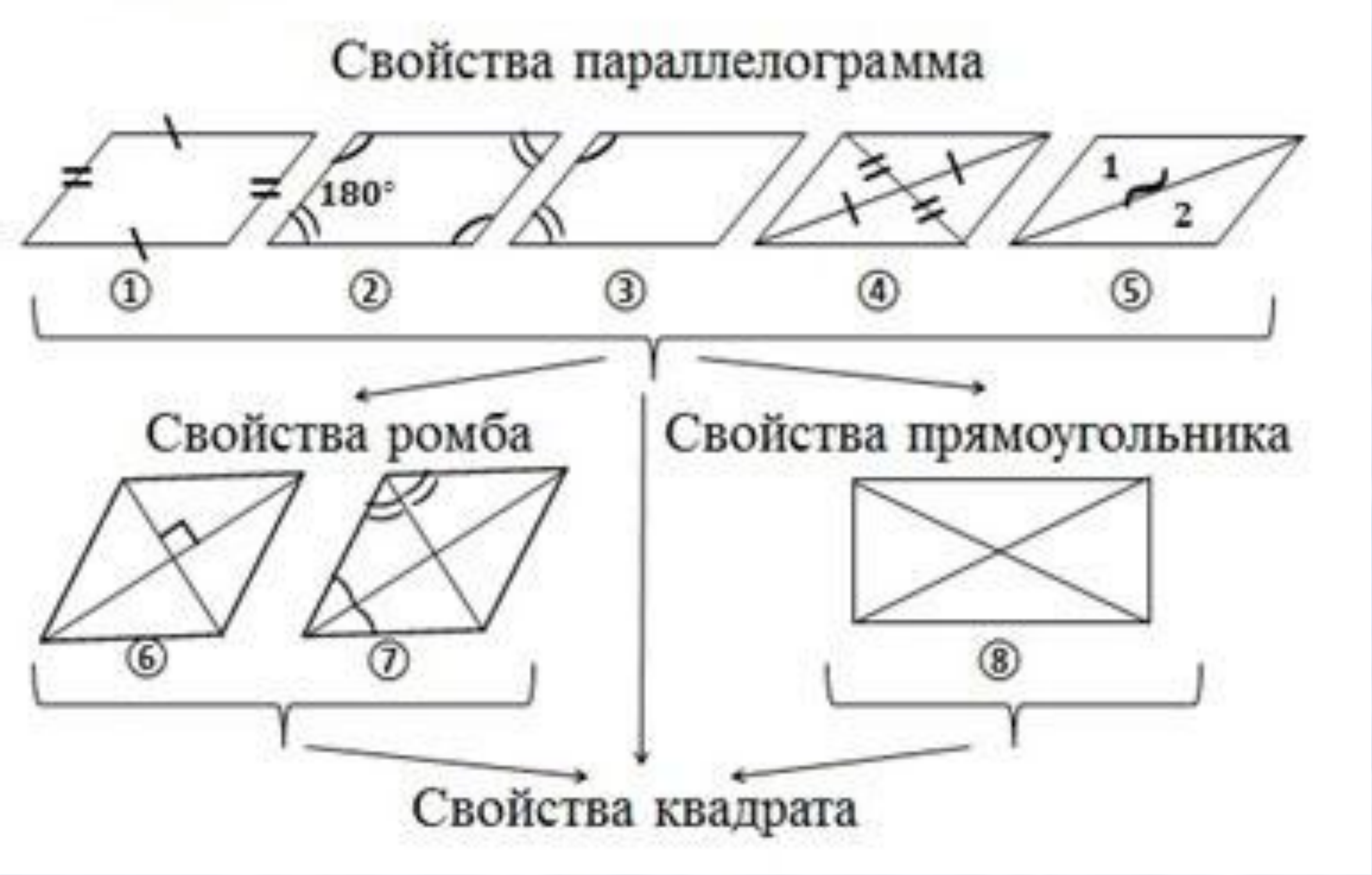
ℓ **длина дуги окружности**



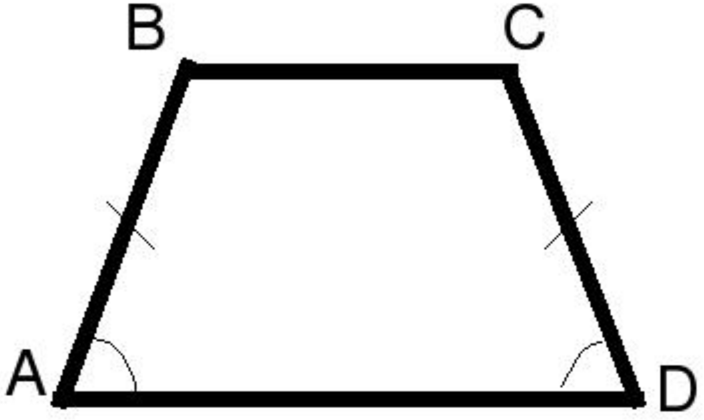
$$\ell = \frac{C}{360} \cdot \alpha = \frac{2\pi R}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$$

$$\ell = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$$

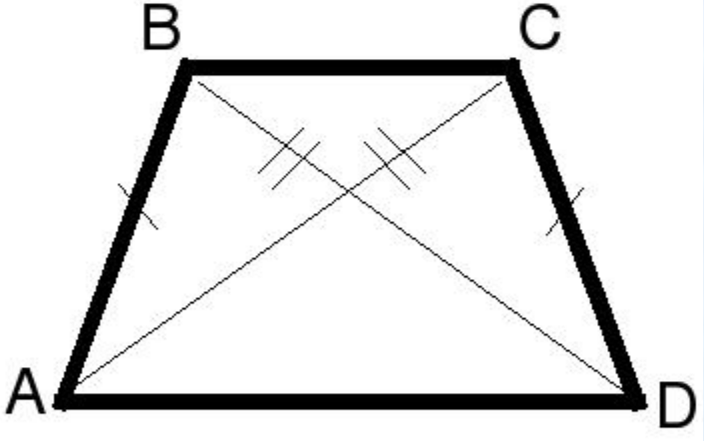
Классификация четырехугольников


Свойства параллелограмма
180°
1
2
①
②
③
④
⑤
Свойства ромба
Свойства прямоугольника
⑥
⑦
⑧
Свойства квадрата

Свойства равнобедренной трапеции



1) Углы при основаниях равны



2) Диагонали равны

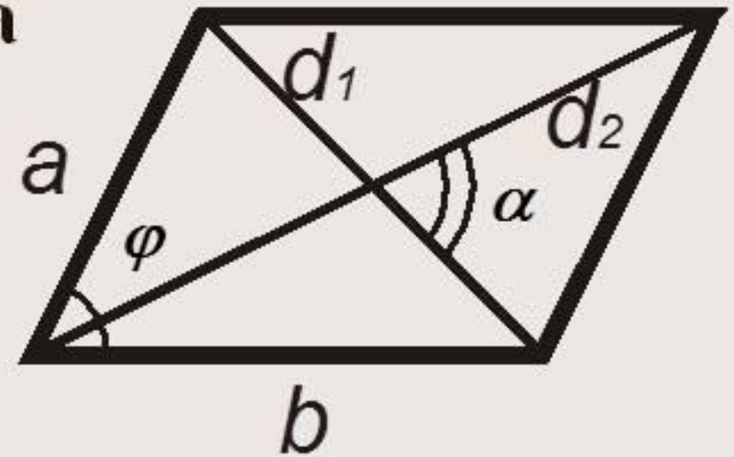
Формулы для вычисления площади параллелограмма

Площадь параллелограмма

$$S = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin\varphi$$

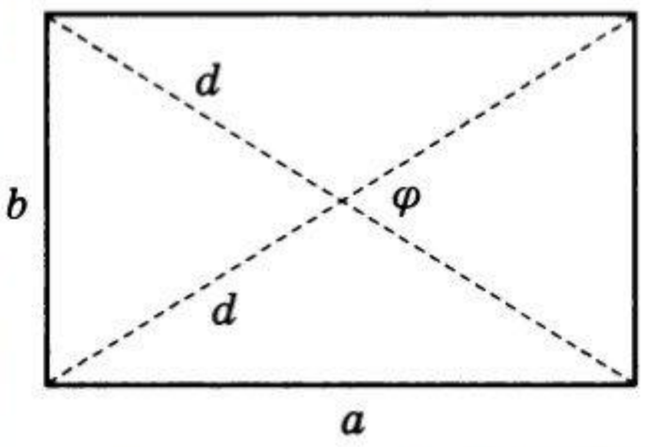
$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\alpha$$



Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его четырех сторон.

$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$$

Формулы для вычисления площади прямоугольника

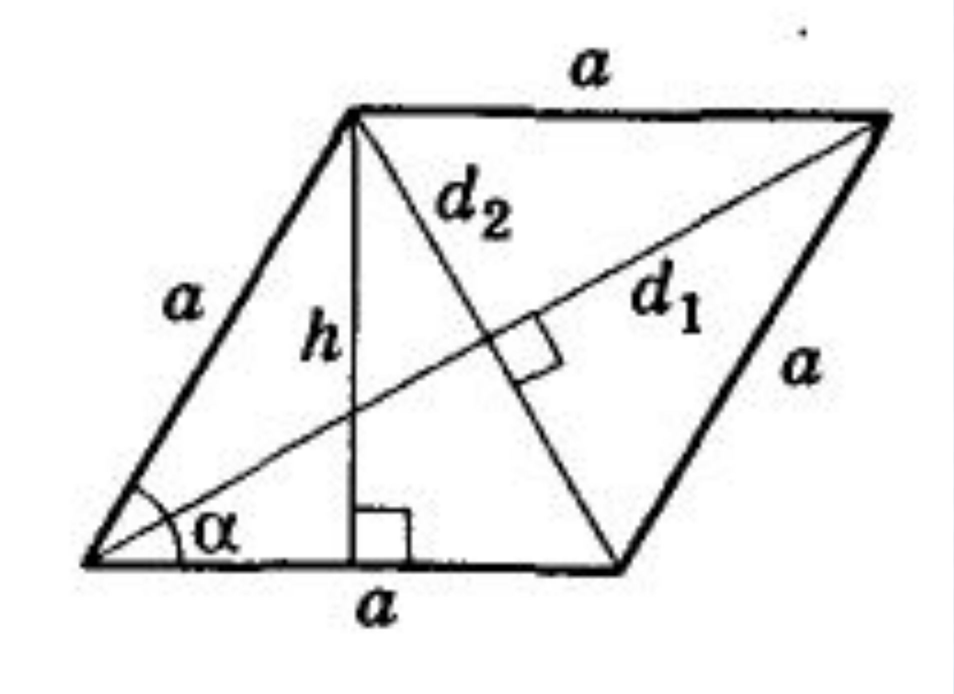


$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \varphi$$

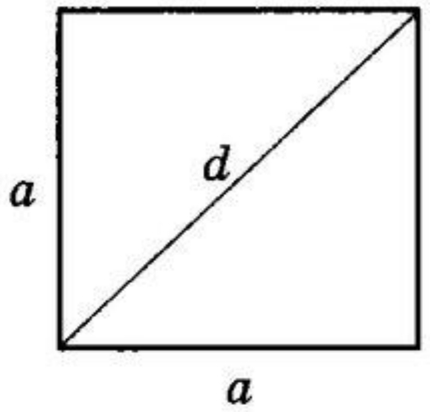
$$S = ab$$

Формулы для вычисления площади ромба

$$S = ha = a^2 \sin A = \frac{1}{2} d_1 d_2$$



Формулы для вычисления площади квадрата

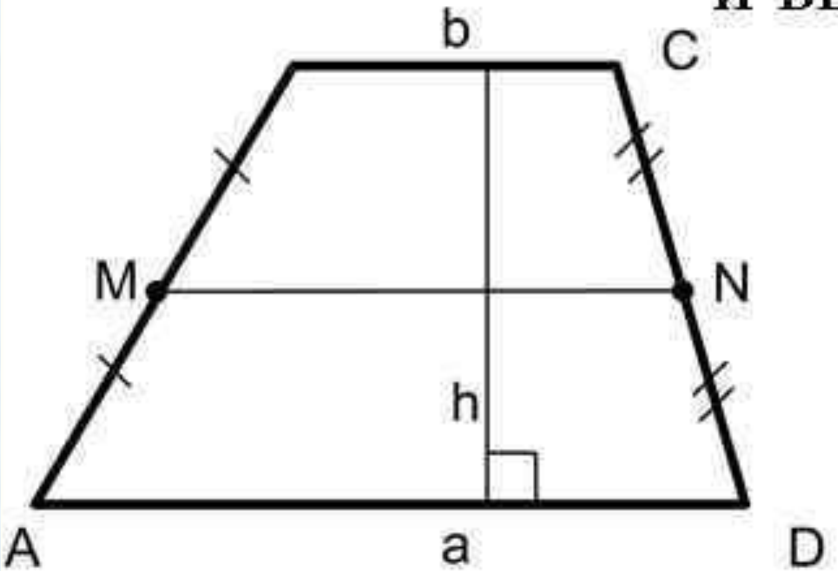


$$S = \frac{1}{2}d^2$$

$$S = a^2$$

Формулы для вычисления площади трапеции

- Через полусумму оснований и высоту:



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

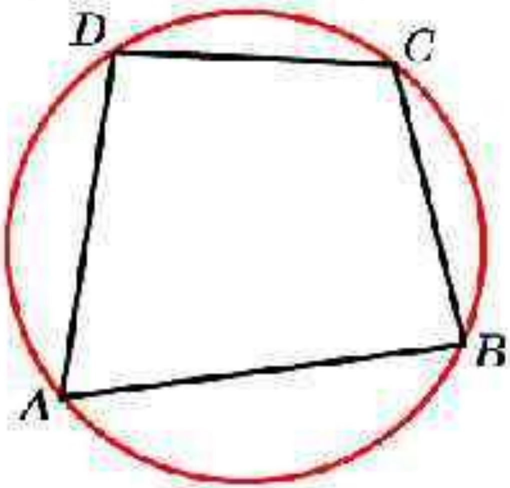
- Через среднюю линию и высоту:

$$S = MN \cdot h$$

Четырехугольник, вписанный в окружность

Свойство. В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180^0.

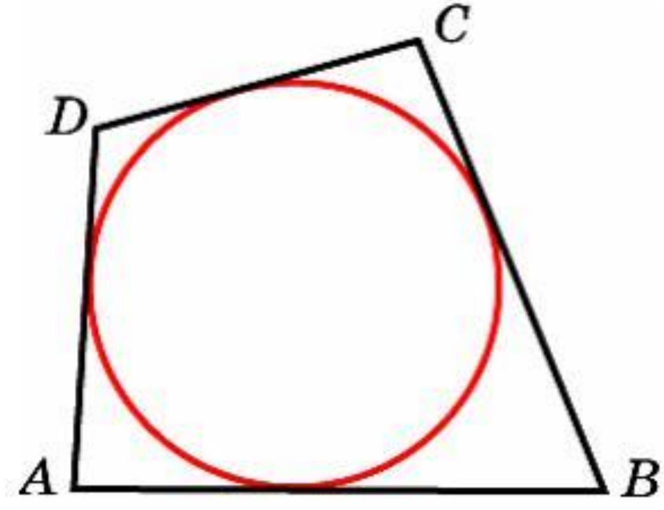
$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0$$



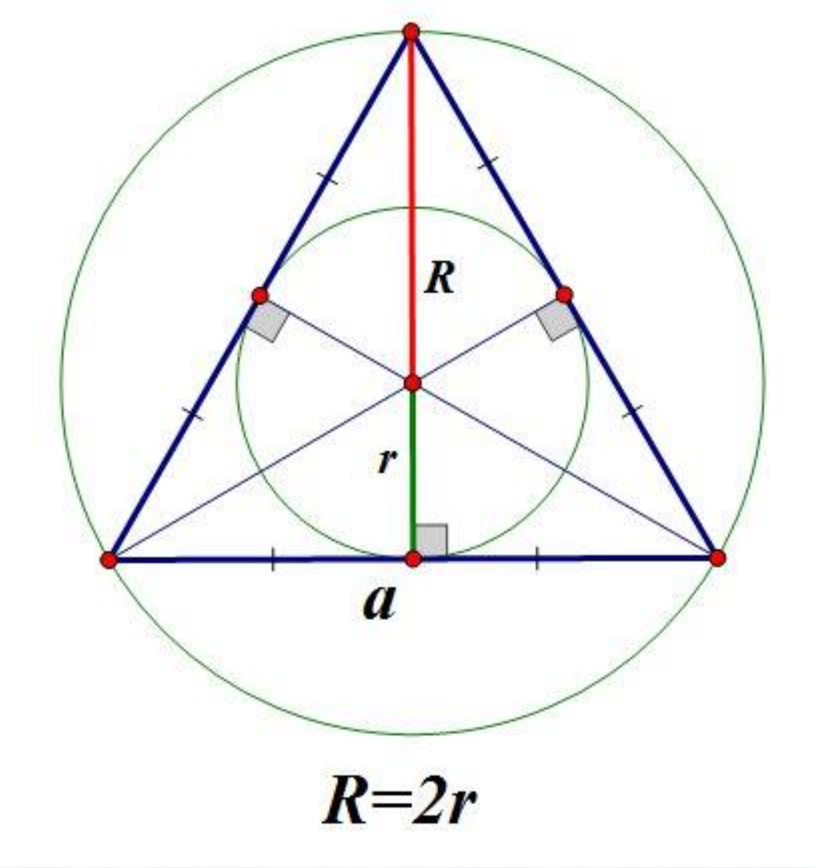
Четырехугольник, описанный вокруг окружности

Свойство. В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

$$AD + BC = AB + CD$$



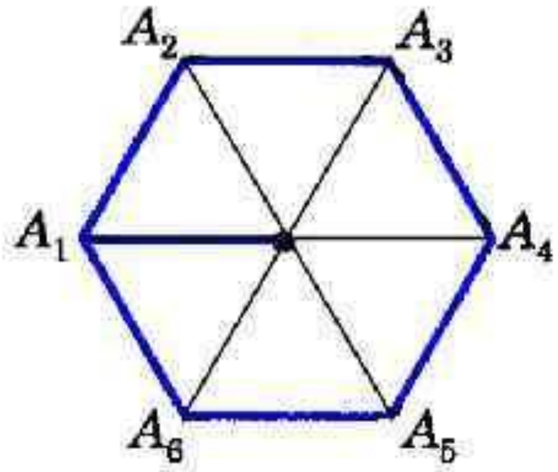
Правильный треугольник



$$a_3 = R\sqrt{3}$$

$$a_3 = 2r\sqrt{3}$$

Правильный шестиугольник



1. Диагонали правильного шестиугольника делят его на 6 равных равносторонних треугольника.
2. Сторона правильного шестиугольника равна радиусу описанной окружности.
3. Углы правильного шестиугольника равны 120°.
4. Формула площади правильного шестиугольника получается из формулы площади правильного треугольника:

$$S_6 = \frac{6 \cdot a^2 \sqrt{3}}{4}$$