

# Системы счисления

1. [Введение](#)
2. [Двоичная система](#)
3. [Восьмеричная система](#)
4. [Шестнадцатеричная система](#)

# Системы счисления

## Тема 1. Введение

# Определения

---

**Система счисления** – это способ записи чисел с помощью специальных знаков – **цифр**.

**Числа:**

123, 45678, 1010011, CXL

**Цифры:**

0, 1, 2, ...      I, V, X, L, ...

**Алфавит** – это набор **цифр**. {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

**Типы систем счисления:**

- **непозиционные** – значение цифры не зависит от ее места (*позиции*) в записи числа;
- **позиционные** – зависит...

# Системы счисления

## Тема 2. Двоичная система счисления

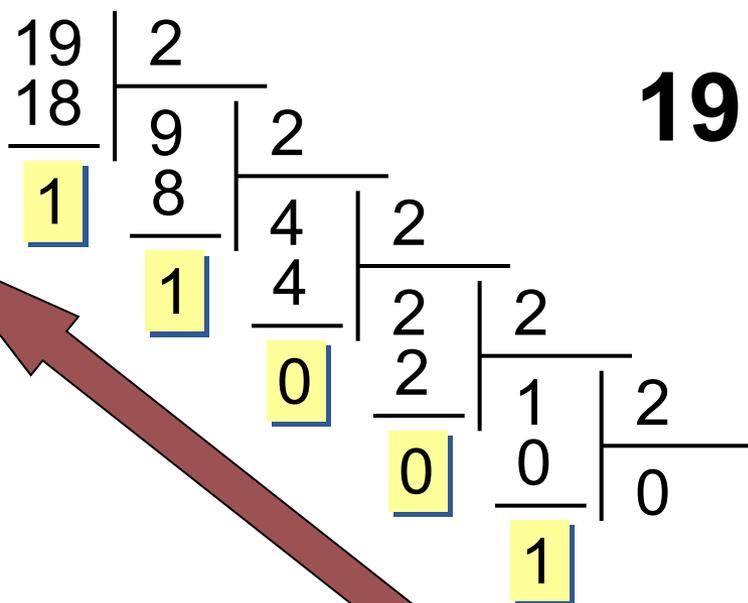
# Перевод целых чисел

Двоичная система:

Алфавит: 0, 1

Основание (количество цифр): 2

10 → 2



$$19 = 10011_2$$

система  
счисления

2 → 10

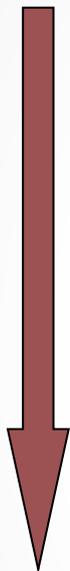
4 3 2 1 0    разряды

$$10011_2 = 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$= 16 + 2 + 1 = 19$$

# Перевод дробных чисел

10 → 2



$$0,375 = 0,011_2$$

$$\times 2$$

$$\underline{0},750$$

$$0,75$$

$$\times 2$$

$$\underline{1},50$$

$$0,5$$

$$\times 2$$

$$\underline{1},0$$

$$0,7 = ?$$

$$0,7 = 0,101100110\dots$$

$$= 0,1(0110)_2$$

Многие дробные числа нельзя представить в виде **конечных** двоичных дробей.

Для их точного хранения требуется **бесконечное** число разрядов.

Большинство дробных чисел хранится в памяти с ошибкой.

2 → 10

2 1 0 -1 -2 -3 разряды

$$101,011_2$$

$$= 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}$$

$$= 4 + 1 + 0,25 + 0,125 = 5,375$$

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0,25$$

# Арифметические операции

## сложение

$$0+0=0 \quad 0+1=1$$

$$1+0=1 \quad 1+1=10_2$$

$$1 + 1 + 1 = 11_2$$

перенос

## вычитание

$$0-0=0 \quad 1-1=0$$

$$1-0=1 \quad 10_2-1=1$$

заем

$$\begin{array}{r}
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \phantom{+} 10110_2 \\
 + 111011_2 \\
 \hline
 1010001_2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{-} 01110_2 \phantom{010}_2 \\
 \phantom{-} \cancel{1000101}_2 \\
 - \phantom{0} 11011_2 \\
 \hline
 0101010_2
 \end{array}$$

# Арифметические операции

умножение

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ \times 10 \\ \hline 1_210101_2 \\ + 10101_2 \\ \hline 1101001_2 \end{array}$$

деление

$$\begin{array}{r} 10101_2 \bigg| 111_2 \\ - 111_2 \\ \hline 111_2 \\ - 111_2 \\ \hline 0 \end{array}$$

# Системы счисления

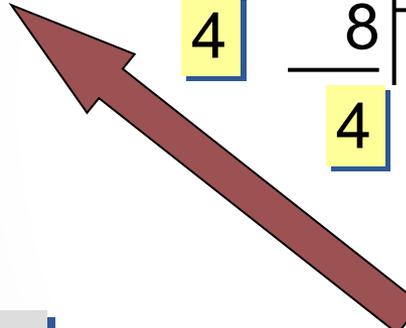
## Тема 3. Восьмеричная система счисления

# Восьмеричная система

Основание (количество цифр): 8

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

**10 → 8**


$$\begin{array}{r|l} 100 & 8 \\ \hline 96 & 12 \\ \hline 4 & 8 \\ & 1 \\ & 0 \\ & 1 \end{array}$$

$$100 = 144_8$$

система  
счисления

**8 → 10**

2 1 0    разряды

$$\begin{aligned} 144_8 &= 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 \\ &= 64 + 32 + 4 = 100 \end{aligned}$$

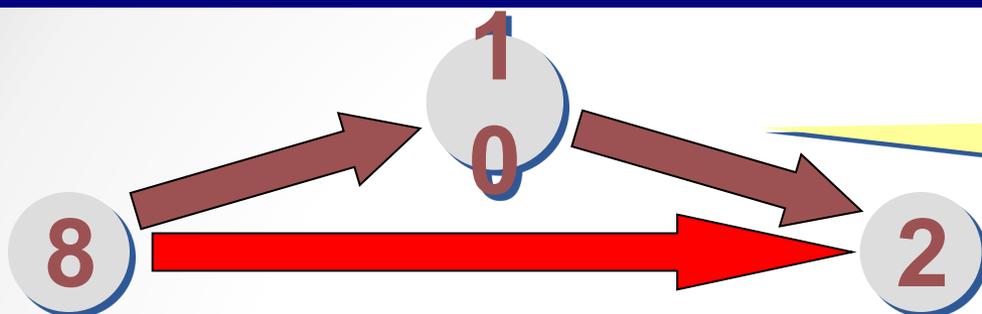
# Таблица восьмеричных чисел

---

$X_{10}$	$X_8$	$X_2$
0	0	000
1	1	001
2	2	010
3	3	011

$X_{10}$	$X_8$	$X_2$
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111

# Перевод в двоичную и обратно



$$8 = 2^3$$



Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

# Перевод из двоичной системы

---

$1001011101111_2$

**Шаг 1.** Разбить на триады, начиная справа:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

**Шаг 2.** Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$   
 $\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{5}\ \boxed{7}$

**Ответ:**  $1001011101111_2 = 11357_8$

# Арифметические операции

## сложение

$$\begin{array}{r} \phantom{+} 156_8 \\ + 662_8 \\ \hline 1040_8 \end{array}$$

$$6 + 2 = 8 = 8 + 0$$

1 в перенос

$$5 + 6 + 1 = 12 = 8 + 4$$

1 в перенос

$$1 + 6 + 1 = 8 = 8 + 0$$

1 в перенос

# Арифметические операции

## ВЫЧИТАНИЕ

$$\begin{array}{r} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ 4 \ 5 \ 6_8 \\ - 2 \ 7 \ 7_8 \\ \hline 1 \ 5 \ 7_8 \end{array}$$

заем

$$(6 + 8) - 7 = 7$$

заем

$$(5 - 1 + 8) - 7 = 5$$

$$(4 - 1) - 2 = 1$$

# Системы счисления

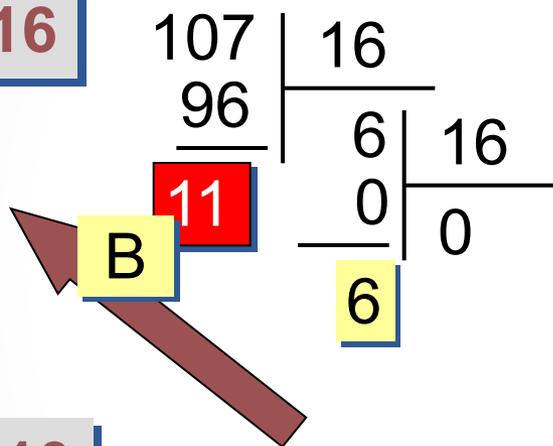
## Тема 4. Шестнадцатеричная системы счисления

# Шестнадцатеричная система

Основание (количество цифр): 16

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**  
10 11 12 13 14 15

10 → 16



$$107 = 6B_{16}$$

система  
счисления

16 → 10

2 1 0 разряды

$$1C5_{16} = 1 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0$$

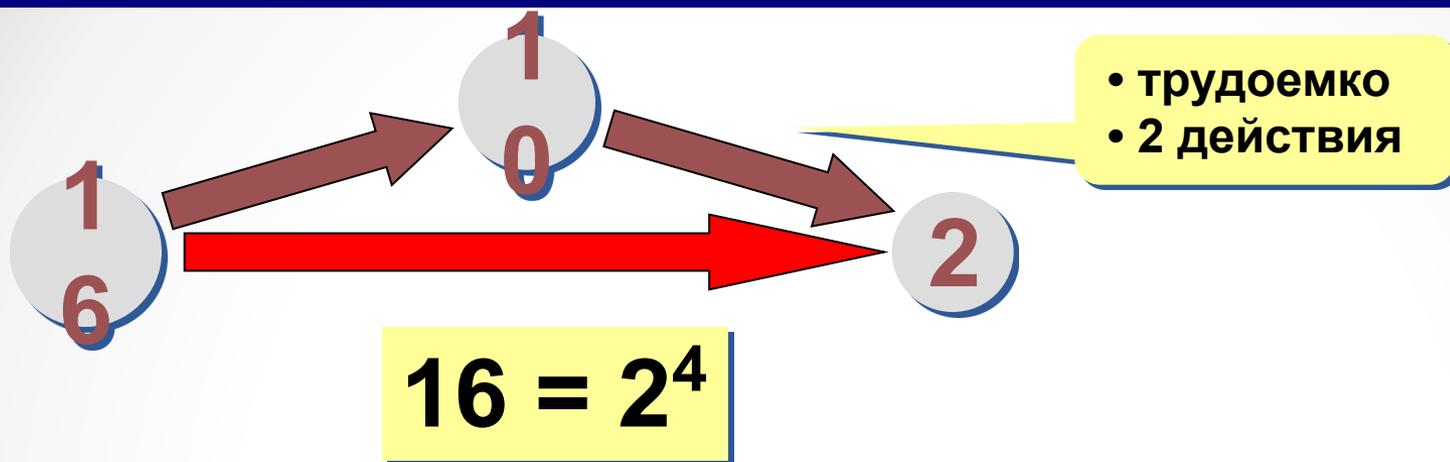
$$= 256 + 192 + 5 = 453$$

# Таблица шестнадцатеричных чисел

$X_{10}$	$X_{16}$	$X_2$
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111

$X_{10}$	$X_{16}$	$X_2$
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

# Перевод в двоичную систему



**!** Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (*тетрада*)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_7 \underbrace{1111}_F \underbrace{0001}_1 \underbrace{1010}_A_2$$

# Перевод из двоичной системы

---

$1001011101111_2$

**Шаг 1.** Разбить на тетрады, начиная справа:

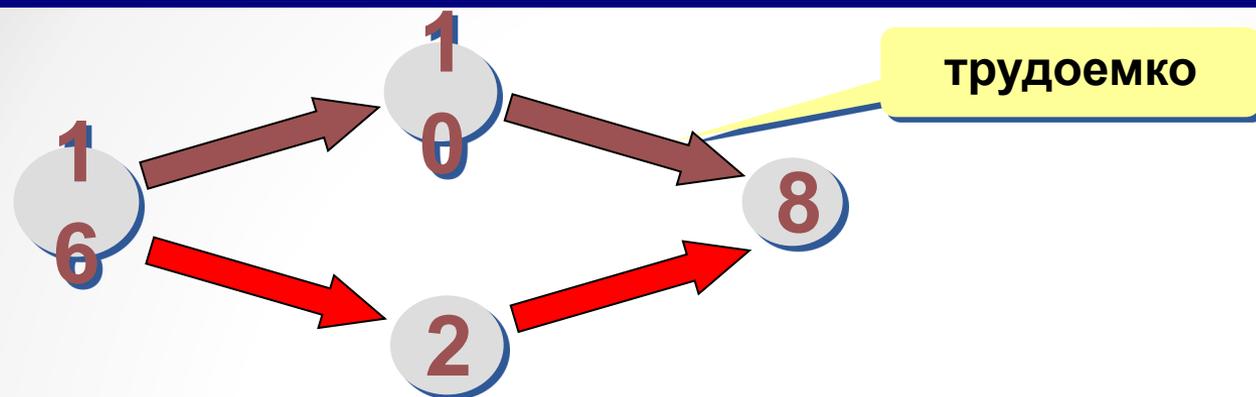
$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$

**Шаг 2.** Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$   
 $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{E}\ \boxed{F}$

**Ответ:**  $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

# Перевод в восьмеричную и обратно



**Шаг 1.** Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

**Шаг 2.** Разбить на триады:

$$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

**Шаг 3.** Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$

# Арифметические операции

## сложение

$$\begin{array}{r} \text{A } 5 \text{ B}_{16} \\ + \text{C } 7 \text{ E}_{16} \\ \hline 1 \text{ 6 } \text{D } 9_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{10 } 5 \text{ 11} \\ + \text{12 } 7 \text{ 14} \\ \hline 1 \text{ 6 } \text{13 } 9 \end{array}$$

1 в перенос

$$11 + 14 = 25 = \mathbf{16} + 9$$

$$5 + 7 + \mathbf{1} = \mathbf{13} = \text{D}_{16}$$

1 в перенос

$$10 + 12 = 22 = \mathbf{16} + 6$$

# Арифметические операции

## ВЫЧИТАНИЕ

$$\begin{array}{r} \text{C } 5 \text{ B}_{16} \\ - \text{A } 7 \text{ E}_{16} \\ \hline 1 \text{ D } \text{D}_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{12 } 5 \text{ 11} \\ - \text{10 } 7 \text{ 14} \\ \hline 1 \text{ 13 } \text{13} \end{array}$$

заем

заем

$$(11 + 16) - 14 = 13 = \text{D}_{16}$$

$$(5 - 1) + 16 - 7 = 13 = \text{D}_{16}$$

$$(12 - 1) - 10 = 1$$