

# АКСОНОМЕТРИЧЕС КИЕ ПРОЕКЦИИ

# АксонOMETрические проекции

## ГОСТ 2.317-69

- Аксонометрической проекцией называется изображение, полученное на аксонометрической плоскости в результате параллельного проецирования предмета вместе с системой координат, которое наглядно отображает его форму.

Ортогональные чертежи содержат достаточную информацию для геометрического моделирования изображаемого изделия. Однако в ряде случаев бывает необходимо иметь более наглядные, чем на ортогональном чертеже, изображения. Для этих целей используются **аксонометрические изображения.**

Аксонометрия широко используется при изучении различных устройств в технике и промышленности, особенно в области художественного конструирования и промышленной эстетики.

Аксонометрия в переводе с греческого языка («ахон»- ось, «metreo»-измеряю) означает осемерное изображение.

# Теорема Польке - основа построения аксонометрических проекций

- Основная теорема аксонометрии. Впервые была сформулирована немецким геометром К.Польке в 1860 г. (без доказательства).
- Три отрезка произвольной длины, лежащих в одной плоскости и выходящих из одной точки под произвольными углами, представляют собой параллельную проекцию трех равных и взаимно перпендикулярных отрезков, выходящих из одной точки в пространстве. На основании теоремы три произвольных отрезка, выходящих из одной точки на плоскости проекций, можно принять за изображение координатного трехосноки с одинаковыми масштабными отрезками на его осях.

АксонOMETрическими проекциями или аксонOMETрией называют изображения, полученные путем параллельного проецирования предмета вместе с системой трех взаимно перпендикулярных осей координат, к которым он отнесен в пространстве на некоторую плоскость, называемую аксонOMETрической или картинной.

При проецировании на аксонOMETрические плоскости происходит искажение отрезков осей координат, которое характеризуется коэффициентом искажения.

Коэффициентом искажения называется отношение длины проекции отрезка оси на аксонOMETрической плоскости к его истинной длине.

ГОСТ 2.317–69

рекомендует к применению на чертежах всех отраслей промышленности пять видов стандартных аксонометрических проекций:

две прямоугольных – **изометрию** и **диметрию**

и три косоугольных – **фронтальную** и **горизонтальную изометрию**, **фронтальную диметрию**.

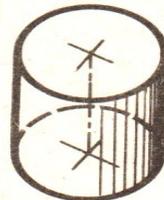
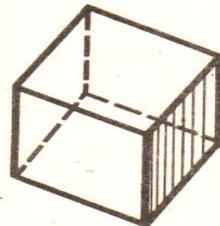
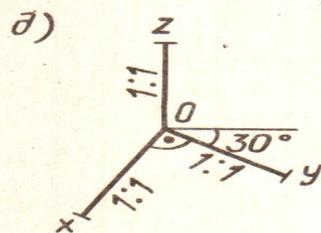
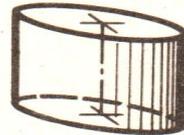
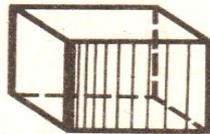
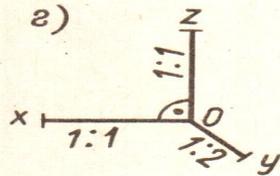
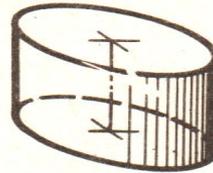
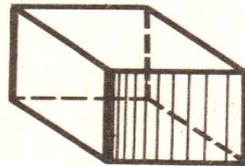
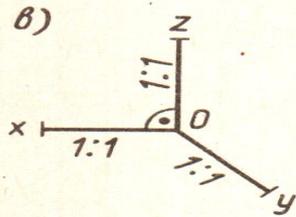
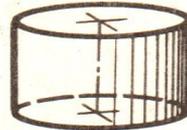
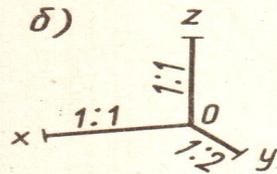
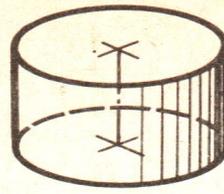
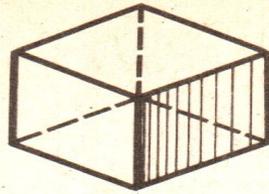
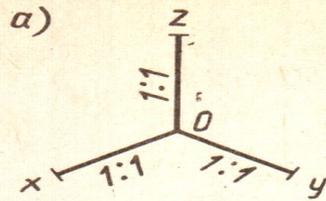
В учебных чертежах обычно используются прямоугольные изометрия и диметрия.

В зависимости от отношения коэффициентов искажения аксонометрические проекции могут быть:

изометрическими – коэффициенты искажения по всем трем осям равны между собой;

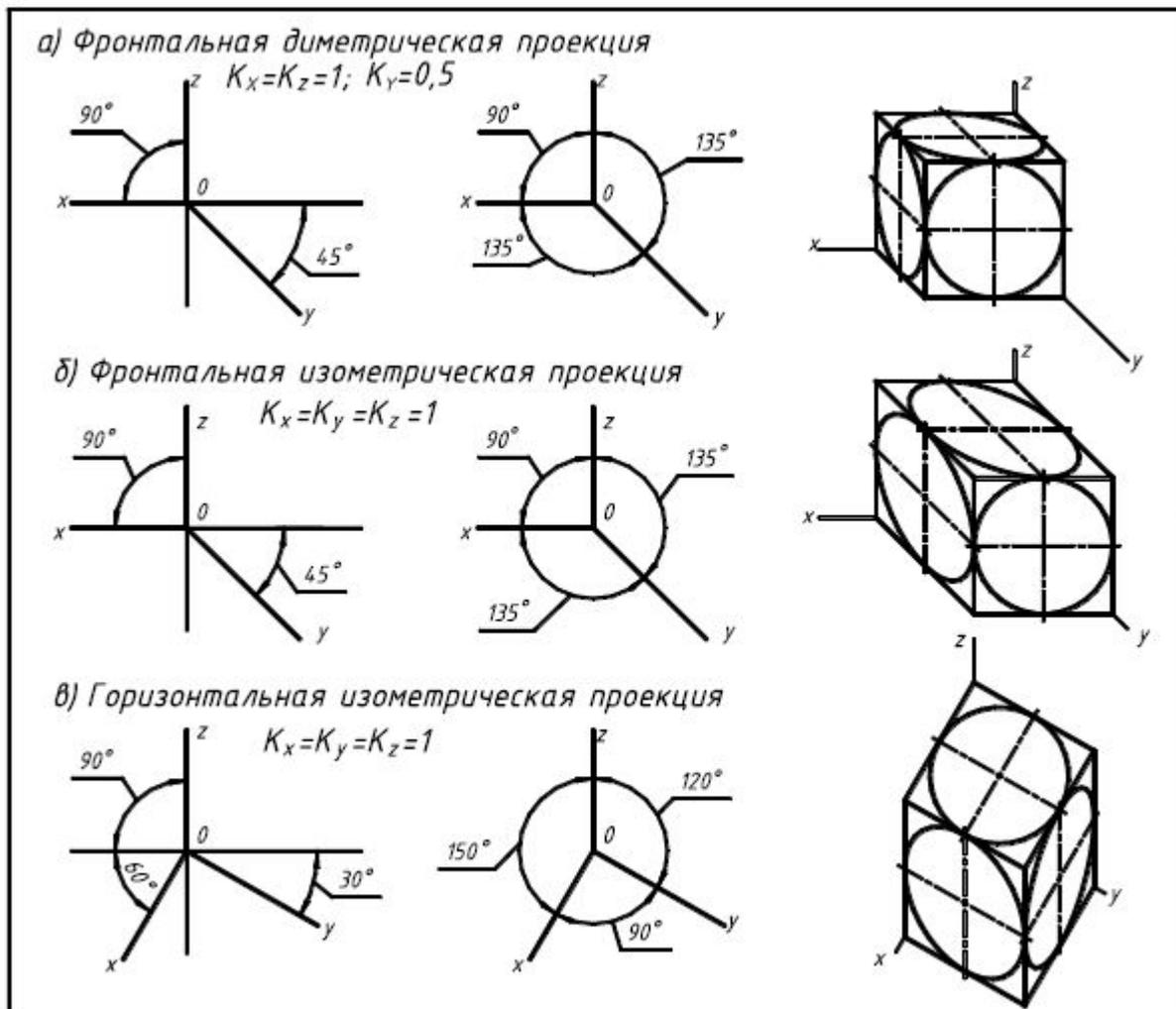
диметрическими – коэффициенты искажения по двум любым осям равны между собой, а по третьей – отличается от первых двух;

триметрическими – все три коэффициента искажения по осям различны.

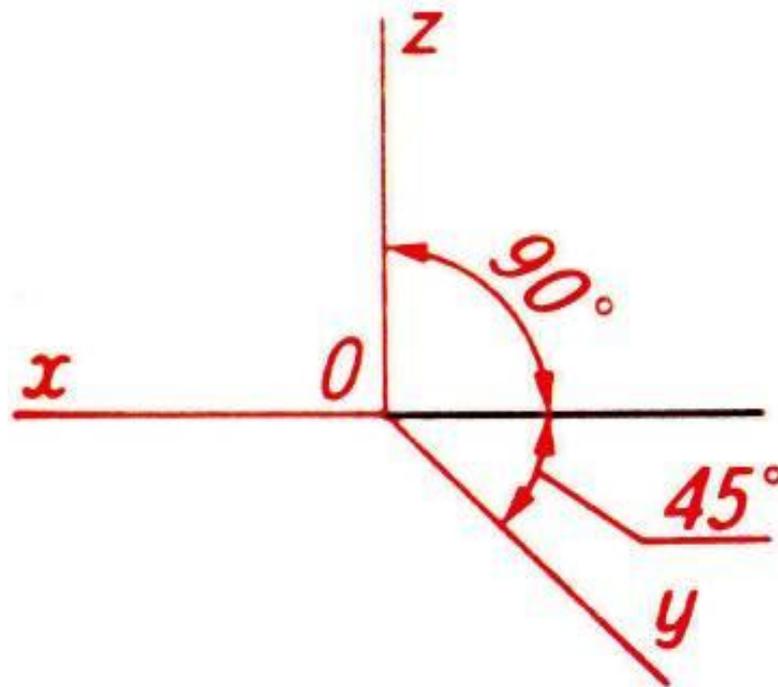
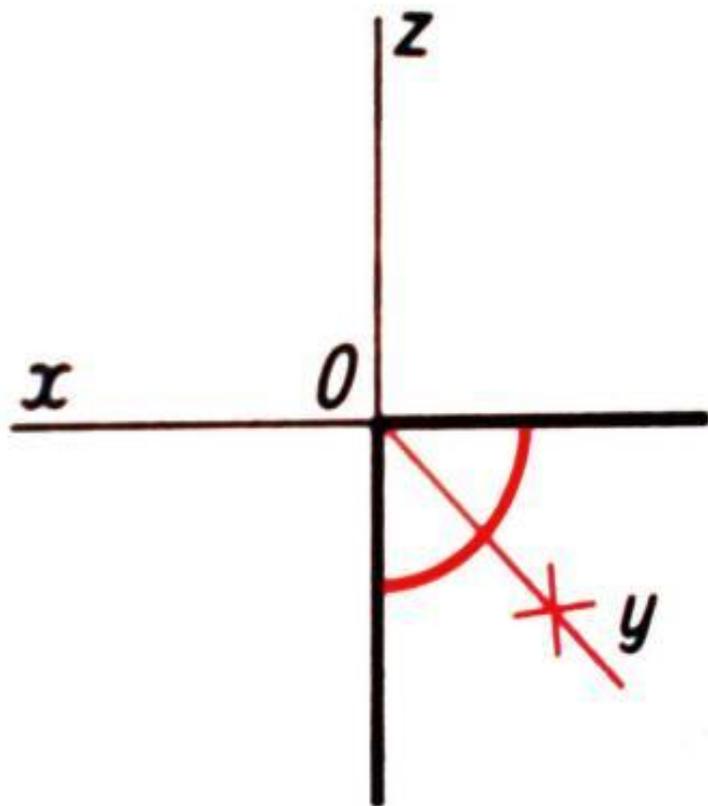


- а) прямоугольная  
изометрия  
б) прямоугольная диметрия  
в) косоугольная  
фронтальная  
изометрия  
г) косоугольная  
фронтальная диметрия  
д) косоугольная  
горизонтальная изометрия.

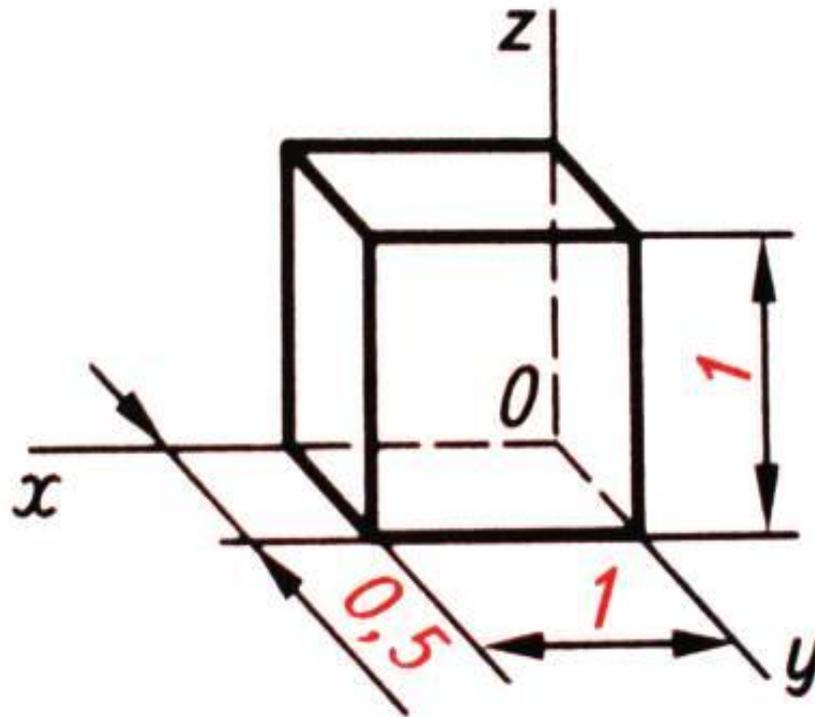
# Основные проекции: изометрия, диметрия, триметрия



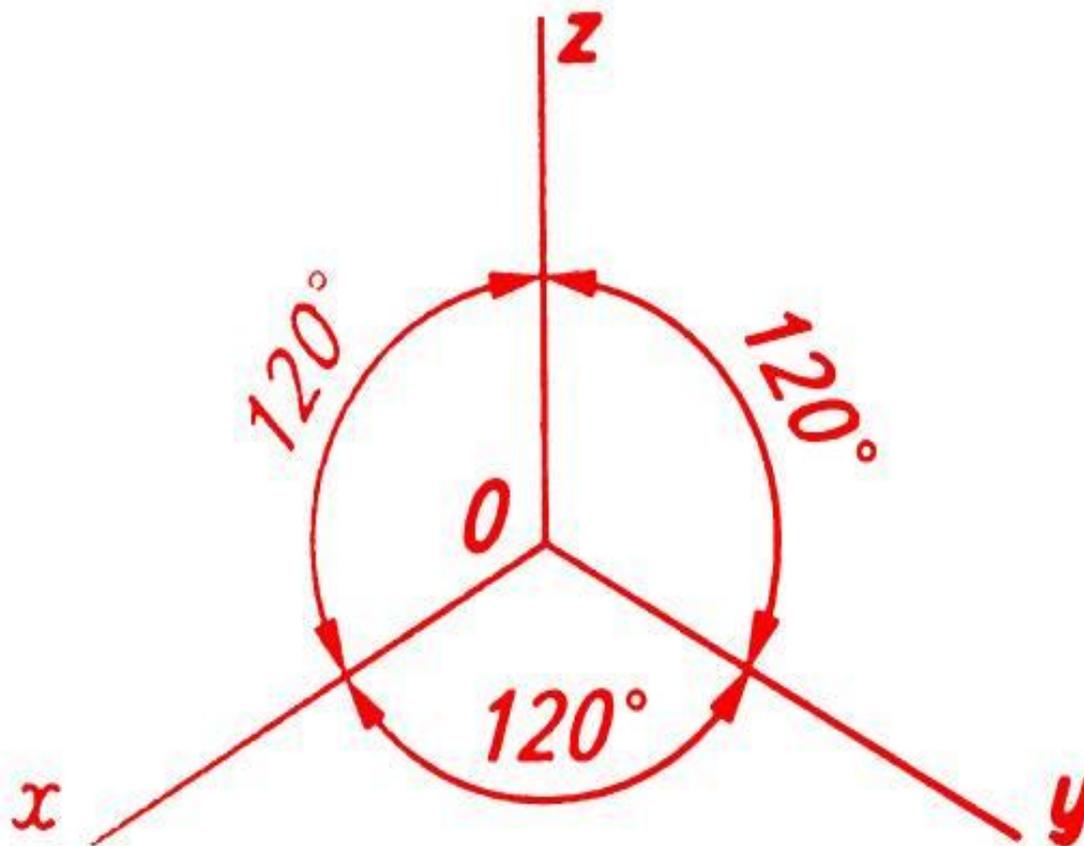
Оси диметрической проекции располагаются так:  
x - горизонтально, z – вертикально, y – под углом  $45^\circ$

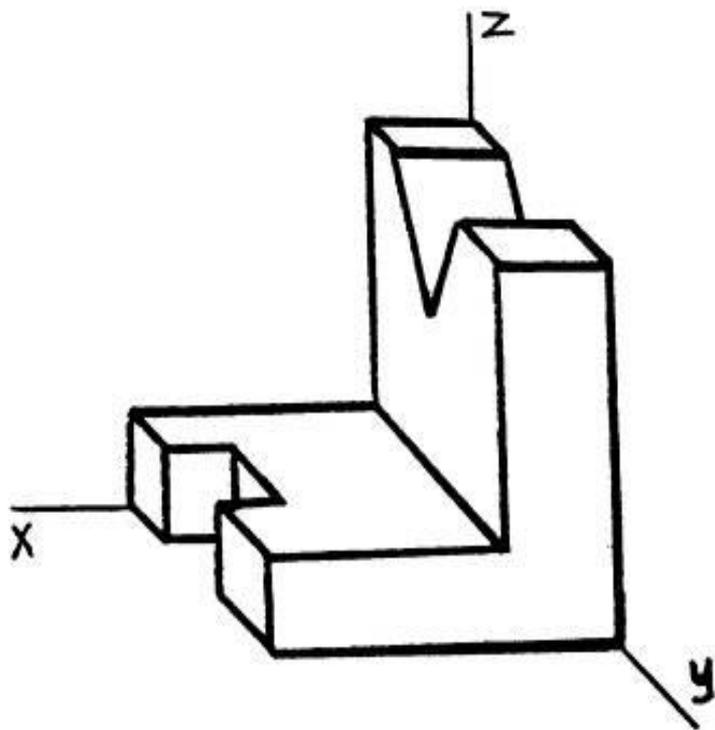


Вдоль оси  $x$  и параллельно ей откладывают высоты, а вдоль  $y$  – сокращенный в два раза размер ширины натуральный размер длины предмета, вдоль  $z$  – натуральный размер ее

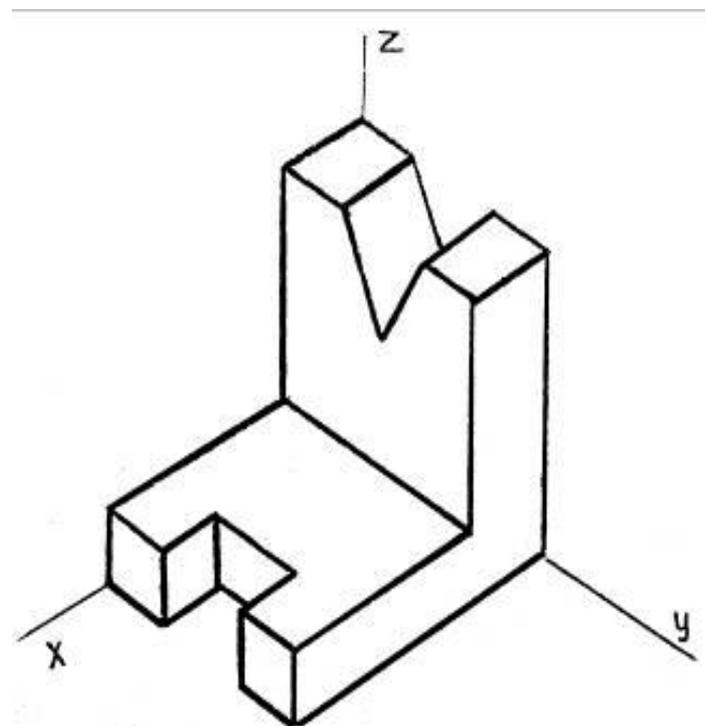


При построении осей изометрической проекции ось  $z$  расположена вертикально, а оси  $x$  и  $y$  составляют с ней углы равные  $120^\circ$



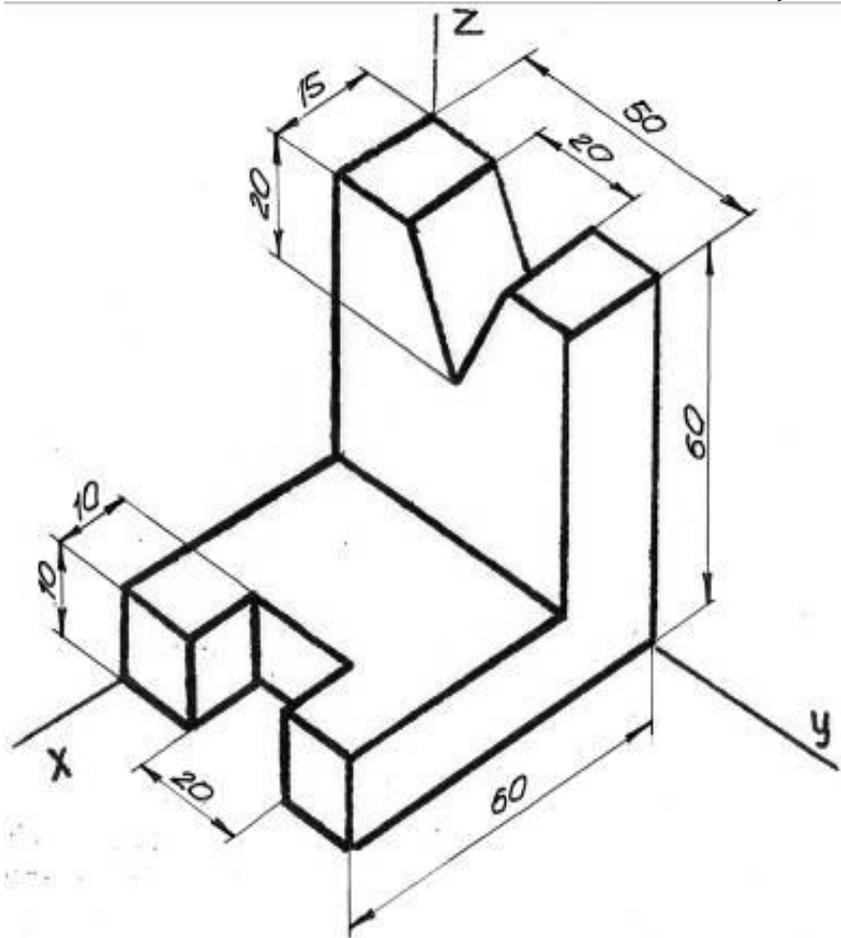


Диметрическая проекция  
проекция

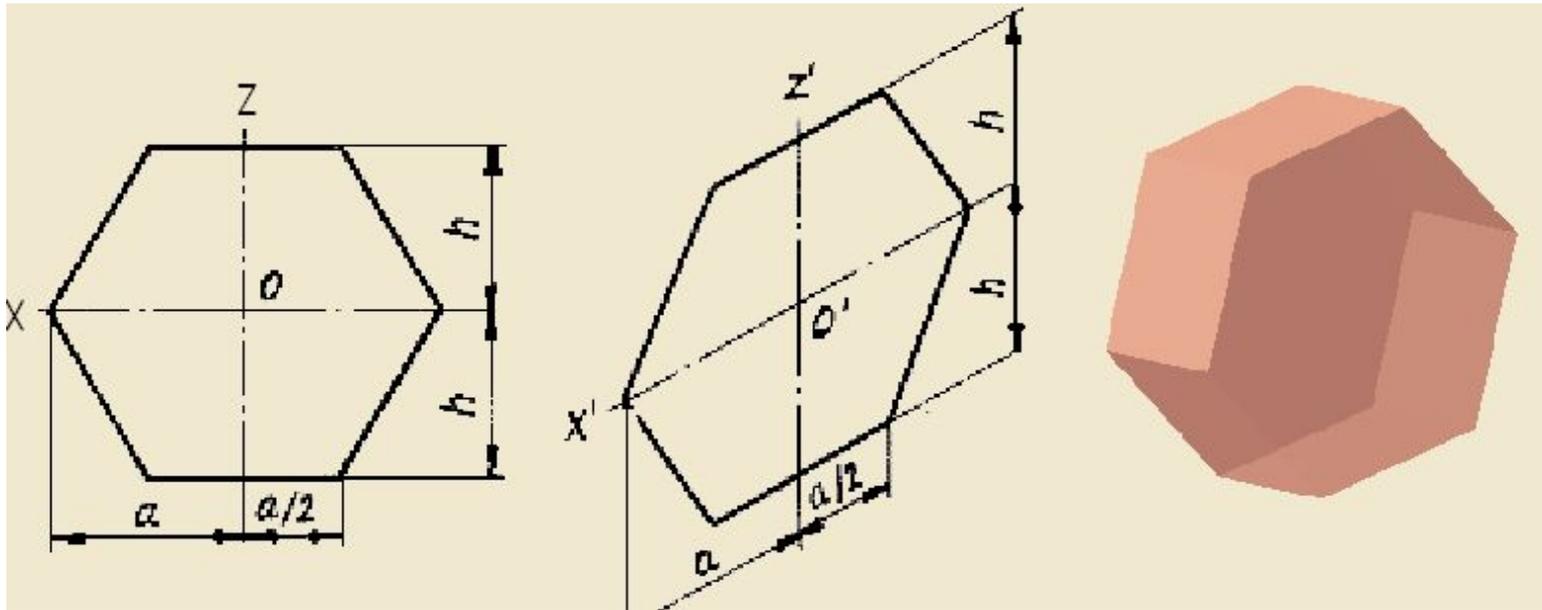


Изометрическая

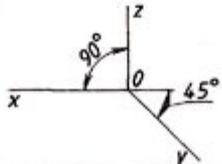
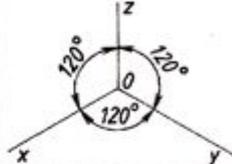
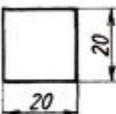
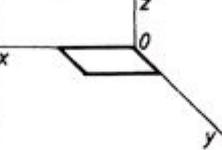
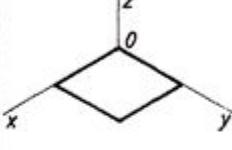
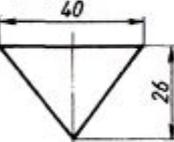
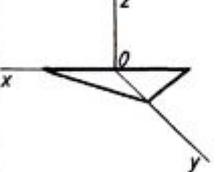
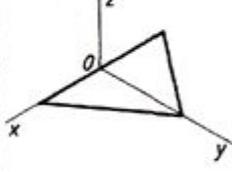
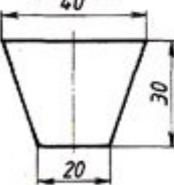
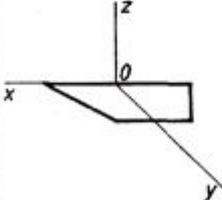
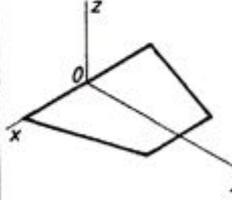
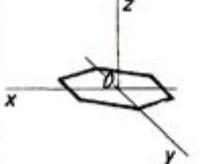
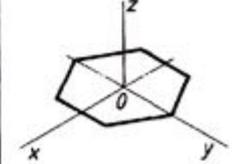
Размеры на изображении детали наносят так,  
чтобы цифровые значения «лежали» в плоскостях  
V, H и W



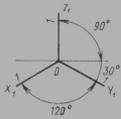
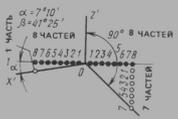
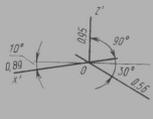
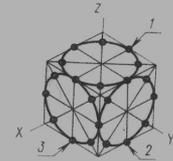
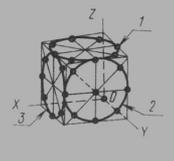
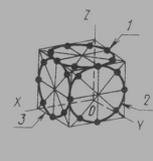
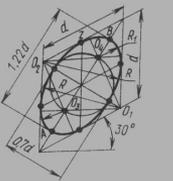
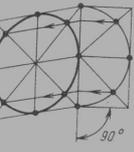
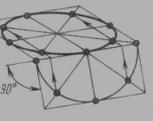
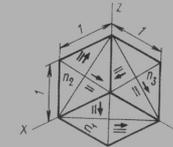
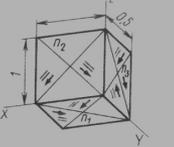
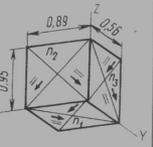
# Пример изометрической проекции правильного шестиугольника



### Построение аксонометрических проекций плоских фигур

Плоские фигуры	Косоугольная фронтальная диметрическая проекция	Прямоугольная изометрическая проекция
		
<p>Квадрат</p> 		
<p>Треугольник</p> 		
<p>Трапеция</p> 		
<p>Шестиугольник</p> 		

4.8.1. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ

Содержание рисунка	Изометрия по ГОСТ 2.317-69*	Диметрия по ГОСТ 2.317-69*	Триметрия
Положение осей		 <p>СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ ОСЕЙ</p>	
Изображение куба и кругов			
Построение овала 1		 <p>ОТНОШЕНИЕ ОСЕЙ 3:10</p>	
Построение овала 2	 <p>ОТНОШЕНИЕ ОСЕЙ 3:5</p>	 <p>ОТНОШЕНИЕ ОСЕЙ 1:3</p> $r = \frac{1}{4} CD$ $R = AB + CD = AB + \frac{1}{2} CD$	
Направление линий штриховки в сечениях			

# Многогранники и их виды

Многогранником называется пространственная фигура, ограниченная замкнутой поверхностью, состоящей из отсеков плоскостей, имеющих форму многоугольников.

Стороны многоугольников образуют **рёбра**, а плоскости многоугольников - **грани** многогранника.

Если вершины и ребра многогранника находятся по одну сторону плоскости любой из его граней, то многогранник называют **выпуклым**, все его грани – выпуклые.

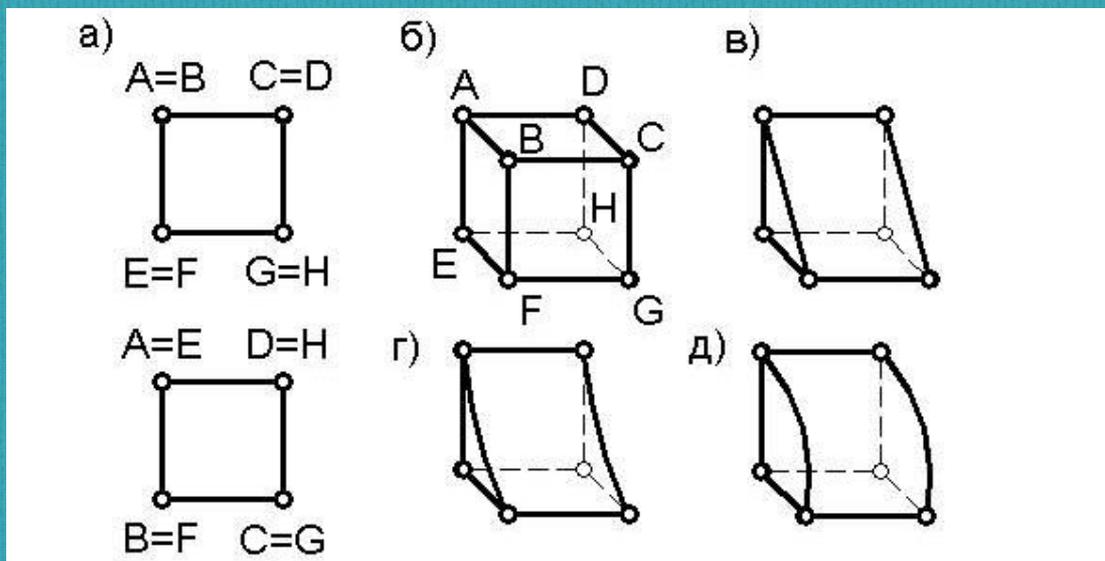
Из всего многообразия многогранников наибольший практический интерес представляют **призмы, пирамиды, правильные многогранники** и их разновидности.

Многогранник, две грани которого  $n$ -угольники в параллельных плоскостях, а остальные  $n$ -граней – параллелограммы, называется  **$n$ -угольной призмой**.

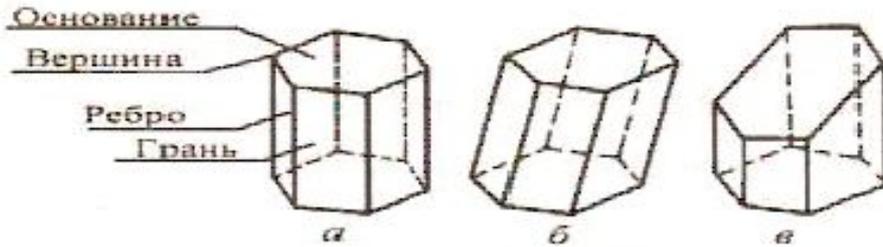
На комплексном чертеже многогранники изображаются проекциями своих вершин и ребер. На начальном этапе изучения дисциплины рекомендуется проекции вершин отмечать точками в виде кружков. Для облегчения чтения чертежа иногда полезно обозначать проекции вершин многогранника.

Если у многогранника некоторые ребра являются проецирующими или профильными прямыми, то при не обозначенных вершинах одному и тому же изображению многогранника может соответствовать несколько вариантов его конструкции.

Действительно, если задан чертеж куба, на котором нет обозначения вершин (рисунок а), то при реконструкции чертежа помимо куба (б) можно получить еще четыре различно расположенные в пространстве треугольные призмы (одна из них изображена на рисунке в). Кроме этого можно получить четверть кругового цилиндра (рисунок д), фигуру, дополняющую четверть кругового цилиндра до куба (рисунок г) и другие фигуры. Для устранения многозначности в этом случае удобно обозначить проекции вершин куба.

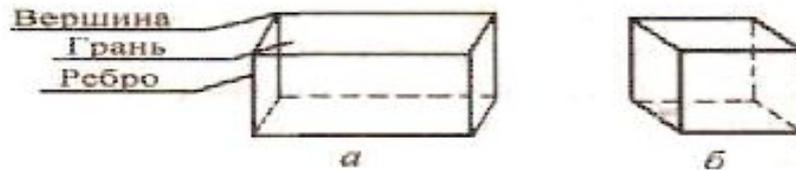


# Многогранники



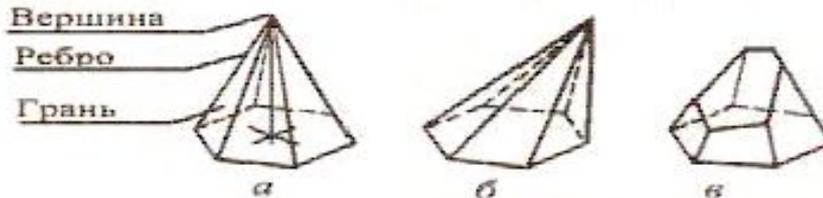
Призма:

*a* – прямая правильная; *b* – наклонная; *v* – усеченная



Параллелепипед:

*a* – прямой прямоугольный; *b* – куб



Пирамида

*a* – правильная; *b* – наклонная; *v* – усеченная

## **ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКА С ПРЯМОЙ.**

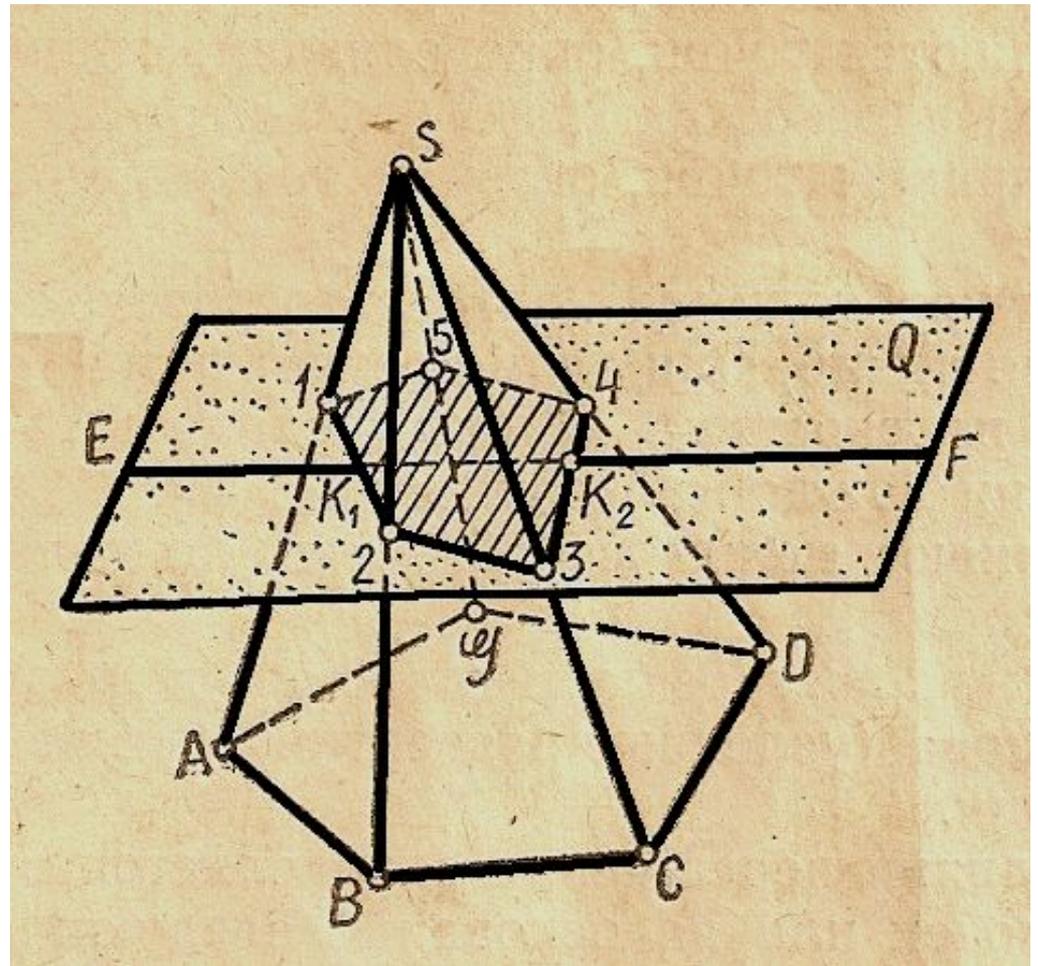
Построение точек пересечения прямой с поверхностью многогранника производится аналогично построению точки пересечения прямой с плоскостью, но конкурирующая с данной прямой линия проводится не на плоскости, а на поверхности многогранника. Поэтому эта линия будет представлять собой ломаную линию, вершины которой лежат на ребрах многогранника, а стороны этой линии будут конкурировать с данной прямой. Точки пересечения данной прямой с вспомогательной ломаной линией и будут точками пересечения прямой с поверхностью многогранника.

Если прямая не пересекается с вспомогательной ломаной линией, то это означает, что данная прямая не пересекается с поверхностью многогранника.

Таким образом:

***для определения взаимного положения прямой и поверхности многогранника нужно провести на его поверхности вспомогательную ломаную линию, конкурирующую с данной прямой и определить взаимное положение этих линий. Если линии пересекаются, то точки их пересечения и являются точками пересечения прямой с поверхностью многогранника.***

- Если прямая пересекается с поверхностью геометрического тела, то она имеет с этой поверхностью в общем случае две точки — точку входа и точку выхода.



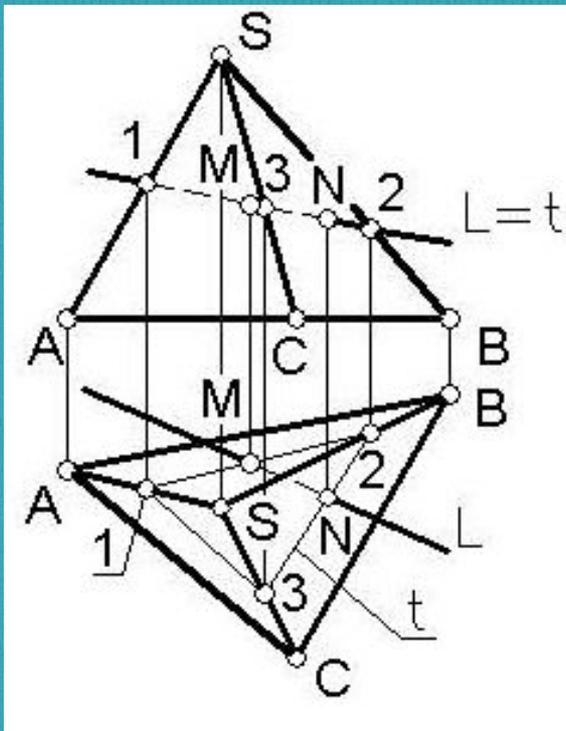
**Пример . Построить точки пересечения прямой  $l$  с поверхностью пирамиды  $SABC$ .**

Построим на поверхности пирамиды вспомогательную ломаную линию  $t$ , фронтально конкурирующую с прямой  $l$ .

Эта вспомогательная линия определяется точками 1, 2 и 3. Видно, что данная прямая пересекается с вспомогательной линией в точках  $M$  и  $N$ , которые и являются искомыми точками пересечения. При этом вначале точки  $M$  и  $N$  строятся на горизонтальной проекции в пересечении прямой  $l$  с **вспомогательной** линией  $t$ , **а затем проецируются** на фронтальную проекцию прямой  $l$ .

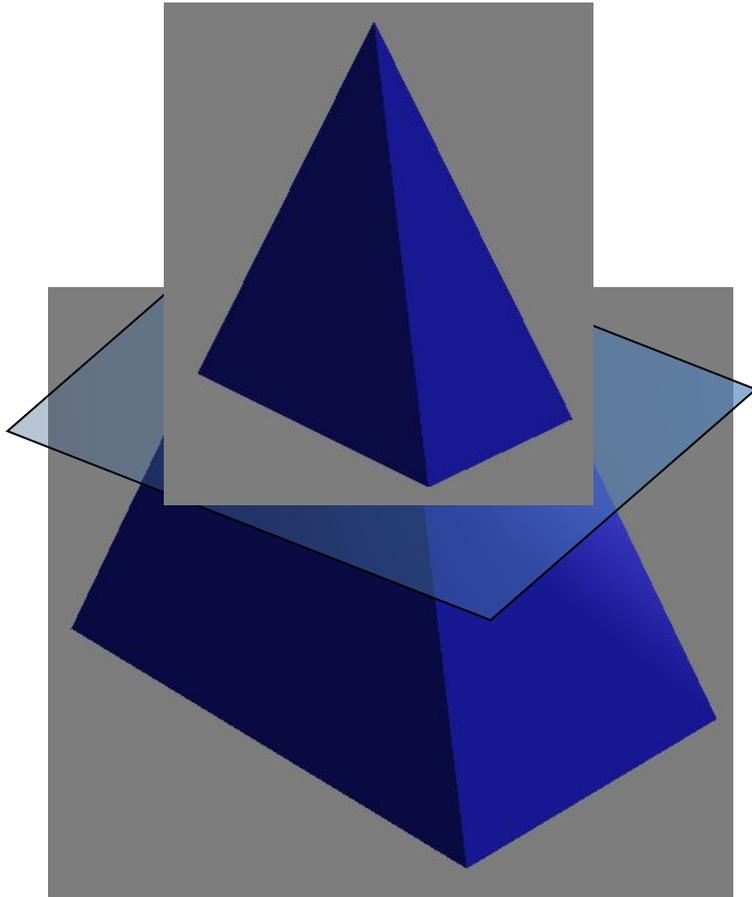
Определим видимость прямой  $l$ . **На** виде сверху (на горизонтальной проекции) точки  $M$  и  $N$  лежат в видимых гранях пирамиды, поэтому эти точки здесь видимы, а прямая  $l$  **будет** невидима только на отрезке  $MN$ , находящемся внутри поверхности пирамиды. На виде спереди (на фронтальной проекции) точка  $M$  лежит в невидимой грани  $SAC$ , тогда как точка  $N$  – в видимой грани  $SCB$ . Поэтому прямая  $l$  **невидима от точки  $N$  до точки  $M$  и далее до** точки, конкурирующей с точкой 1 ребра  $AS$ .

В частных случаях: **при построении точек пересечения прямой с поверхностью многогранника, когда прямая или грани многогранника являются проецирующими, следует использовать «вырождение» их проекций в точку или прямые.**



# ***Сечение многогранника плоскостью***

---

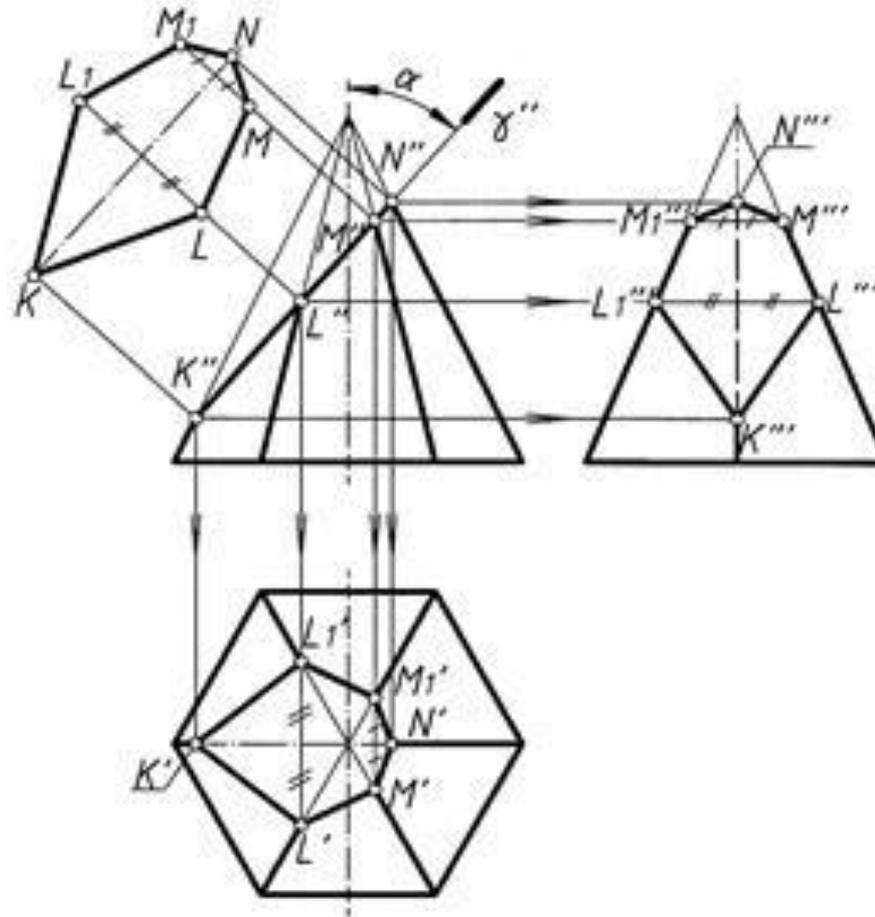


В общем случае  
линия пересечения –  
*плоская ломаная линия*

## Пересечение многогранника плоскостью общего положения.

### Нахождение натуральной величины сечения.

Общий прием построения проекций сечения многогранников сводится к нахождению проекций точек пересечения ребер многогранника с данной плоскостью. Можно также находить линии пересечения поверхности граней многогранника с секущей плоскостью.



## ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ

Линия пересечения многогранников (*линия перехода*) в *общем* случае является пространственной ломаной линией. В некоторых случаях она может распадаться на несколько отдельных частей, которые могут быть и плоскими многоугольниками.

Вершинами этой ломаной линии являются точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго, а также ребер второго многогранника с гранями первого. Сторонами линии пересечения являются отрезки прямых, по которым пересекаются грани обоих многогранников.

Поэтому построение линии пересечения многогранников сводится к многократному решению задачи на пересечение прямой с плоскостью, а построение сторон этой линии сводится к многократному решению задачи на пересечение плоскостей. Обычно находят вершины линии пересечения, а стороны определяют соединением соответствующих вершин. Ясно, что соединять отрезками прямых можно только те пары вершин, которые лежат в одной и той же грани первого многогранника и в то же время в одной и той же грани второго многогранника. Если же рассматриваемая пара вершин хотя бы в одном многограннике принадлежит разным граням, такие вершины не соединяются.

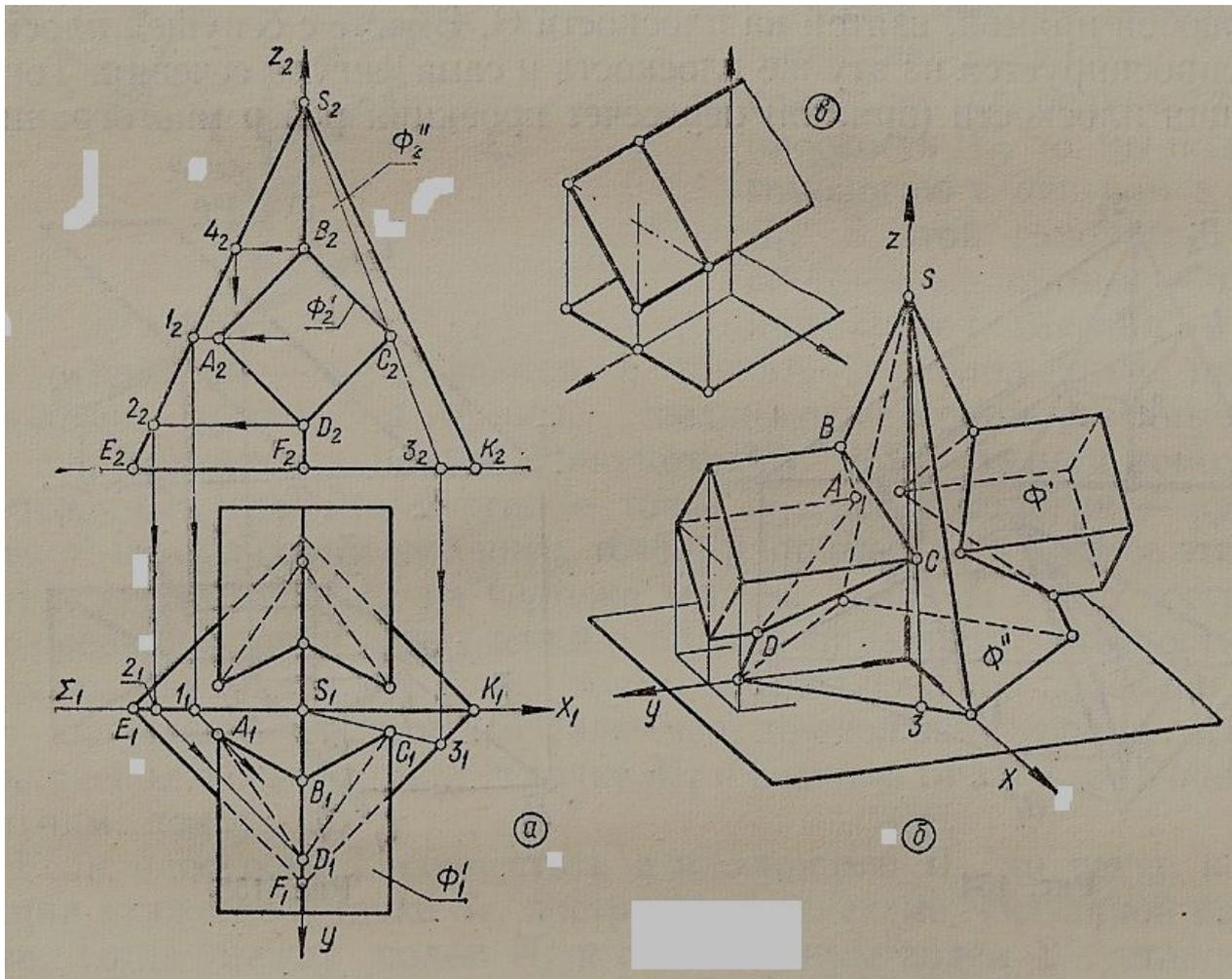
Порядок соединения вершин линии пересечения определяется проще, если выяснен вопрос с видимостью ребер многогранников.

При этом для каждого ребра, на котором есть вершины линии пересечения, отмечена видимость *до и после его пересечения с другим* многогранником. Видимыми будут только те видимые ребра каждого многогранника, которые пересекаются с видимыми гранями другого многогранника. При соединении вершин линии пересечения необходимо учитывать видимость ее звеньев. Видимыми будут те звенья, которые принадлежат одновременно видимым граням обоих многогранников.

Логично, что проекции линии пересечения могут располагаться только в пределах *площади наложения проекций многогранников*.

Поэтому если хотя бы на одном виде (проекции) ребро находится вне площади наложения, то это ребро не пересекается с другим многогранником.

Следовательно: ***построение вершин линии пересечения двух многогранников сводится к проведению на поверхности каждого многогранника вспомогательных ломаных линий, конкурирующих с ребрами другого многогранника, и определению точек пересечения этих вспомогательных линий с соответствующими ребрами. Построение сторон линии пересечения сводится к последовательному соединению отрезками прямых тех пар вершин, которые лежат в одной и той же грани каждого из данных многогранников.***



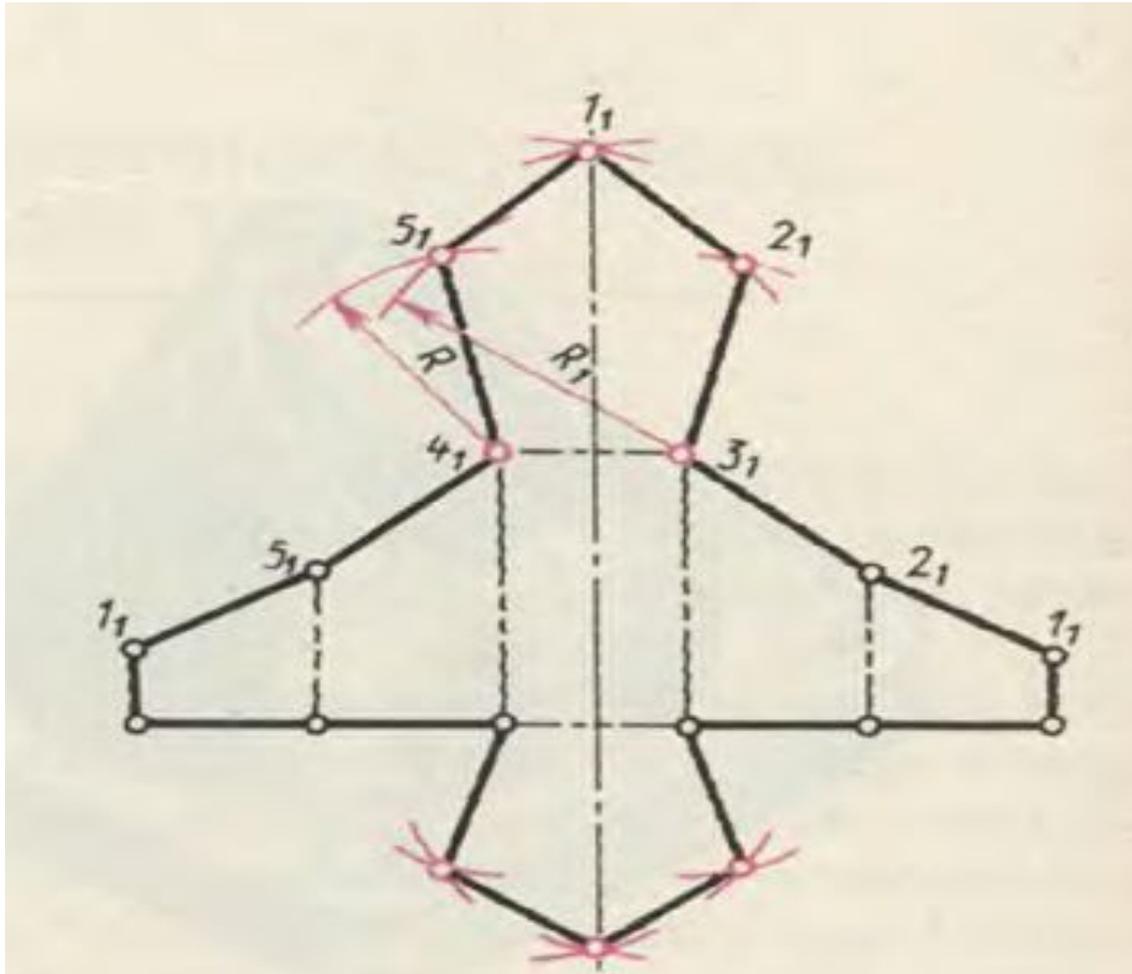
- Линия  $q$  взаимного пересечения многогранников представляет пространственную замкнутую ломаную линию.

РАЗВЕРТКА

# РАЗВЕРТКА

***Разверткой*** поверхности называется *плоская фигура*, полученная при совмещении поверхности геометрического тела с *одной плоскостью* (без наложения граней или иных элементов поверхности друг на друга).

# Прием ТРИАНГУЛЯЦИИ, применяемый для построения развертки



# Развертки круглых тел

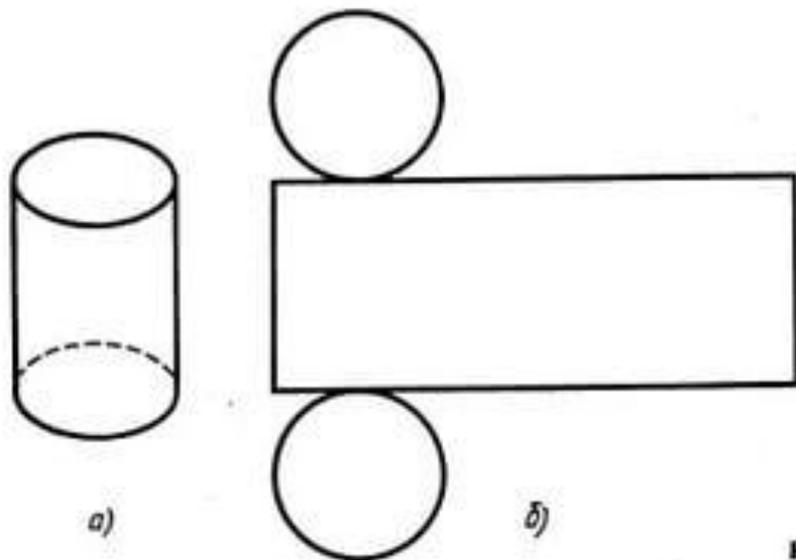


Рис. 50



Найти соответствие

