

# Измерение отклика двухуровневой квантовой системы в эксперименте по эластичному рассеиванию электромагнитного поля

Подготовили Сабиров Тимур и Даниил Садовников

в рамках мастер-класса ЛФИ “Горизонты физики”

Руководители: Гунин Сергей Александрович, Васенин Андрей Владимирович

# Содержание

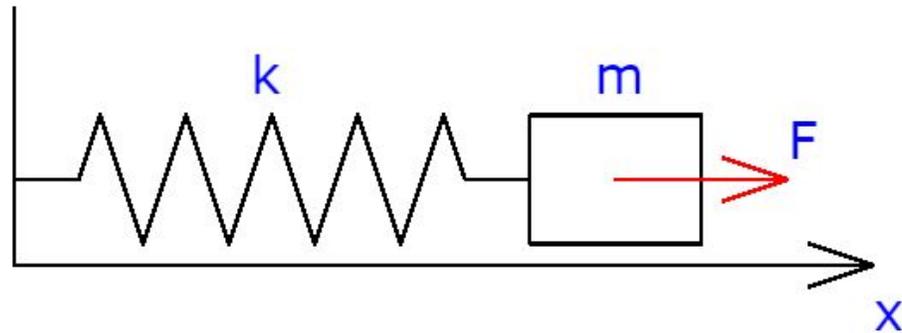
- 1.Цели проекта
- 2.Электромагнитные аналогии
- 3.Модель эксперимента
- 4.Полученные экспериментальные данные квантовой системы
- 5.Индуктивность системы и изменению резонансной частоты в зависимости от внешнего магнитного поля
- 6.Заключение

# Цели проекта

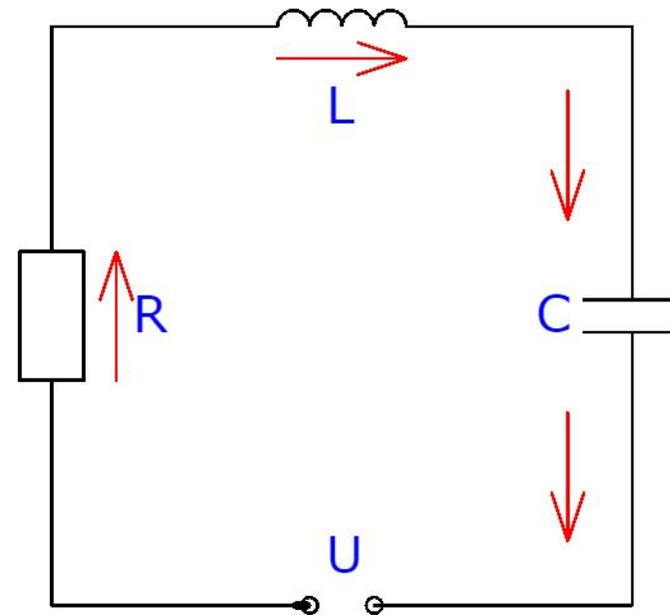
- 1) Получить представление об электромеханических аналогиях в резонансных системах.
- 2) Проанализировать АЧХ и ФЧХ исследуемых систем и экспериментально вычислить значения некоторых параметров

# Электромеханические аналогии

$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F}{m}$$



$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = \frac{U}{L}$$



# Частное решение

Общее дифференциальное уравнение будет иметь вид:

$$\ddot{z} + 2\gamma\dot{z} + \omega_0^2 z = X = X_0 e^{i\omega t}$$

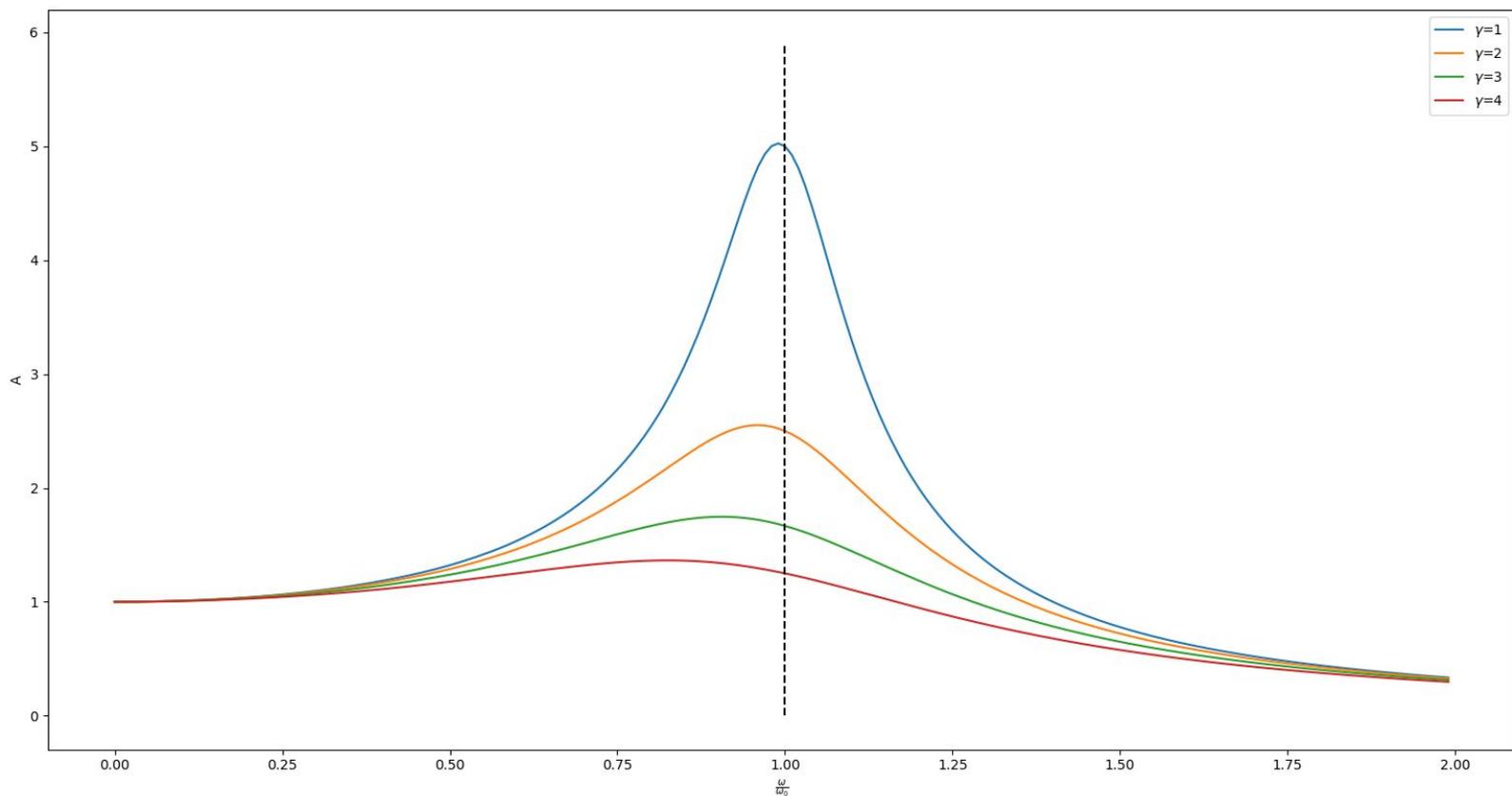
Частное решение (вынужденные колебания осциллятора):

$$z = \frac{X_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma} e^{i\omega t} = A e^{i(\omega t - \phi)}$$

$$Abs(z) = A = \frac{X_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\gamma^2}}; Arg(z) = \phi = \arctan\left(\frac{2\omega\gamma}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

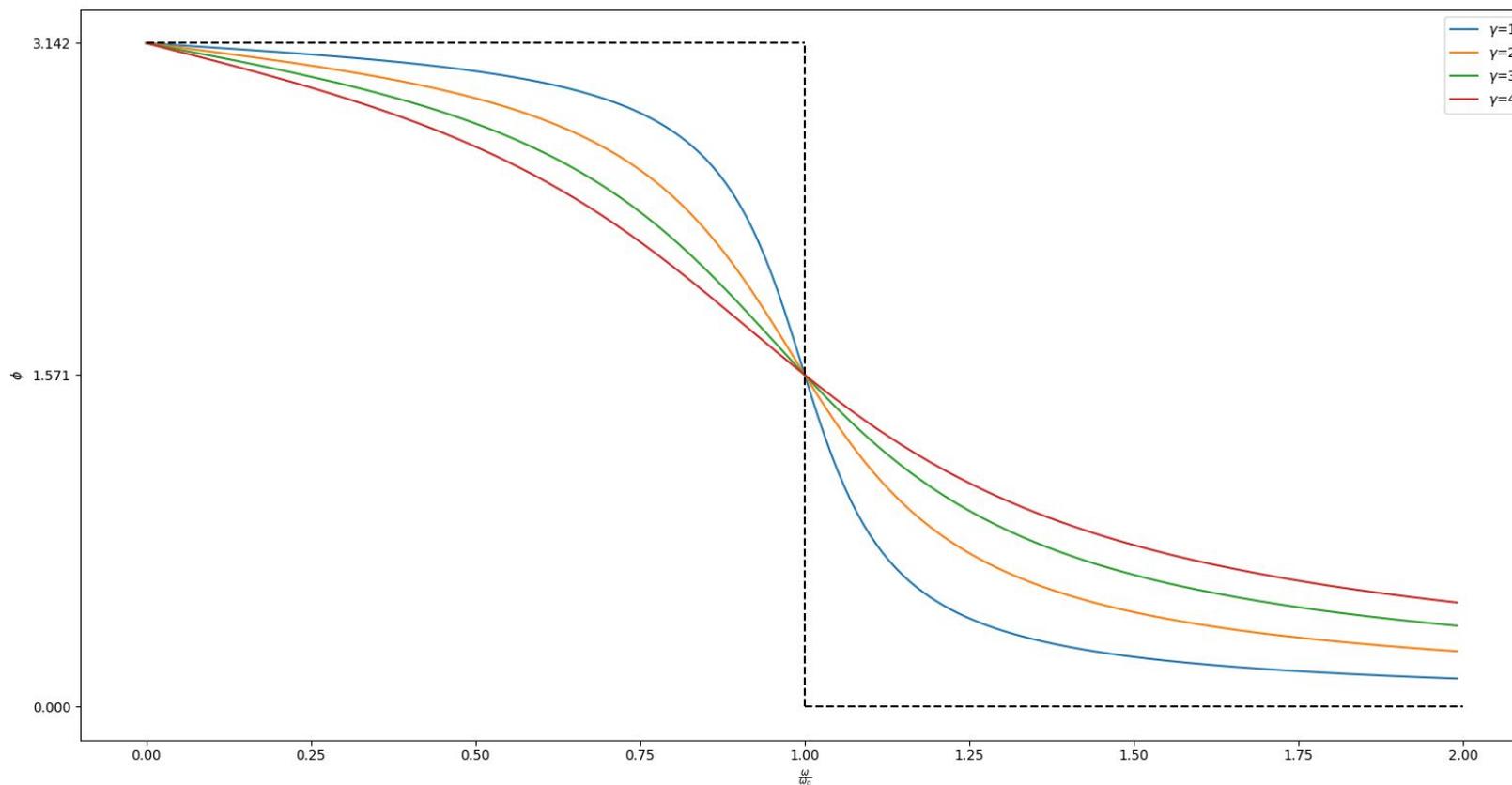
# АЧХ

$$A = \frac{X_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\gamma^2}}$$

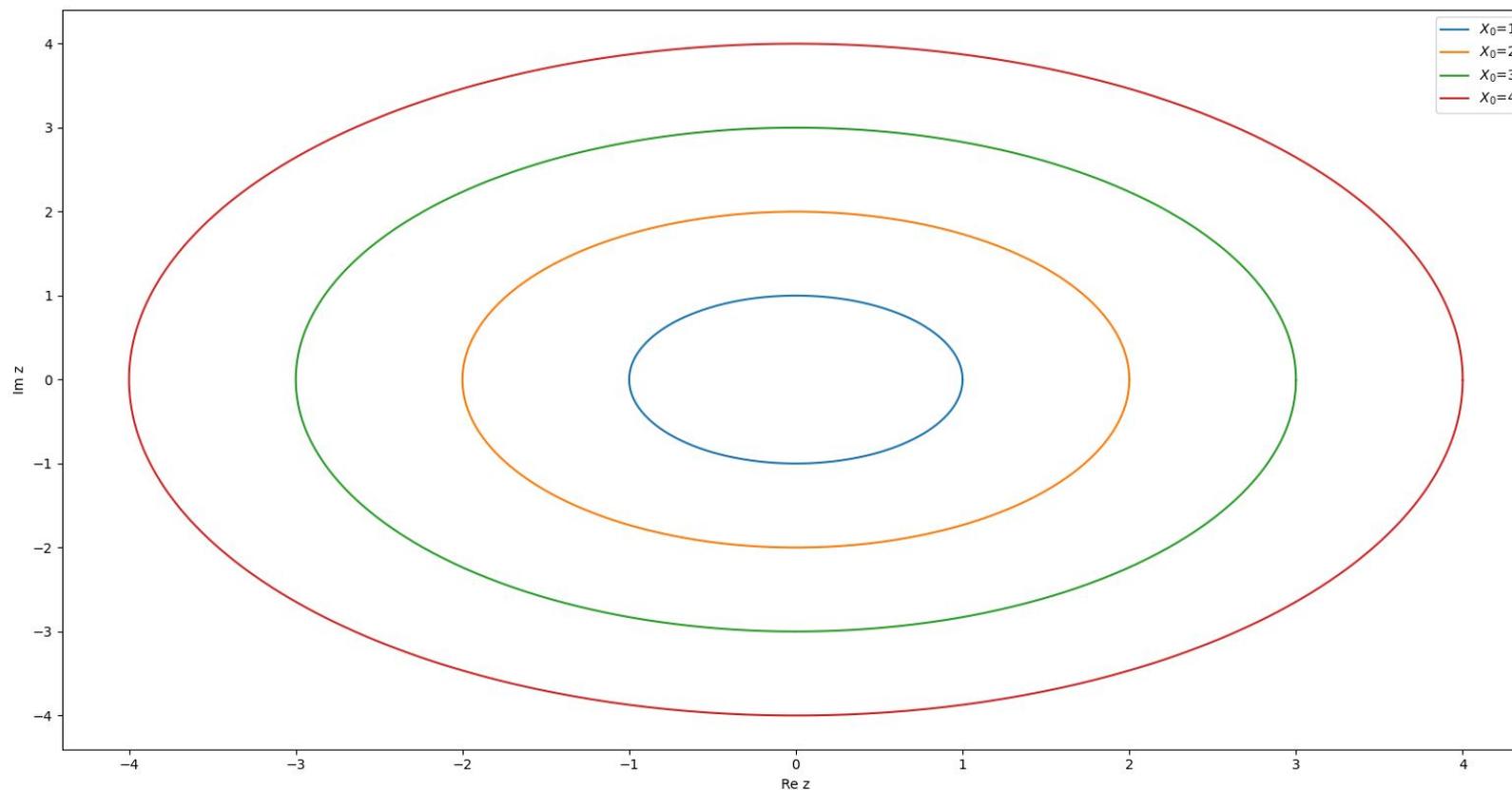


# ФЧХ

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\omega\gamma}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$



# Комплексная плоскость



# Модель эксперимента

$$S_{21} = a e^{i\alpha} e^{i2\pi f\tau} \left( 1 - \frac{\Gamma_1}{2\Gamma_2} \frac{1 + i\frac{\omega}{\Gamma_2} e^{i(2\pi + \varphi)}}{1 + \left(\frac{\delta\omega}{\Gamma_1}\right)^2 + \frac{\Omega_0^2}{\Gamma_1 \Gamma_2}} \right)$$

$$S_{21}(\omega) = \frac{U_2(\omega)}{U_1(\omega)}$$

$\delta\omega = f - f_q$ , где  $f_q$  - резонансная частота,  $f$  - частота сигнала

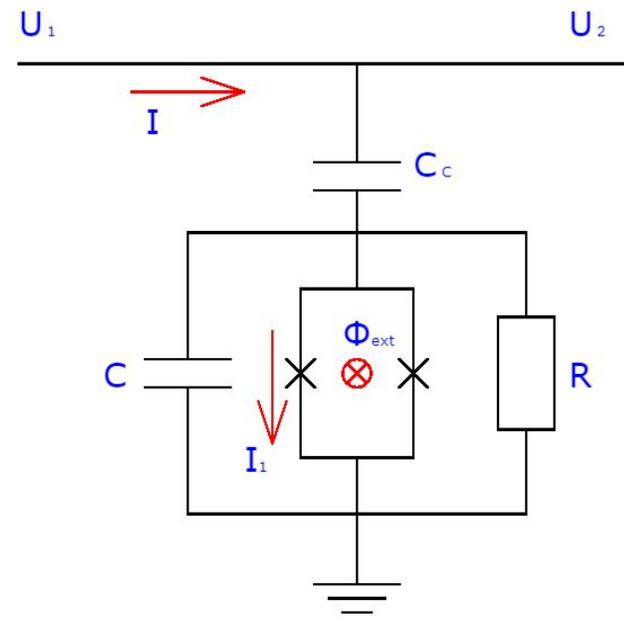
$\Omega_0$  - частота Раби

$\varphi$  - "поворот эллипса"

$\alpha$  - угол наклона центра эллипса относительно ОХ

$a$  - некоторый коэффициент

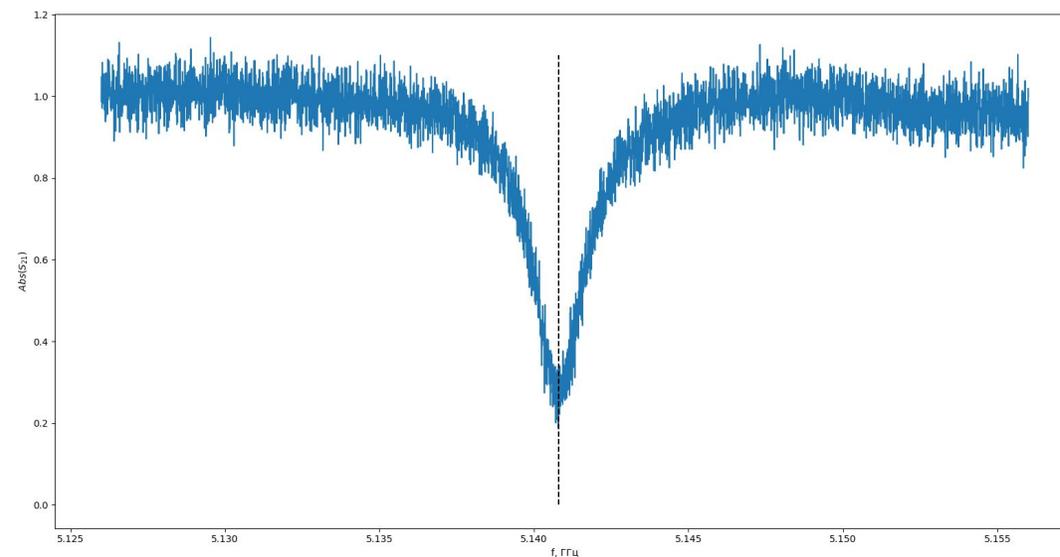
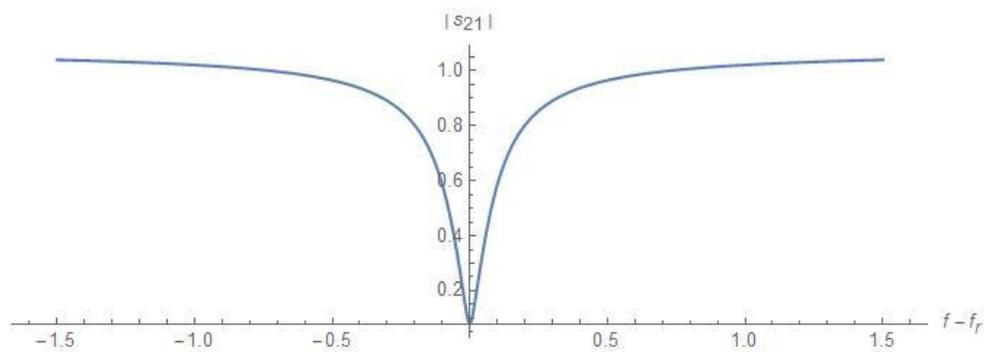
$\Gamma_1, \Gamma_2$  - константы релаксации (частота распада, частота декогеренции)



# AЧХ

$Abs(S_{21})$

$f_r = 5.1408$  ГГц



# АЧХ

ПОЛНАЯ ШИРИНА НА УРОВНЕ  
ПОЛОВИННОЙ АМПЛИТУДЫ  
(FWHM)

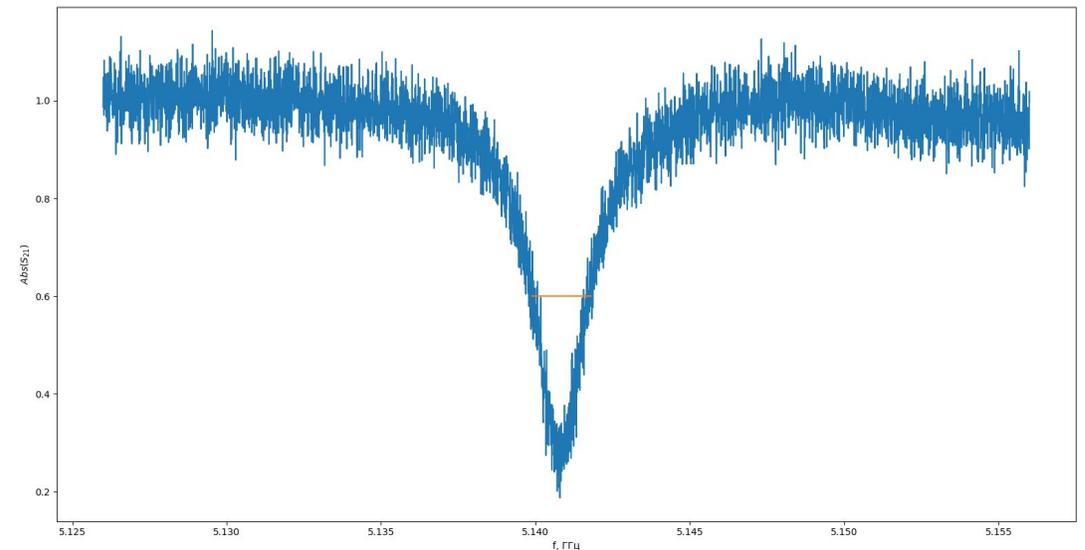
Полученное значение для  
теоретической зависимости:

$$FWHM = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\delta\omega}{\Gamma_2}$$

Из эксперимента:

$$FWHM = 1,5 \text{ MHz}$$

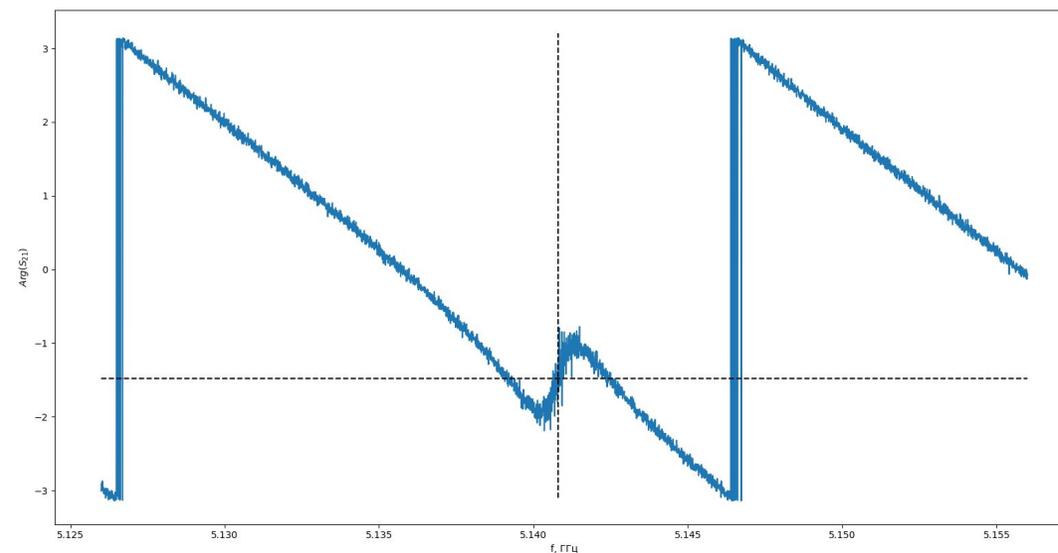
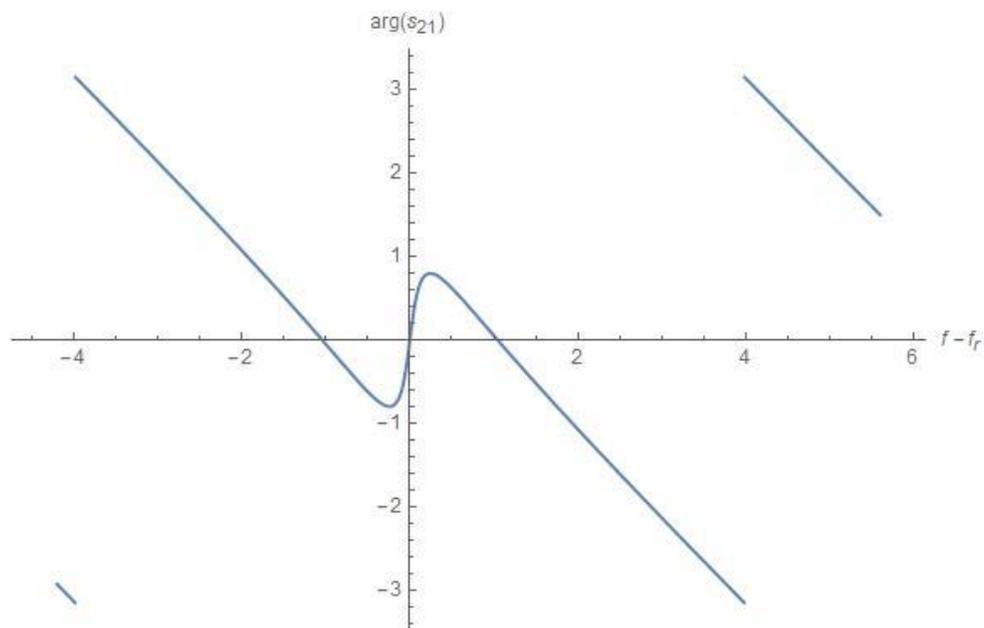
$$\Gamma_2 \approx 1,29 \text{ MHz}$$



# ФЧХ

$Arg(S_{21})$

$f_r = 5.1408$  ГГц



# ФЧХ

$$\text{Arg}(S_{21}) = \text{ARCTAN} \left( \frac{-\frac{\Gamma_1 f - f_r}{2\Gamma_2 \Gamma_2}}{1 - \frac{\Gamma_1}{2\Gamma_2} + \frac{\Omega_0^2}{\Gamma_1 \Gamma_2} + \left(\frac{f - f_r}{\Gamma_2}\right)^2} \right) + W(f - f_r)$$

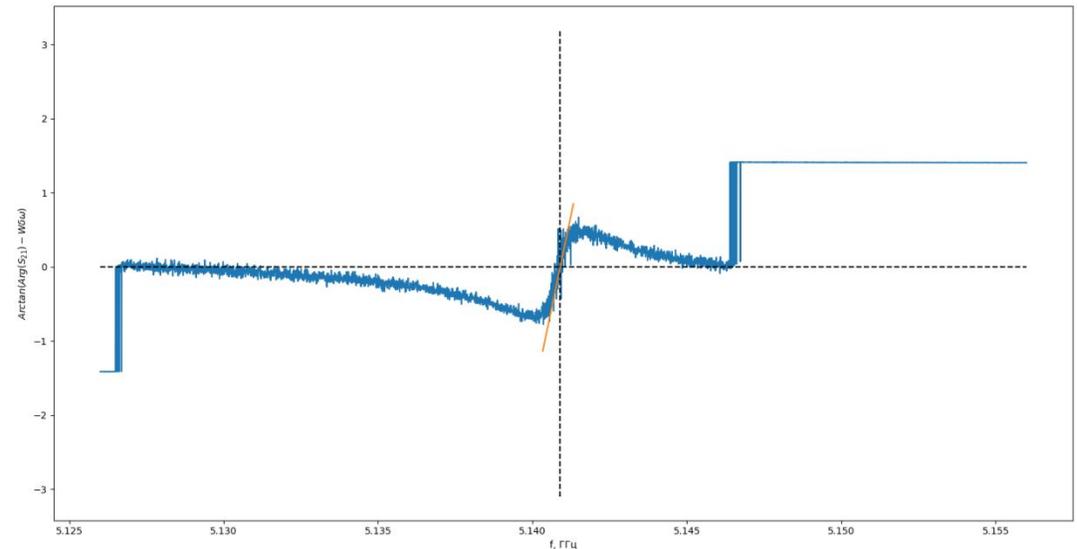
$$W \approx 312$$

После разложения в ряд Тейлора:

$$\text{tg}(\text{Arg}(S_{21}) - W\delta\omega) \approx \frac{\gamma \delta\omega}{\xi \Gamma_2}$$

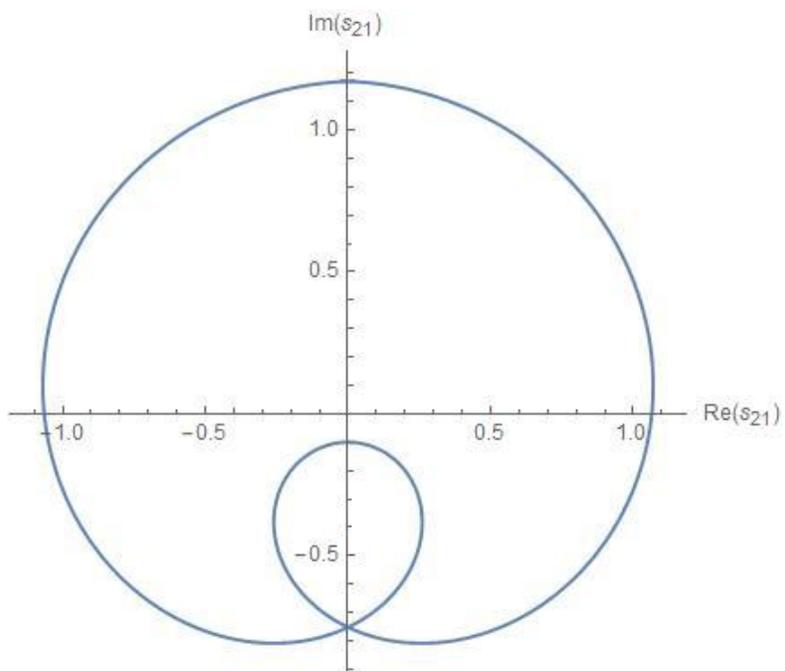
$$\frac{\gamma}{\xi} \frac{1}{\Gamma_2} \approx 2000$$

$$\text{tg}(\text{Arg}(S_{21}) - W\delta\omega) = \frac{-\frac{\Gamma_1 f - f_r}{2\Gamma_2 \Gamma_2}}{1 - \frac{\Gamma_1}{2\Gamma_2} + \frac{\Omega_0^2}{\Gamma_1 \Gamma_2} + \left(\frac{f - f_r}{\Gamma_2}\right)^2} = \frac{\gamma \frac{\delta\omega}{\Gamma_2}}{\xi + \left(\frac{\delta\omega}{\Gamma_2}\right)^2}$$

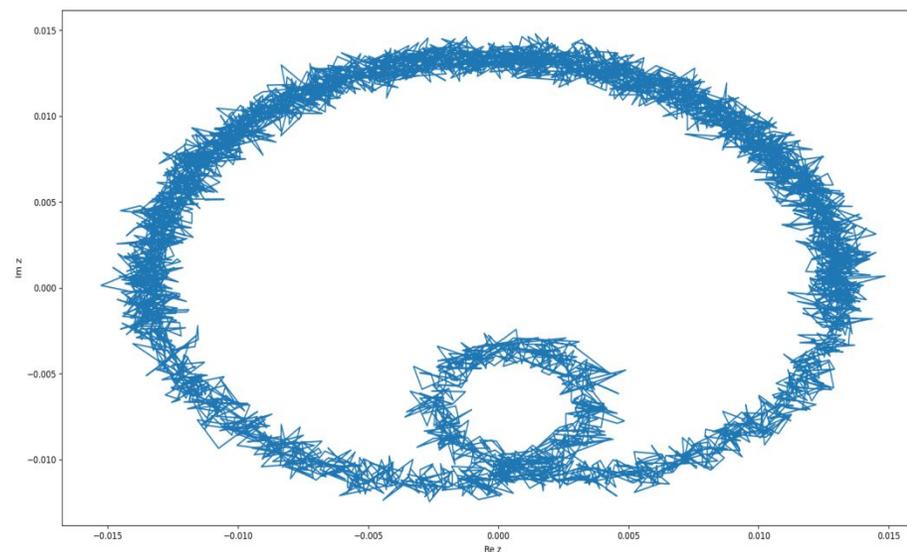


# Комплексная плоскость

$\{Re(s_{21}), Im(s_{21})\}$



ПАРАМЕТРЫ ЭЛЛИПСА



# Комплексная плоскость

ПРИБЛИЖЕНИЕ ЭЛЛИПСОМ

$$a = 0,0145$$

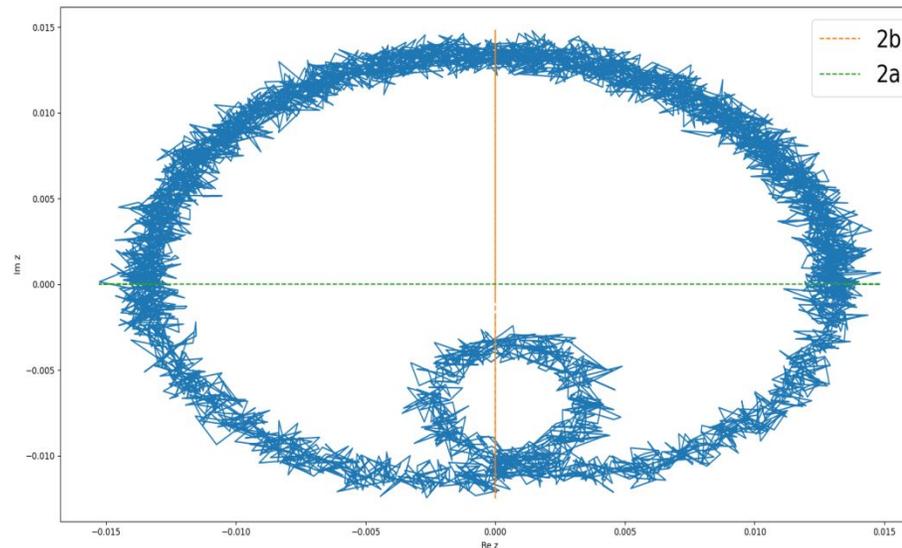
$$b = 0,0134$$

Из экспериментально  
полученных параметров эллипса  
получим:

$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \approx 1,973$$

$$\Gamma_1 \approx 2,5 \text{ МГц}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



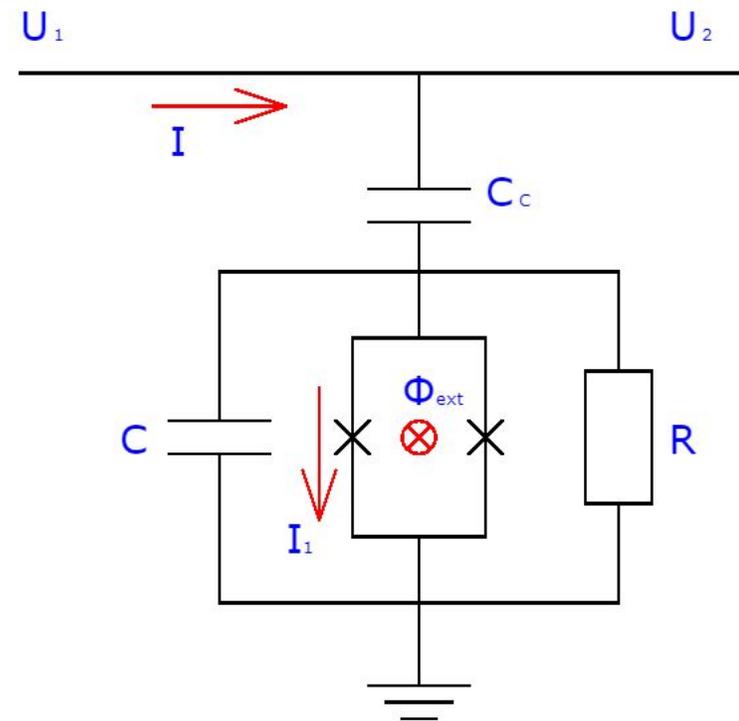
# ИНДУКТИВНОСТЬ КОНТУРА

$$I = I_c \sin \varphi$$

$$L \frac{I^2}{2} = E$$

$$E = E_J (1 - \cos \varphi)$$

$$E_J = \frac{I_c \Phi_0}{2\pi}$$



# Зависимость индуктивности контура от внешнего потока

$$L_a = \frac{\Phi_{ext} - \Phi}{I_c \cos(\varphi_a)}; \quad L_b = \frac{\Phi_{ext} - \Phi}{I_c \cos(\varphi_b)};$$

$$\varphi_b - \varphi_a = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}$$

$$L = \frac{n\Phi_0}{I_c} \frac{1}{2\cos\left(\varphi_b + \frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right)\cos\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right)}$$

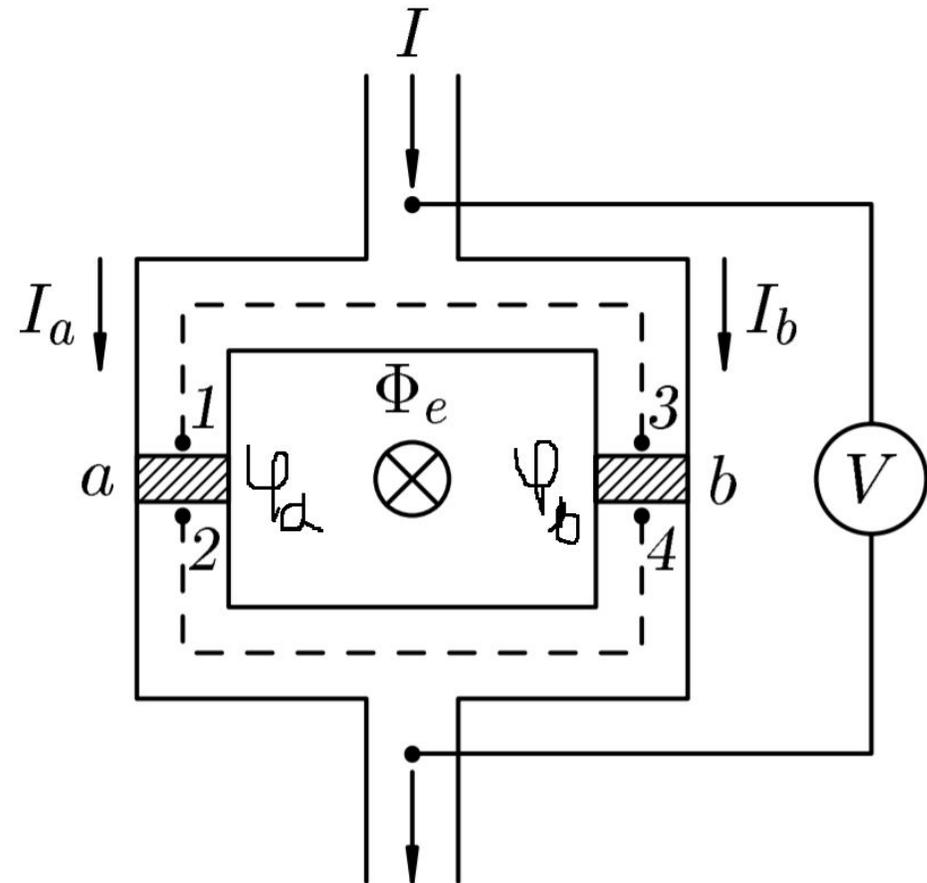
$L_a$  и  $L_b$  - индуктивность левого и правого джозефсоновского элемента

$I_c$  - критическое значение тока(const)

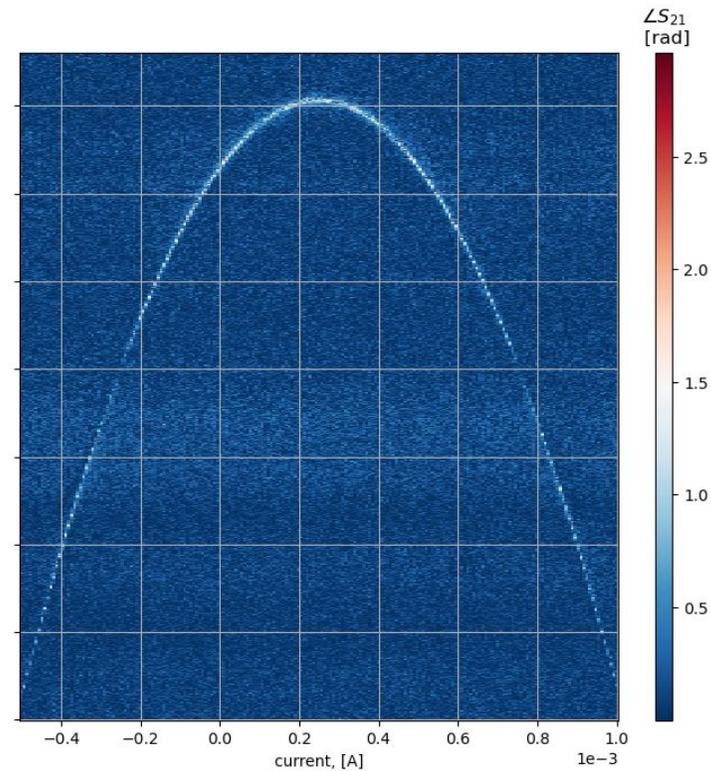
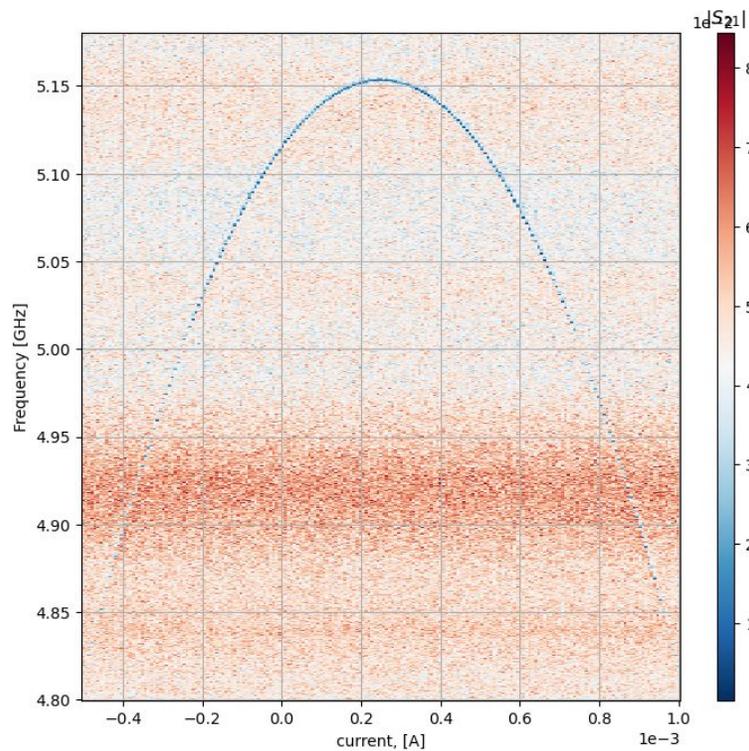
$\varphi_b$  и  $\varphi_a$  - разности фаз

$\Phi_{ext}$  - поток, индуцированный катушкой индуктивности

$\Phi$  - внешний поток



# Изменение резонансной частоты в зависимости от внешнего магнитного поля



# Заключение

- Провели электромагнитную аналогию между механическими колебаниями системы под действием вынуждающей силы и откликом кубита при пропускании сигнала. Качественно описали графики АЧХ, ФЧХ для коэффициента пропускания сигнала ( $S$  – parameter).
- Вычислили некоторые характерные параметры нашей системы, а именно: резонансную частоту  $f_q = 5.141\text{GHz}$ , константы релаксации  $\Gamma_1 = 2,5\text{ MHz}$  и  $\Gamma_2 = \frac{\Gamma_1}{2} = 1,25\text{ MHz}$ , а также ширину  $FWHM = 1,5\text{ MHz}$
- Теоретически исследовали, как зависит индуктивность нашего контура от внешнего потока
- Получили наглядный график зависимости трёх параметров: частоты, тока и  $S$  параметра

Спасибо за внимание

20