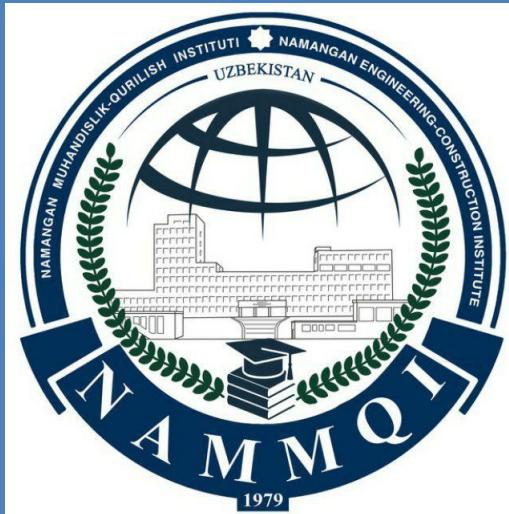


O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi



Namangan Muhandislik Qurilish Institutu

**"Bino va inshootlar qurilishi" kafedrasi dotsenti,
t.f.n. Xodjiev N.R.**

**"Bino va inshootlar zilzilabardoshligi"
fanidan**

No 1 Ma'ruza

**"Bino va inshootlar zilzilabardoshligi" fanidan Kirish
qismi.**

Namangan -2022

Reja

- 1. Bino va inshootlar zilzilabardoshligi fanining
ahamiyati va usullari.**
- 2. Bino va inshootlar zilzilabardoshligi
fanining qisqacha rivojlanish tarixi va boshqa
fanlar bilan uzviy bog'liqligi.**

Lecture 1 Topic: Introduction

Plan

- 1. The importance and methods of the science of earthquake resistance of buildings and structures.**
- 2. A brief history of the science of earthquake resistance of buildings and structures and its integral connection with other sciences.**

1. Bino va inshootlar zilzilabardoshligi fanining ahamiyati va usullari

**Fanning o'qitishdan maqsad –
inshoot va konstruktsiyalarda
dinamik kuchlar ta'siridan hosil
bo'ladigan ichki zo'riqish
kuchlarini aniqlab, ularning
zilzilabardoshligini ta'minlashdan
iborat.**

Fanning vazifasi.

– inshoot va konstruktsiyalarda statik va dinamik kuchlar ta’siridan hosil bo’ladigan ichki zo’riqish kuchlari va deformatsiyalarni aniqlash; inshoot elementlarining materiali ma’lum bo’lsa ichki zo’riqish kuchi va deformatsiyasiga ko’ra har bir element va inshootning mustahkamligini, bikirligini va ustivorligini tekshirish; aniqlangan ichki kuchlar va deformatsiyalar miqdoriga ko’ra, elementning seysmik mustahkamligini, bikirligi, ustivorligini ta`minlaydigan inshoot elementlarining o’lchamlarni aniqlashdan iborat. Bunday hisoblash usulini loyihalash usuli deb ataladi.

1. Binolarni texnik baholashning vazifalari.

.

- bino konstruktsiyalarining eskirishini belgilovchi omillar, jismoniy eskirishini aniqlash usullari;
- bino va ulardagi injenerlik tizimlariga bo'lgan ekspluatatsiya talablari;
- binoda kuzatuv-tekshiruv ishlarini olib borish tartibi;
- texnik diagnostika;
- defekt, shikastlanish va avariya holatlari;
- konstruktsiyalarning shikastlanish sabablarini aniqlash;
- kuzatuv-tekshiruv ishlari natijalari bo'yicha texnik xulosalar tayyorlash bo'yicha nazariy-amaliy bilimlarni uzviylik va uzlucksizlikda o'rgatishdan iborat.

ASOSIY ADABIYOTLAR

1. М.М. Mirsaidov, T.Z.Sultanov Inshootlar zilzilabardoshligi Toshkent, 2012.
2. B.C. Rahmonov, X.C. Saidov, E.M. Yunusaliev Inshootlar dinamikasi va zilzilabardoshligi Toshkent, 2013.
3. Абдурашидов Қ.С., Ҳобилов Б.А., Тўйчиев Н.Д., Рахимбаев А.Ғ. Қурилиш механикаси. – Тошкент, Ўзбекистон, 1999. -382 б.
4. Б.А.Ҳобилов. Иншоотлар динамикаси асослари ва зилзилабардошлиги. 1-қисм. Ўқув қўлланма. Тошкент, Ўқитувчи, 2006.- 96 б.
5. Б.А.Ҳобилов. Иншоотлар динамикаси асослари ва зилзилабардошлиги. 2-қисм. Ўқув қўлланма. Тошкент, Ўқитувчи, 2007. -160 б.
6. Б.А.Ҳобилов, Ш.М.Ёқубов, Рахманов Б.Қ. Бино ва иншоотларни сейсмик кучлар таъсирига ҳисоблаш. Ўқув қўлланма. Тошкент, Ўқитувчи, 2005. -69 б.

ASOSIY ADABIYOTLAR

7. М.Мартемьянов. Проектирование и строительства в сейсмических районах. М.: Стройиздат, 1985. -220 с.
8. ҚМҚ 2.01.03-96. Зилзилавий ҳудудларда қурилиш. Т.: Үздавархитек-құм. 1996
9. ҚМҚ 2.01.07-96. Юклар ва таъсирлар. Т., 1996.
- 10.Gunther Achs, Christoph Adam “Erdbeben im Wiener Becken”
- 11.Jack Mochle “Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings”2014
- 12.M. Khan “Earthquake-Resistant Structures”2013
- 13.Jeffrey Ger, Franklin Y. Cheng “Seismic Design Aids for Nonlinear Analysis of 14.Reinforced Concrete Structures” 2012 by Taylor & Francis Group, LLC

QUSHIMCHA ADABIYOTLAR

1. И.Л.Корчинский. Основы проектирование и строительства в сейсмических районах. М., Стройиздат, 1961.
2. Ҳобилов Б.А., Ш.М.Якубов, Рахманов Б.Қ. Икки қаватли темирбетон каркасли саноат биносини сейсмик кучлар таъсирига ҳисоблаш. Услубий кўрсатма. Тошкент, Ўқитувчи, 2003. -22 б.
3. М.М. Mirsaidov, T.Z. Sultanov Inshootlar zilzilabardoshligi Toshkent, 2012.
4. B.C. Rahmonov, X.C. Saidov, E.M. Yunusaliev Inshootlar dinamikasi va zilzilabardoshligi Toshkent, 2013.
5. Michael N. Fardis “Seismic design, assessment and retrofitting of concrete buildings” Springer Science Business Media B.V. 2009.

QUSHIMCHA ADABIYOTLAR

6. Charles K. Erdey “Earthquake Engineering”: Application to Design. Copyright. 2007 John Wiley & Sons, Inc.
7. www.ziyo.net
8. <http://www.my stroymex.ru>
9. [www. Wikipedia.org](http://www.Wikipedia.org)
10. www.oliygoh.uz.com
11. Seysmika.ru
12. Vashdom.ru

Inshoot massalarida tezlanish uyg‘otadigan kuchlar dinamik kuchlar deb ataladi. Inshoot qismlariga asta-sekin qo‘yiladigan kuchlar statik kuchlarni tashkil etadi. Dinamik kuchlar ta’sirida inshootda hosil bo‘ladigan kuchlanish, deformatsiya va ko‘chishlar vaqt o‘tishi bilan o‘zgarib turadi. Statik kuchlar ta’sirida esa bunday o‘zgarishlar sodir bo‘lmaydi.

Dinamik kuchlarning quyidagi turlari mavjud:

1. Qo‘zg‘alma davriy kuchlar. Bunday kuchlar inshootning biror yeriga o‘rnatilgan, aylanuvchi qismida muvozanatlashmagan massasi bo‘lgan mexanizmlar ta’sirida vujudga keladi (1-rasm,a).

Agar davriy kuchlar sinus yoki kosinus qonuni bo‘yicha beto‘xtov ta’sir etsa, u holda bunday kuchlar vibratsion yoki garmonik kuchlar deb ataladi.

2. Zarbiy kuch. Inshootga tushayotgan yuk (1-rasm,b), zarb bilan uriluvchi mexanizmlar bunday kuchga misol bo‘la oladi.

3. Qisqa muddat ta’sir etuvchi kuchlar (impulslar). Bunday kuchlar birdan paydo bo‘lib, birdan so‘nadi. Portlash natijasida hosil bo‘ladigan kuch qisqa muddat ta’sir etuvchi kuch hisoblanadi.

4. Qo‘zg‘aluvchi kuchlar. Inshoot ustida harakatlanuvchi transport vositalari qo‘zg‘aluvchi kuchlarni hosil qiladi.

5. Seysmik kuchlar. Zilzila jarayonida bino va inshootlarga ta’sir etuvchi kuchlardir.

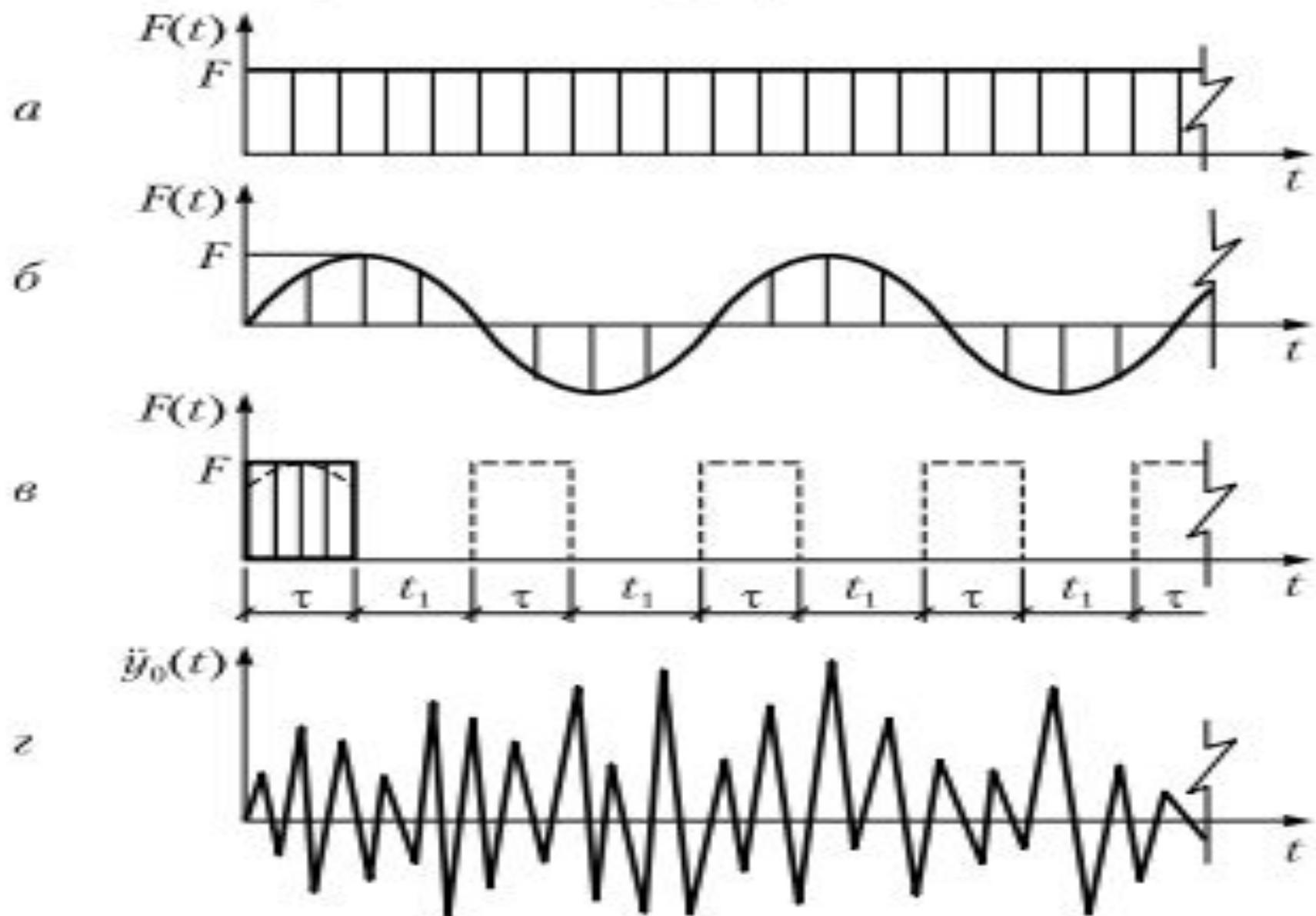
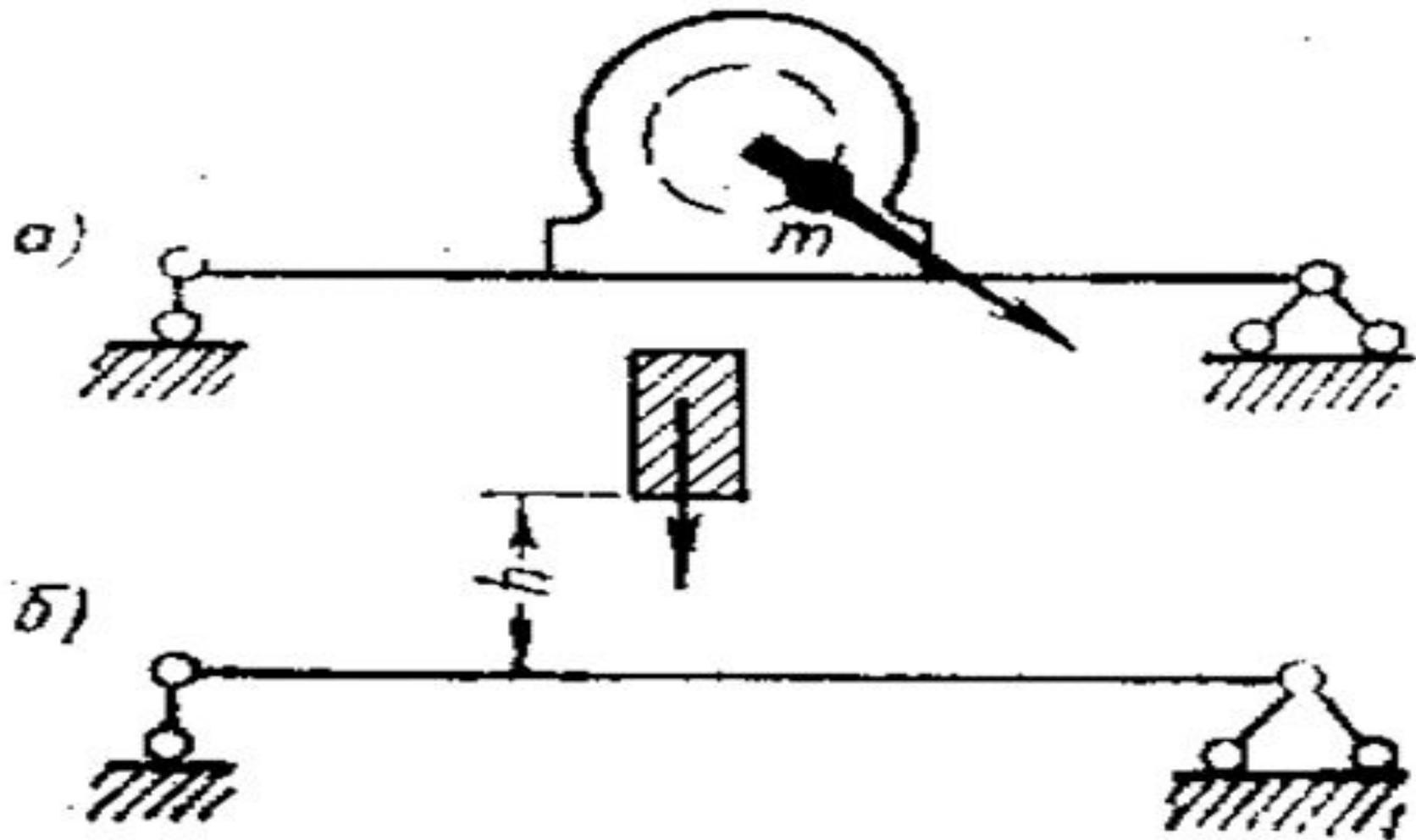


Рис. Д.1. Виды динамического воздействия

Seysmik kuchlar kattaligini to‘g‘ri aniqlay bilish inshootlarning seysmik mustaxkamligini ta’minlashda katta ahamiyatga ega.

Dinamik kuchlar o‘z tabiatiga ko‘ra statik kuchlarga nisbatan birmuncha murakkab bo‘ladi, chunki bunday kuchlar kattaligi, yo‘nalishi va qo‘yilish nuqtasi bilangina emas, vaqt bo‘yicha o‘zgarishi bilan ham xarakterlidir. Shuning uchun ham inshootlarni dinamik kuchlar ta’siriga hisoblash murakkab jarayon sanaladi. Inshootlar dinamikasi quyidagi ikki asosiy masala:

1. Dinamik kuchlar ta’sirida inshootda hosil bo‘ladigan maksimal deformatsiya va kuchlanishlarni aniqlash;
2. Inshootda yetarli darajada kichik deformatsiya va kuchlanish hosil bo‘lishini ta’minlaydigan geometrik o‘lchamlar tanlash masalasi bilan shug‘ullanadi.



2-rasm. Davriy (a) va zarbiy (b) kuchlar

Tebranish turlari. Tebranish turlari benihoya

ko‘p bo‘lib, inson yuragining urishi, o‘pkaning nafas olishi, sovuqdan qaltirash, yorug‘lik va tovush to‘lqinlari, qadam tashlab yurishimiz, elektr qo‘ng‘irog‘ining jiringlashi, avtomobil xarakati, yer qimirlash kabi xodisalarning barchasi tebranishga jonli misol bo‘la oladi.

Tinch turgan mexanik sistemaga (masalan, balka yoki matematik tebrangichga) tashqaridan kuch ta’sir ettirilib, shu zahoti olinsa, sistema tebranma harakatlanadi. Sistemaning bunday tebranishi *erkin yoki xususiy tebranish* deb ataladi.

Agar tebranayotgan sistema doim qo‘zg‘atuvchi kuch ta’siri ostida bo‘lsa (1-rasm,a), siste-maning bunday tebranishi **majburiy** tebranisi deb ataladi. Sistemaning erkin tebranishiga tiklovchi (elastik) kuchlar bilan birga qarshilik ko‘rsatuvchi (dissipativ) kuchlar ham ta’sir etadi. Dissipativ kuchlar tebranishning so‘nishiga sabab bo‘ladi. Sistemalarning bu xil tebranishlari so‘nuvchi tebranishlar deb ataladi. Muhitning qarshiligi, ichki ishqalanish kuchlari, tayanchlardagi quruq ishqalanish dissipativ kuchlardir.

Ma'lum vaqt ichida uzluksiz takrorlanib turadigan tebranishlar davriy tebranishlar deb ataladi. To'la tebranish uchun ketgan vaqt tebranish davri (T) deyiladi.

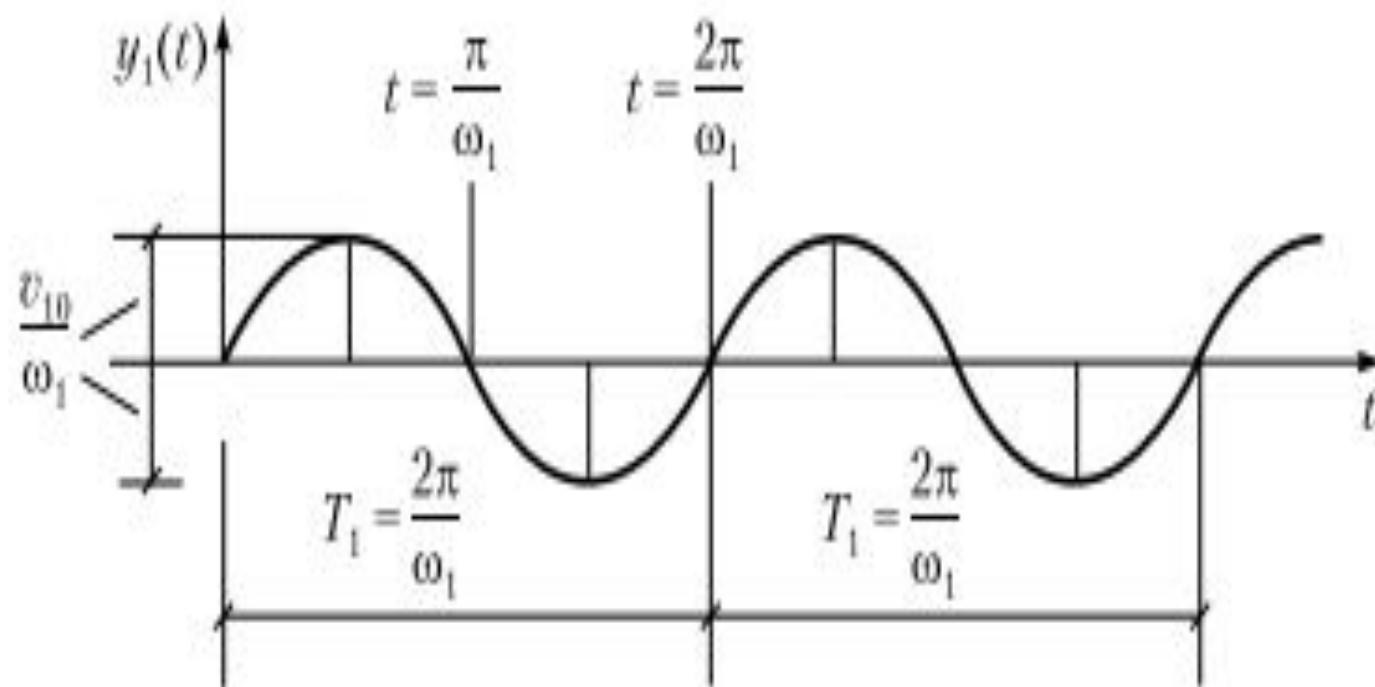


Рис. 1.2. График перемещений массы во времени при свободных колебаниях

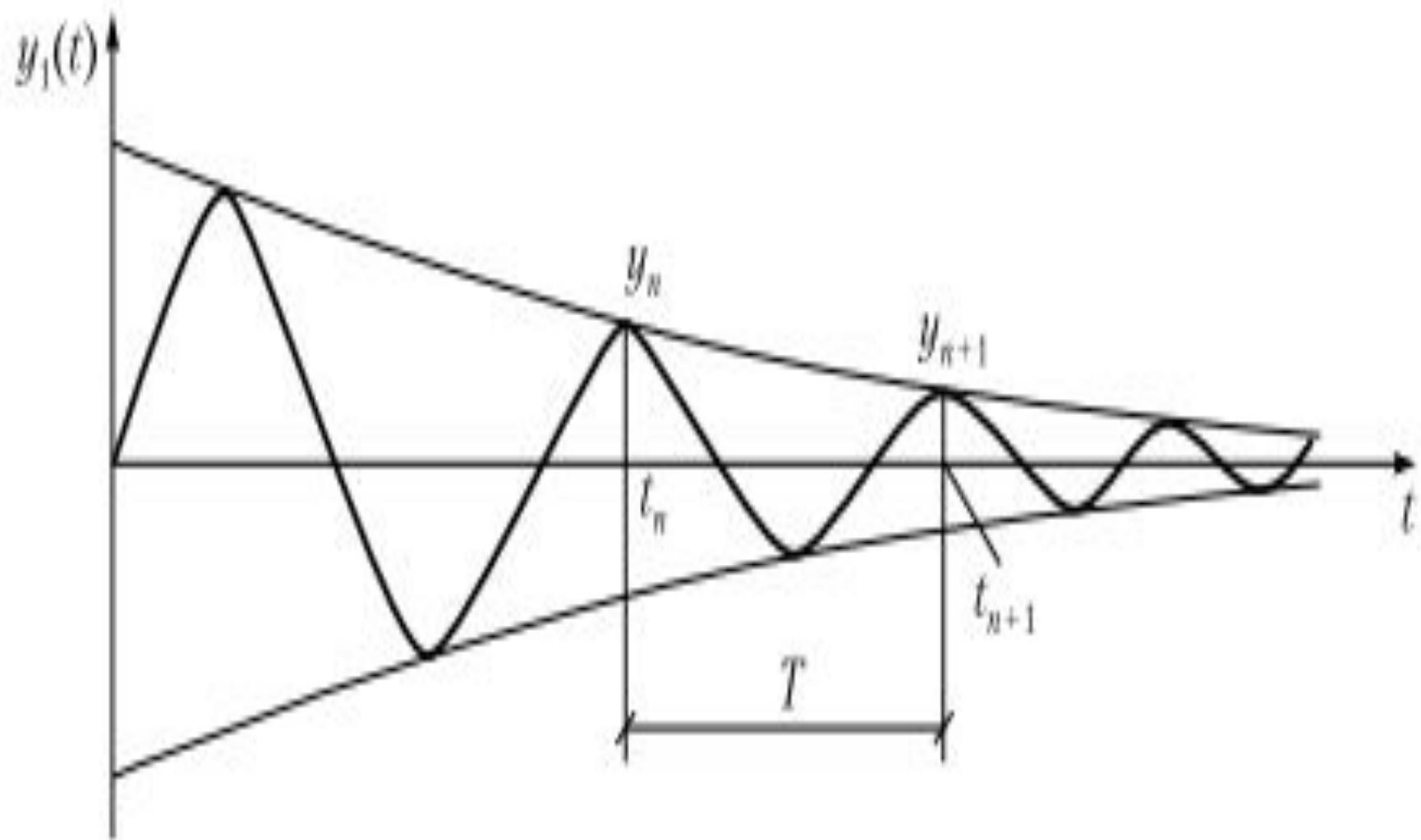
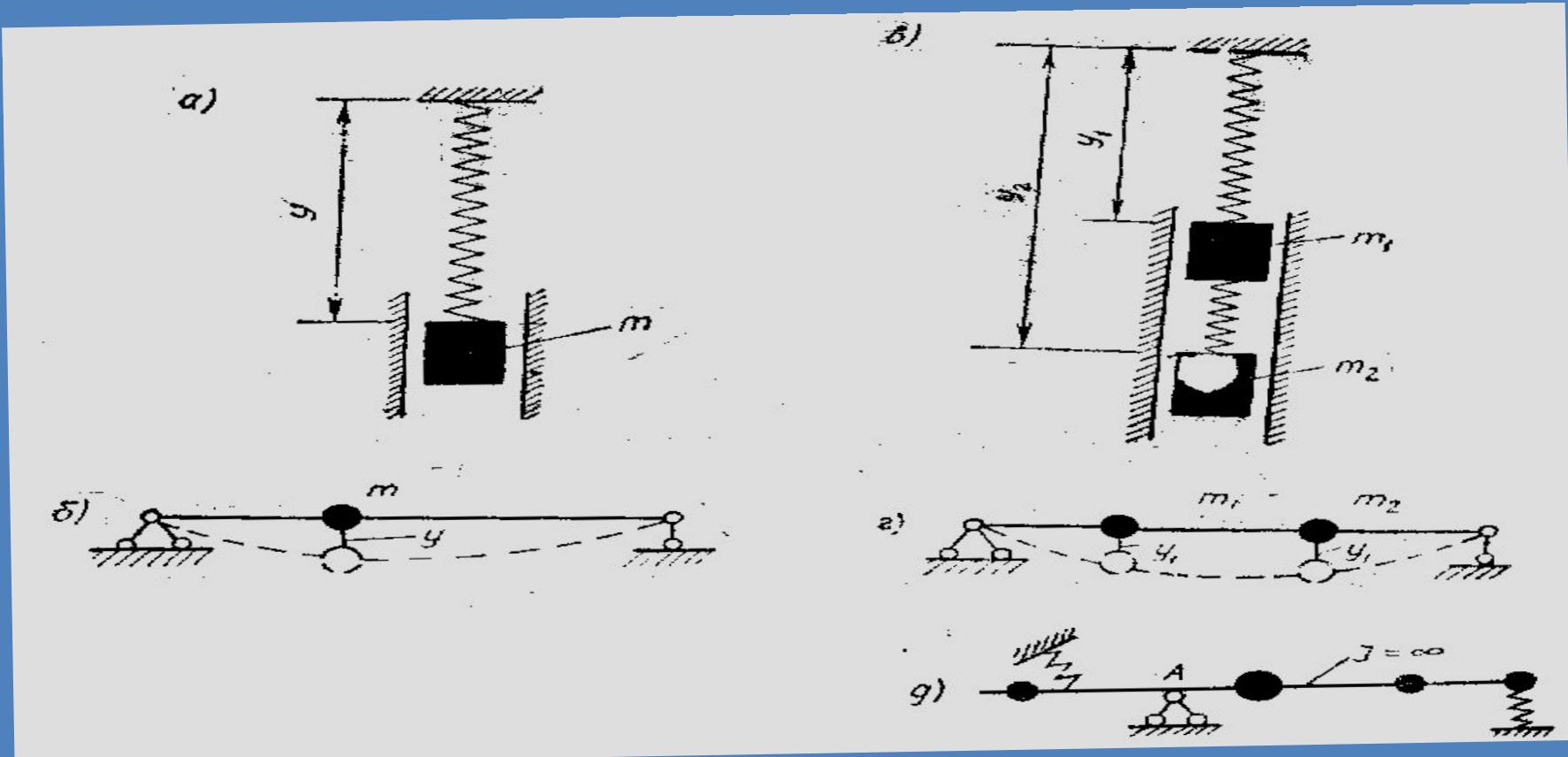


Рис. 1.10. График свободных колебаний с учетом диссипативных сил

Ayrim masalalarini taqriban yechishda dissipativ kuchlar e'tiborga olinmaydi. Tebranishning bunday turi so'nmaydigan erkin tebranish deb nom olgan.



Sistemaning erkinlik darajalari

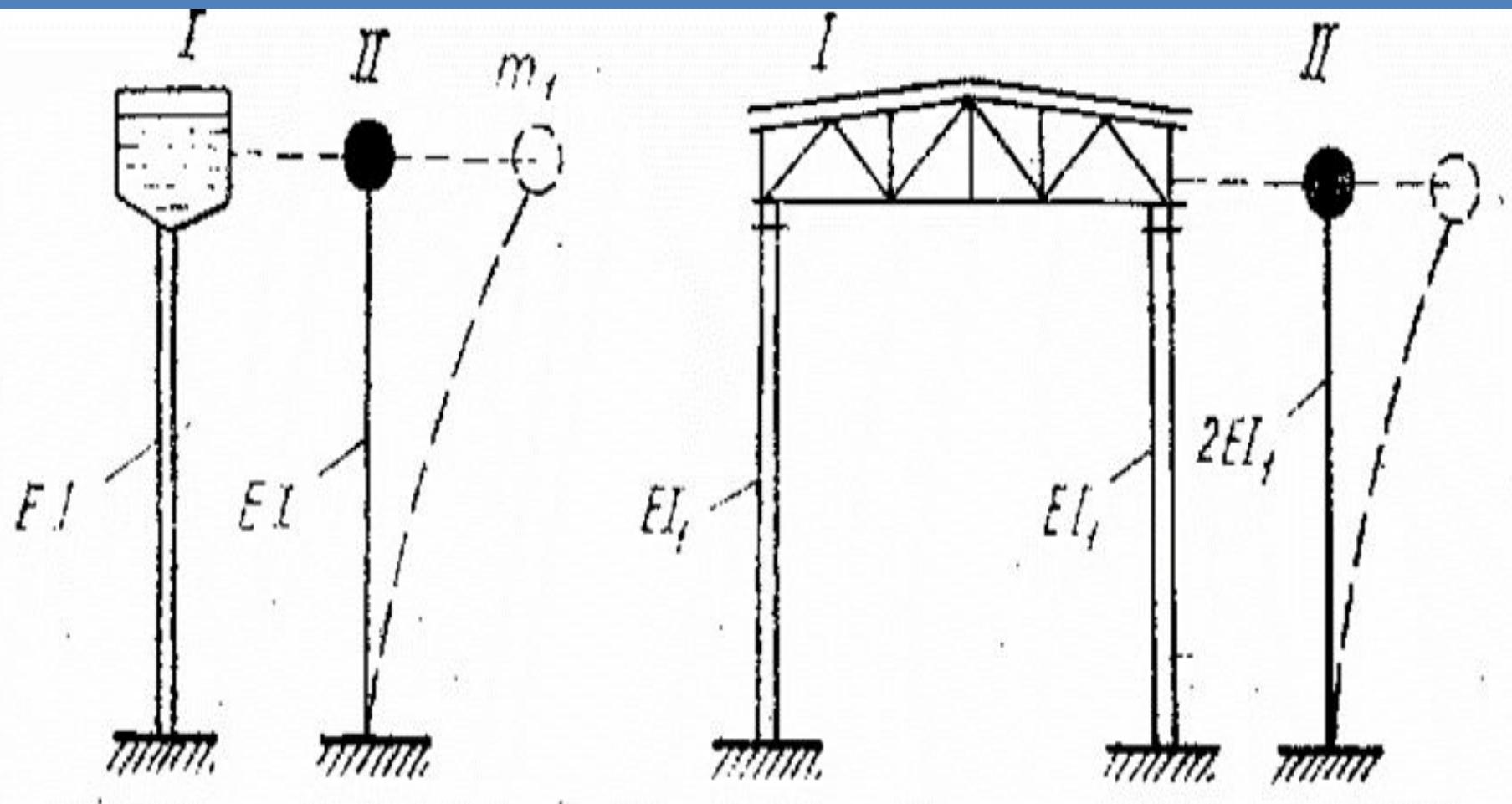
Sistemaning erkinlik darajasi. Inshootlar statikasidagi kabi dinamikasida ham «sistema» deganda sterjenli sistemalar, ya’ni inshootlar tushuniladi. Dinamik hisoblash jarayonida inshootning dinamik hisoblash sxemasidan foydalaniladi. Dinamik hisoblash sxemalarida inshoot massasi ayrim nuqtalarga to‘plangan yoki sistema bo‘ylab tarqalgan deb qaraladi. Massalarning qanday olinishiga qarab, sistemaning erkinlik darajasi turlicha bo‘ladi.

Sistema deformatsiyalanganda barcha massalarning holatini (o‘rnini) belgilovchi geometrik parametrlar soni sistemaning erkinlik darajasi deb ataladi. Vaznsiz prujinaga osilgan m massaning (1–rasm,a) erkinlik darajasi birga teng, chunki uning holatini birgina parametr (y – koordinatasi) bilan aniqlash mumkin. Xuddi shunday bir massali balkanining (1–rasm,b) erkinlik darajasi ham birga teng. 1–rasm, y va g larda erkinlik darajasi ikkiga teng bo‘lgan sistemalar tasvirlangan.

To‘planma (yig‘iq) massalar bikrligi cheksiz katta sterjen ustida joylashgan bo‘lsa, sistema-ning holati sterjenning holati bilan belgilanadi. Masalan, 1–rasm, d dagi sistemaning erkinlik darajasi, massa va prujinalarning sonidan qat’i nazar, birga teng bo‘ladi. Chunki, massalarning holatini sterjenning A tayanchi atrofida og‘ish burchagi bilan belgilash mumkin.

Aslida xaqiqiy konstruksiyalarda massa butun element hajmi bo‘ylab yoyilgan bo‘ladi. Bu esa massalarning soni cheksiz ko‘p

Shunday ekan, massalarning holatini belgi-lovchi parametrlar ham cheksiz ko‘p bo‘ladi. Shunga ko‘ra, gap xaqiqiy konstruksiyalar us-tida borganda, ularning erkinlik darajasi chek-siz ko‘p deb yuritiladi. Biroq sistemaningerkin lik darajasi qancha ko‘p bo‘lsa, hisob ishlari shuncha murakkablashadi. Shu sababli, ko‘pin-cha texnik hisoblarda, uncha juz’iy bo‘lmagan xatolikka yo‘l qo‘ygan holda, sistemaningerkin-lik darajasi chekli ravishda olinadi. Bunda mas-salar sistemaning ayrim nuqtalariga, masalan, inshootdagi og‘ir yuklar joylashgan yerlarga to‘planadi.



3-rasm. Erkinlik darajasi birga teng bo‘lgan sistemaning konstruk-siyasi va hisoblash sxemasi. 3-rasmda erkinlik darajasi birga teng bo‘lgan sistemaning konstruksiyasi va hisoblash sxemasi tasvirlangan .Shakldagi suv bosimi minorasi va bir qavatli ramada massa asosiy yuk joylashgan yerga to‘plangan.

Inshootlar dinamikasi masalalarini yechish usullari.In-shootlar dinamikasi masalalarini yechishda statik va energetik usuldan keng foydalaniladi.

Statik usulning mohiyati shundan iboratki, bunda dinamika masalari Dalamber prinsipi asosida shaklan statika masalariga keltiriladi, ya’ni dinamika tenglamalari statika tenglamalariga keltiriladi.

Dalamber prinsipiga ko‘ra dinamikaning muvozanat tenglamalari quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \sum X + \left(-m \frac{d^2 x}{dt^2} \right) &= 0 \\ \sum Y + \left(-m \frac{d^2 y}{dt^2} \right) &= 0 \\ \sum Z + \left(-m \frac{d^2 z}{dt^2} \right) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

bu yerda, m - muvozanati tekshirilayotgan jismning massasi; x, y, z - jismning koordinata o‘qlari bo‘ylab chiziqli ko‘chishlari; $\Sigma X, \Sigma Y, \Sigma Z$ – jismga ta’sir etayotgan kuchlar proeksiyalarining yig‘indisi, qavsdagi hadlar massaning inersiya kuchini ifodalaydi. Vaqt bo‘yicha olingan hosilani nuqta bilan belgilasak, tenglama quyidagi sodda ko‘rinishni oladi:

$$\sum \ddot{X} - m \ddot{x} = 0; \quad \sum \ddot{Y} - m \ddot{y} = 0; \quad \sum \ddot{Z} - m \ddot{z} = 0$$

Dinamika masalalarini hal etishda energetik usuldan keng foydalaniladi. Bu usul sistemaning tebranma xarakatida energiyaning saqlanish qonuniga asoslanadi. Mazkur qonunga binoan potensial P va kinetik K energiyalar yig‘indisi o‘zgarmas miqdordir.

$$P + K = \text{const}$$

Sistemaning potensial energiyasi qurilish mexanikasining quyidagi formulasidan topiladi:

$$P = \frac{1}{2} \left[\sum \int_0^l \frac{M^2 dx}{EJ} + \sum \int_0^l \frac{N^2 dx}{EF} + \sum \int_0^l \mu \frac{Q^2 dx}{GF} \right],$$

bu yerda, M,N,Q - eguvchi moment, bo‘ylama va ko‘ndalang kuchlar; J,F - inersiya momenti va ko‘ndalang kesim yuzi; E,G - siqilish (cho‘zilish) va siljishdagi elastiklik moduli; μ - ko‘ndalang kesimning shakliga bog‘liq bo‘lgan koeffitsient (bu koeffitsient urinma kuchlanishlarni kesim bo‘ylab notejis tarqalishini hisobga oladi).

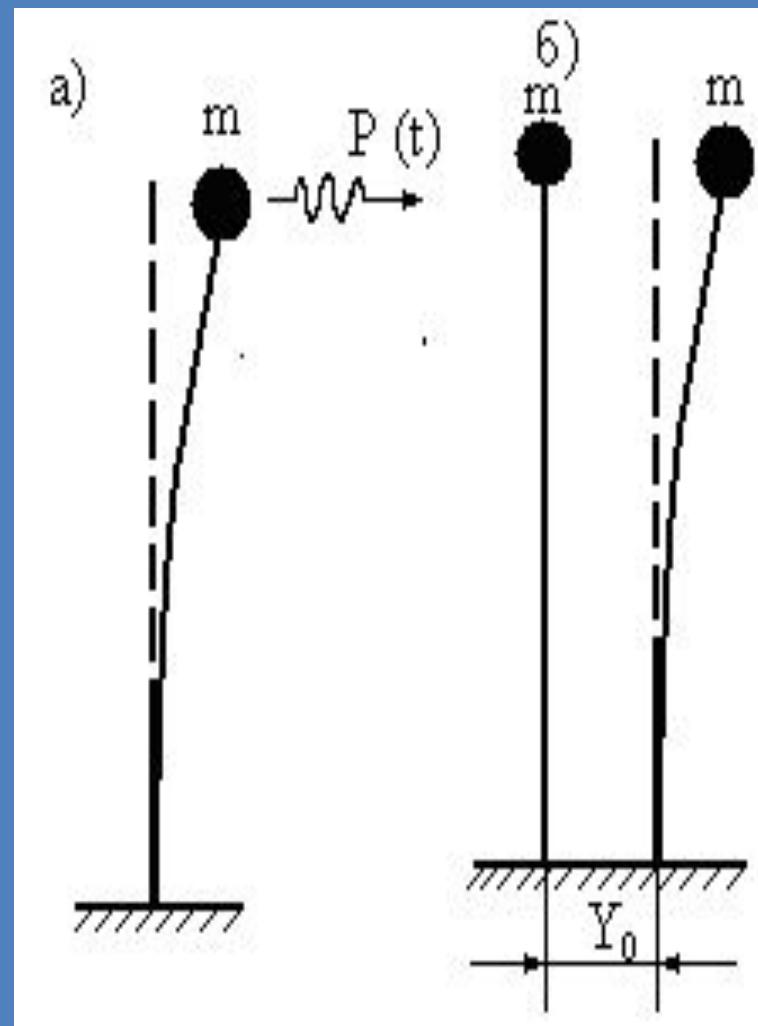
Sistemaning kinetik energiyasi quyidagi formuladan topiladi:

$$K = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} + \sum m(x) dx \frac{v^2}{2},$$

Formulaning birinchi hadi yig‘iq massalarga, ikkinchi hadi esa yoyiq massalarga tegishlidir.

Erkinlik darajasi birga teng bo‘lgan sistemaning majburiy tebranishlari (qarshilik kuchlari hisobga olinmagan hol)

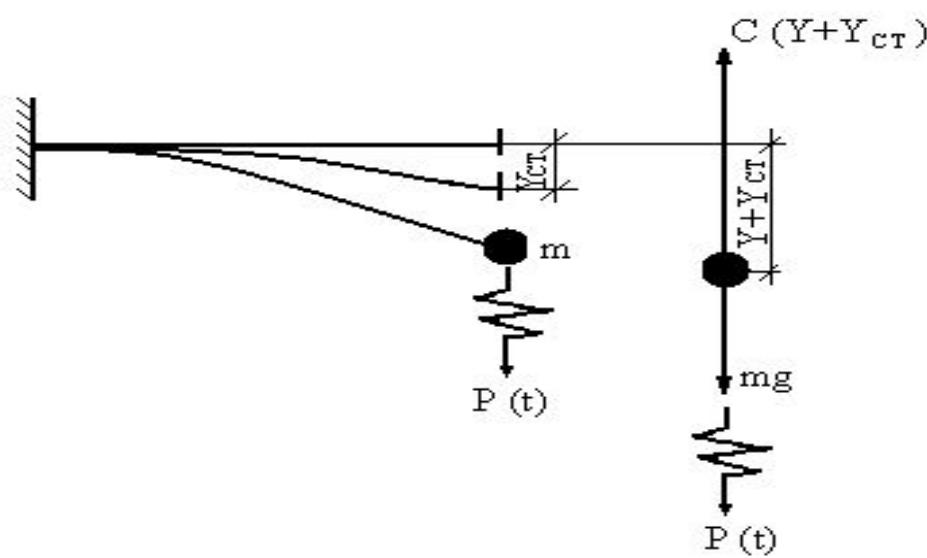
Oldingi ma’ruzada sistemaning erkin tebranishlarini ko‘rib o‘tgan edik, unda butun tebranish jarayonida sistemaga tashqi (uyg‘otuvchi) kuchlar ta’sir etmasligi qayd etilgandi (tebranish boshidagi ta’sir bundan mustasno). Mazkur ma’ruzada erkinlik darajasi birga teng bo‘lgan sistemalarga vaqtning o‘tishi bilan o‘zgarib boruvchi kuchlar ta’sirini ko‘rib chiqamiz.



3.1-rasm. Bir massa-li sistemaning majbu-riy tebarishi.

Majburiy tebranishlarning umumiy tenglamasi va uning yechimi.

Erkinlik darajasi birga teng bo‘lgan sistemaga



$$R = R(t)$$

3.2- rasm.

O‘yg‘otuvchi kuch ta’siridagi bir massali sistema.

Vaqtning t lahzasida massaga ta’sir etuvchi kuchlar shaklda ko‘rsatilgan.
Bu hol uchun harakat tenglamasi quyidagicha bo‘ladi

$$-c(y - y_{ct}) + mg + P(t) = my \ddot{y}$$

Agar $my = c y_{st}$ va $\omega^2 = \frac{m}{c}$

$$\ddot{y} + \omega^2 y = \frac{P(t)}{m}$$
 ko‘rinishni oladi.

(3.2)

ekanligini hisobga olsak, majburiy tebranishning asosiy tenglamasi

Bu usulga ko‘ra (3.2) tenglamaning xususiy y = C₁ sin ω t + C₂ cos ω t yechimi (3.3)

Buning uchun (3.3) dan vaqt bo‘yicha hosila olamiz.

$$y'' = C_1 \omega \cos \omega t + C_2 \omega \sin \omega t + C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$$

hamda C₁ (t) va C₂ (t) ni quydagи ifoda bilan bog‘laymiz.

$$C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t = 0 \quad (3.4)$$

U holda yuqoridagi tezlikni aniqlash tenglamasi birmuncha soddalashadi:

$$y'' = C_1 \omega \cos \omega t + C_2 \omega \sin \omega t.$$

Tezlanishni topamiz: (3.5)

$$y = -C_1 \omega^2 \sin \omega t - C_2 \omega^2 \cos \omega t + C_1 \omega \cos \omega t - C_2 \omega \sin \omega t$$

(3.3) va (3.5) ifodalarni (3.2) tenglamaga qo‘yib,

$$C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t = \frac{1}{m\omega} P(t) \quad (3.6).$$

yoqoridagi formulani hosil qilamiz.

(3.4) va (3.5) tenglamalardan quyidagi doimiytlarni aniqlaymiz:

$$C_1 = \frac{1}{m\omega} P(t) \cos \omega t; \quad C_2 = -\frac{1}{m\omega} P(t) \sin \omega t.$$

Bularni integrallab:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) \cos \omega \tau d\tau + B_1 \\ C_2 &= -\frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) \sin \omega \tau d\tau + B_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

ni topamiz. Bu yerda B_1 va B_2 boshlang‘ich shartlarga bog‘liq bo‘lgan doimiy sonlardir. Integrallash jarayonida o‘zgarib boruvchi vaqtni 0 dan t gacha, integralning o‘zgarmas deb qaraluvchi, yuqori chegarasi t dan farq qilish uchun τ deb belgilash qabul qilingan.

(3.7) ifodani (3.3) tenglamaga qo‘yib, berilgan (3.2) tenglama-ning umumiy integraliga ega bo‘lamiz:

$$y = \frac{1}{m\omega} \left[\sin \omega t \int_0^t P(\tau) \cos \omega \tau d\tau + \cos \omega t \int_0^t P(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right] + \\ + B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t.$$

Tenglamadagi $\sin \omega t$ va $\cos \omega t$ ni integral ostiga kiritib ixchamlashtirsak, masalaning umumiy yechimi kelib chiqadi:

$$y = B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t + \frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (3.8)$$

Bundan hosila olib, tezlik tenglamasiga ega bo‘lamiz:

$$y = B_1 \omega \cos \omega t - B_2 \omega \sin \omega t + \frac{1}{m} \int_0^t P(\tau) \cos \omega(t - \tau) d\tau \quad (3.9)$$

B_1 va B_2 doimiy larning qiymati harakat boshidagi shartlarga bog‘liq. Agar harakat boshida, $y = v_0$ ya’ni $t=0$ bo‘lganda $y = y_0$, bo‘lsa, (3.8) va (3.9)

$$y = y_0 \cos \omega t - \frac{v_0}{\omega} \omega \sin \omega t + \frac{1}{m\omega_0} \int_0^t P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau$$

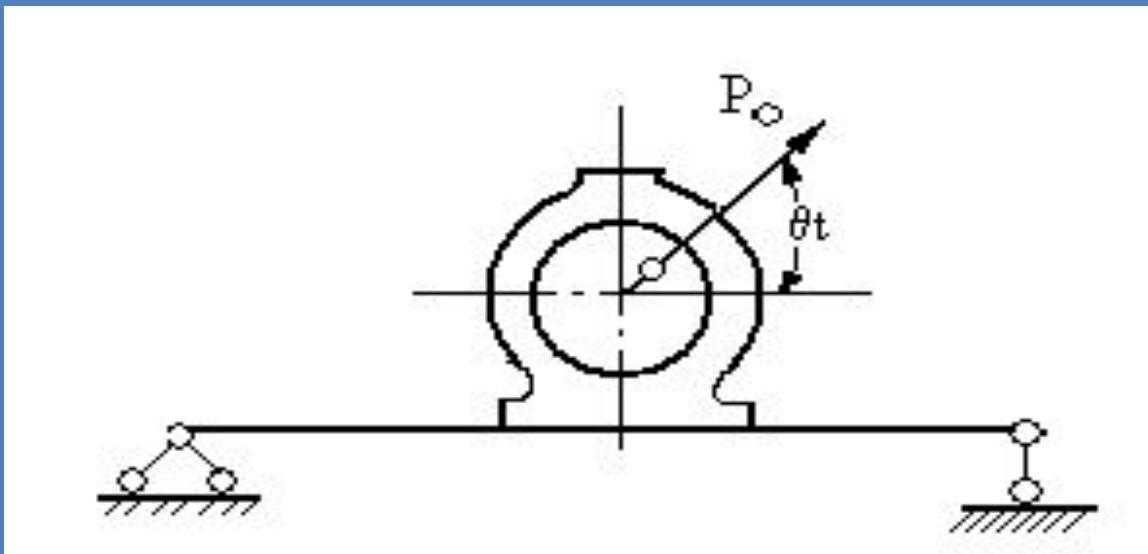
Bu yerdagi dastlabki ikki had boshlang‘ich ko‘chish y_0 va boshlang‘ich tezlik v_0 ta’sirida vujudga kelgan erkin tebranishlarni, keyingi hadlar esa uyg‘otuvchi kuchlar ta’sirida vujudga kelgan majburiy tebranishlarni ifodalaydi.

Boshlang‘ich shartlar y_0 va v_0 nol bo‘lsa, quyidagi asosiy formula kelib chiqadi:

$$y = \frac{1}{m\omega_0} \int_0^t P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (3.10)$$

3.2. Sistemalarning impuls va ixtiyoriy qonun bo‘yicha o‘zgaruvchi kuchlar ta’sirida tebranishi. Rezonans holati

Sanoat binolarida ba’zan muvozanatlashmagan ayla-nuvchi qismi bo‘lgan mashinalar urnatiladi (3.3-



3.3-rasm. Rotor o‘rnatilgan balka

Muvozanatlashmagan massaning o‘q atrofidan aylanishdan hosil bo‘lgan markazdan qochma kuchi R ta’sirida balka tebranadi. Bu kuchning vertikal tashkil etuvchisi

$$P = P_0 \sin \theta \ t$$

bo‘ladi. Bu yerda θ - rotor aylanishining burchak tezligi. Formuladan ko‘rinib turibdiki, uyg‘otuvchi kuchning balkaga ta’siri garmonik qonun asosida o‘zgaradi.

Bunday kuch ta’sirida vujudga keladigan tebranish jarayonini matematik ko‘rinishda ifodalash uchun (2.32) formuladan foydalanamiz:

$$y = \frac{P_0}{m\omega} \int_0^t \sin \theta t \sin \omega(t - \tau) d\tau, \quad (3.11)$$

$\omega \neq 0$ hol uchun integralning yechimi

$$y = \frac{P_o}{m(\omega^2 - \theta^2)} \left(\sin \theta t - \frac{\theta}{\omega} \sin \omega t \right), \text{ bo'jadi.}$$

Bu formulaga $\omega^2 = \frac{c}{m}$ va $y_{cm} = \frac{P_o}{c}$

belgilash kiritsak,

$$y = \frac{y_{cm}}{1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}} \left(\sin \theta t - \frac{\theta}{\omega} \sin \omega t \right), \quad (3.12)$$

kelib chiqadi. Bu yerda u_{st} – statik kuch R_o ta'sirida hosil bo'lgan solqilik. Formulaning tahlili, boshlang'ich shartlar nol bo'lganda, sistemada ikki qismdan iborat murakkab tebranish vujudga kelishini ko'rsatadi: qavs ichidagi birinchi had uyg'otuvchi kuch takrorligi bo'yicha bo'ladigan tebranishni; ikkinchi had esa xususiy tebranish takrorligi ω bilan bo'ladigan tebranishni ifodalaydi. Shunga ko'ra birinchisi – majburiy, ikkinchisi – erkin tebranish deb ataladi.

