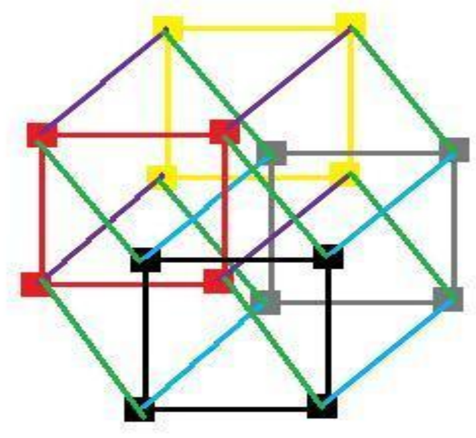
Преобразования в пространстве.

Движение и подобие.



Движение.

- **Преобразование одной фигуры в другую называется *движением*, если оно**
- **сохраняет расстояние между точками.**
- **Другими словами, если точки X и Y фигуры F перешли в точки X_1 и Y_1 фигуры F_1, то $XY=X_1Y_1$.**

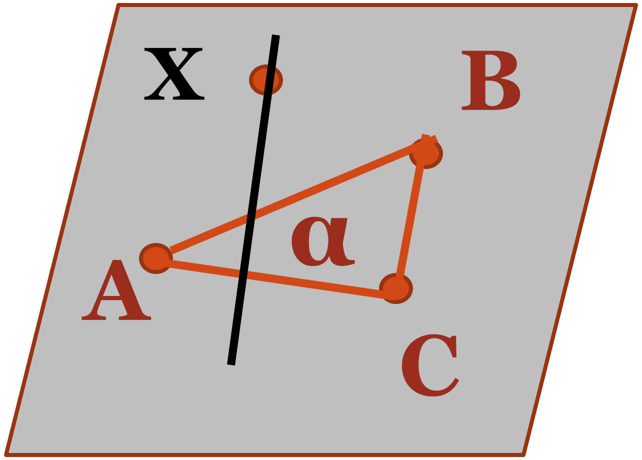
Свойства движения:

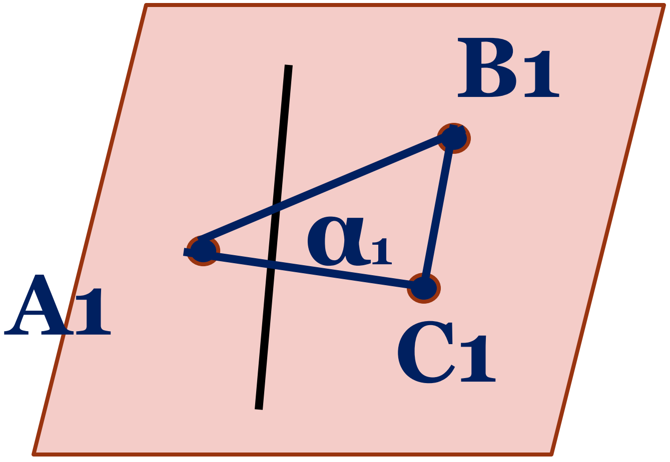
- ***При движении в пространстве:***
- **Прямые переходят в прямые.**
- **Полупрямые – в полупрямые.**
- **Отрезки - в отрезки.**
- **Сохраняются углы между полупрямыми.**

Новое свойство:

- **Движение переводит плоскость в плоскость.**

Движение переводит плоскость в плоскость.





Виды движений:

- Симметрии (центральная, осевая, зеркальная)
- Параллельный перенос
- Поворот

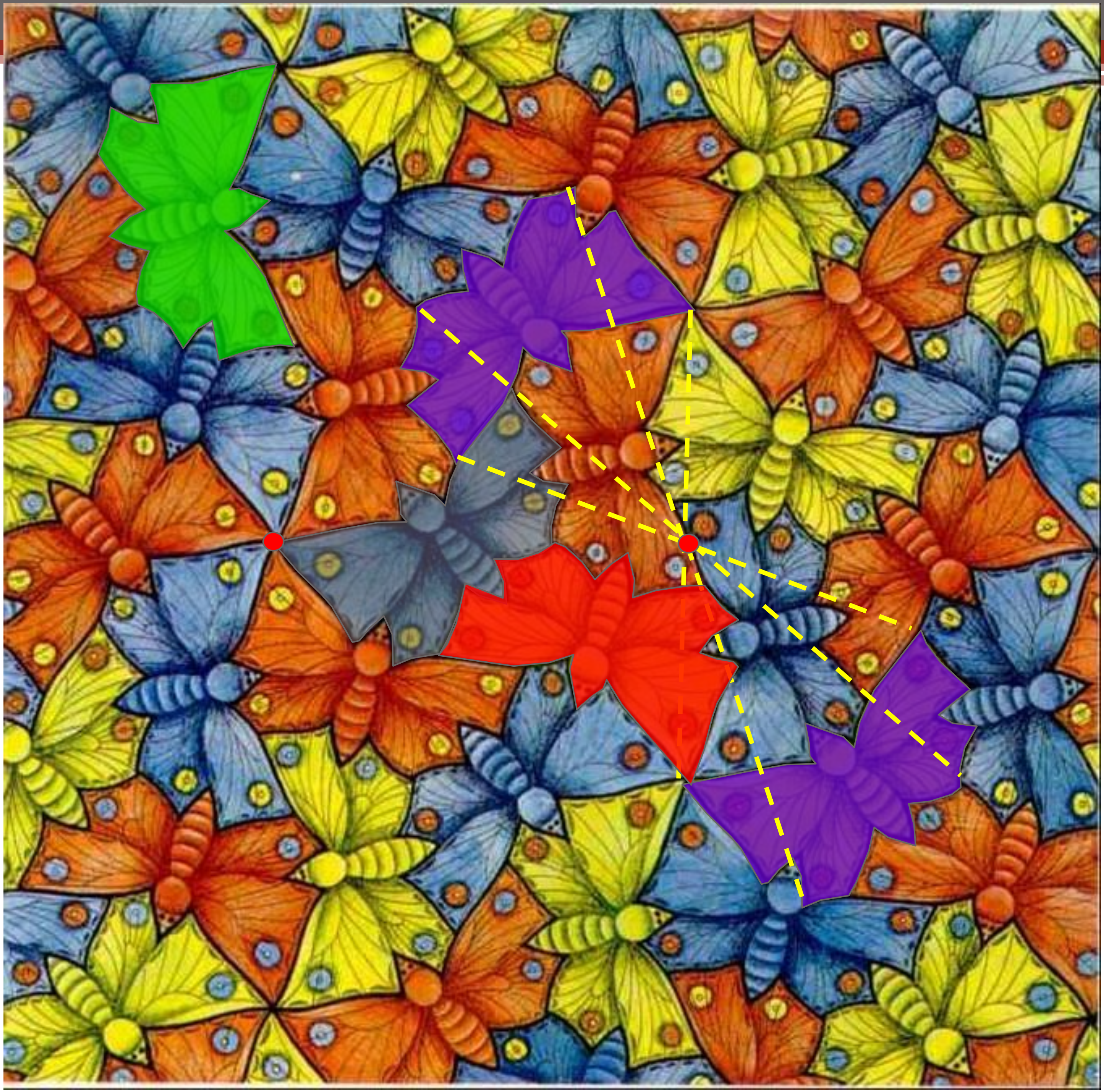
симметрия

«Симметрия… есть идея, с помощью которой человек веками пытался объяснить и создать порядок, красоту и совершенство».
Герман Вейль.

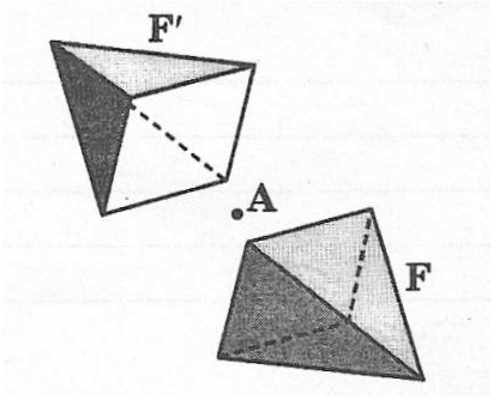
О, симметрия! Гимн тебе пою!
Тебя повсюду в мире узнаю.
Ты в Эйфелевой башне, в малой мошке,
Ты в елочке, что у лесной дорожки.
С тобою в дружбе и тюльпан, и роза,
И снежный рой – творение мороза!

Орнаменты

- Много причудливых мозаик – орнаментов создала фантазия знаменитого голландского художника Мариуса Эшера (1898-1972 гг).
- Основой его орнаментов являются изображения птиц, животных, людей, растений.



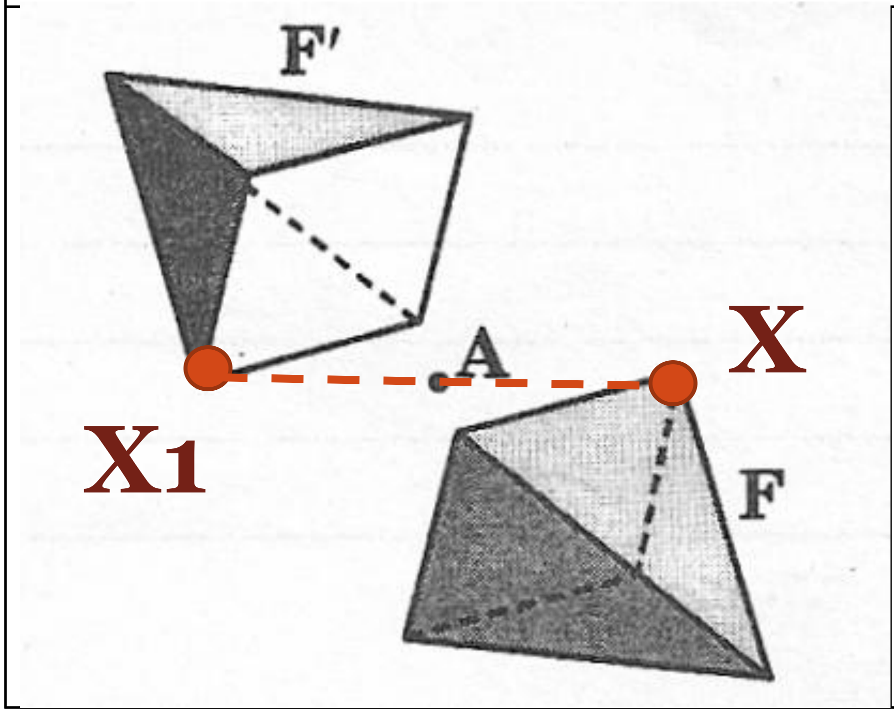
Преобразование фигуры F в фигуру F1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X1 фигуры F1,называется

1.симметрией относительно точки (центральной симметрией),		**если**

Симметрия относительно точки А:

преобразование фигуры F в фигуру F1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X1 фигуры F1,

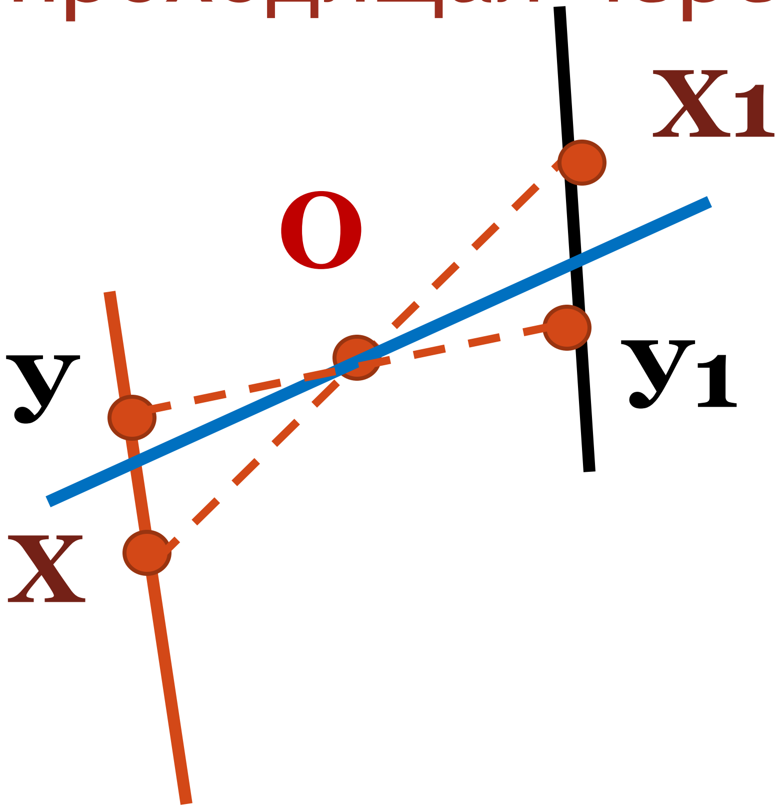
симметричную X относительно точки А:



если А-середина отрезка XX1

В какую фигуру отображается при центральной симметрии прямая, не проходящая через центр?

проходящая через центр?

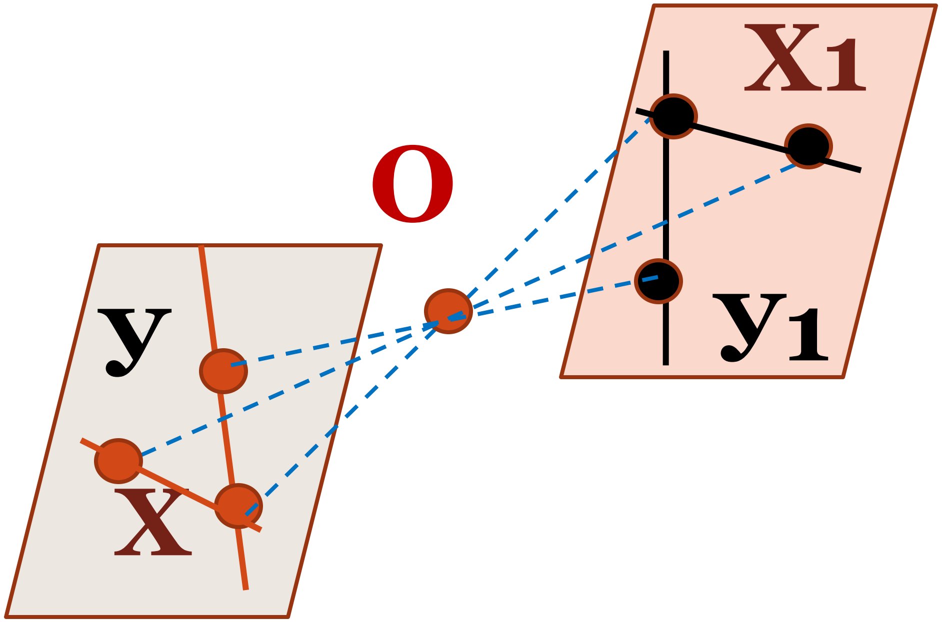


- Прямая переходит в

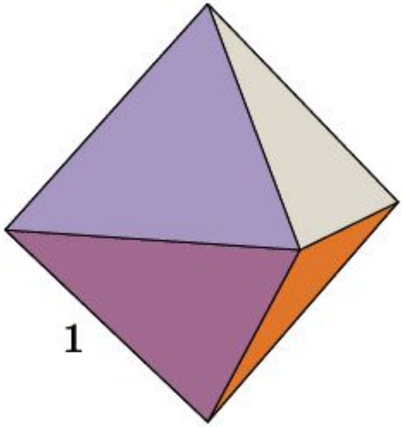
В какую фигуру отображается при центральной симметрии плоскость, не проходящая через центр?

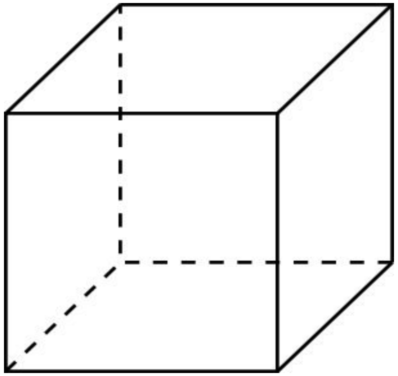
проходящая через центр?

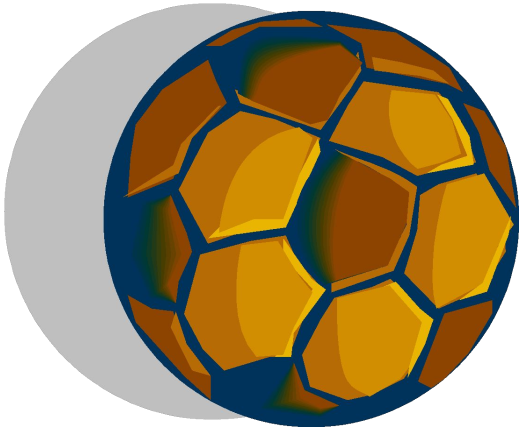
- плоскость переходит в

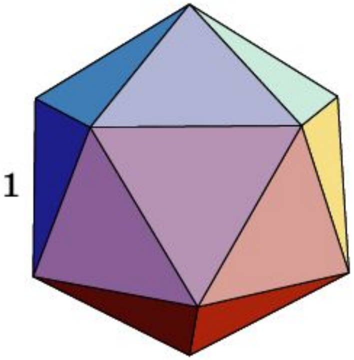


Фигуры, обладающие центральной симметрией:





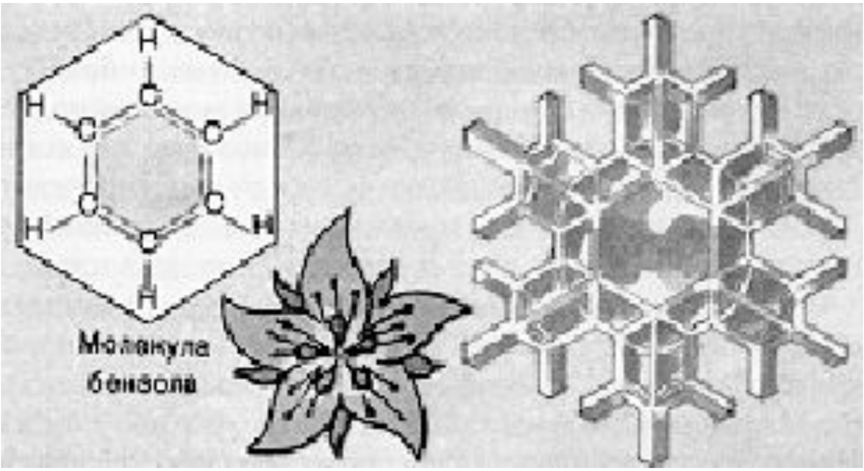




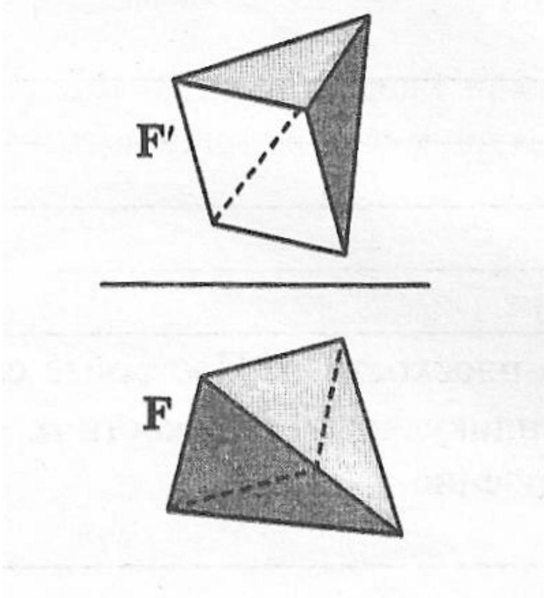
Кристаллы

Центральная симметрия в природе:

Центральная симметрия в природе:



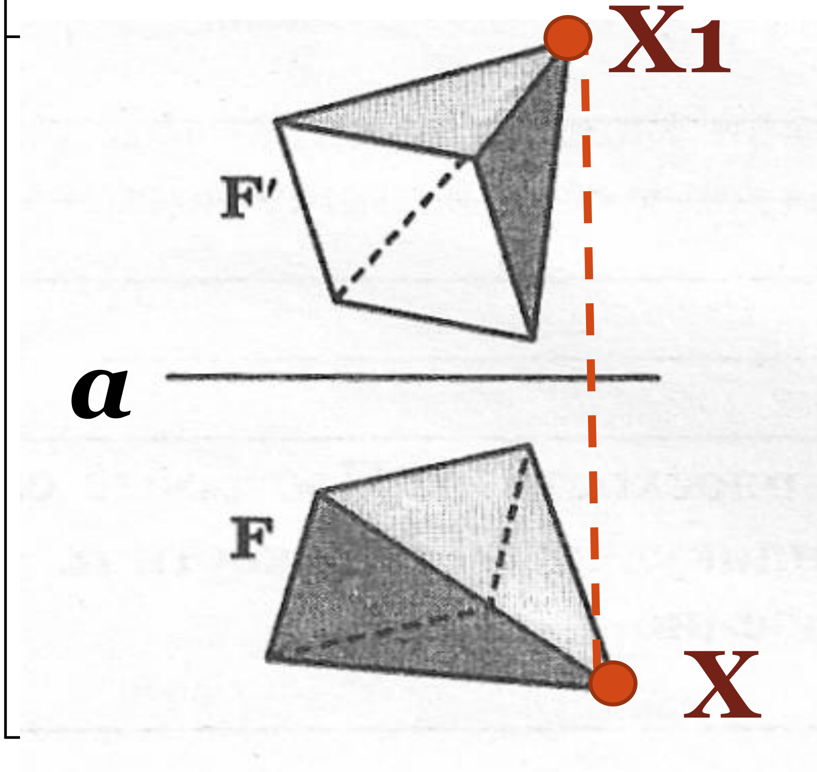
Преобразование фигуры F в фигуру F1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X1 фигуры F1,называется

2.симметрией относительно прямой (осевой симметрией),		**если**

Симметрия относительно прямой *a*:

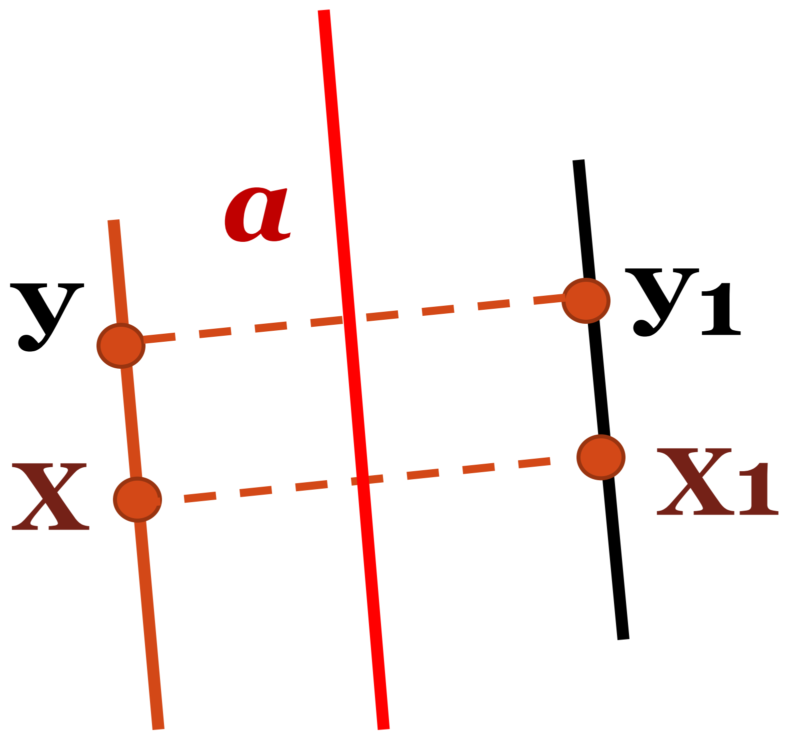
преобразование фигуры F в фигуру F1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X1 фигуры F1,

симметричную X относительно прямой *a*



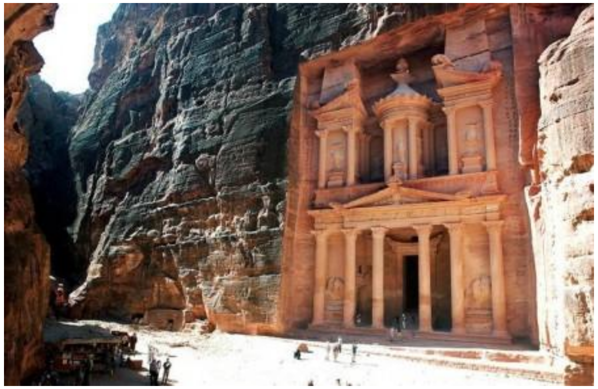
прямая *a* перпендикулярна отрезку XX1 и делит его пополам.

В какую фигуру отображается при осевой симметрии прямая, параллельная оси? перпендикулярная оси?



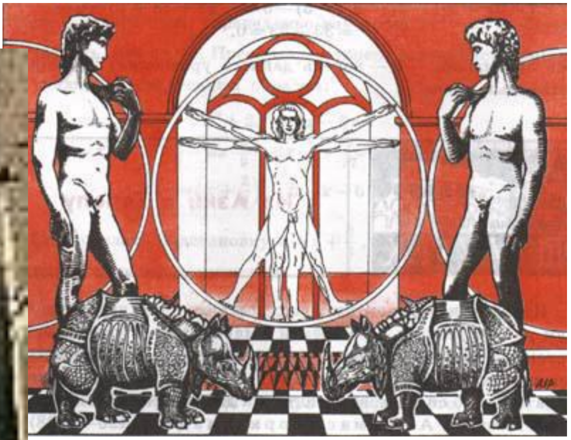
- Прямая переходит в

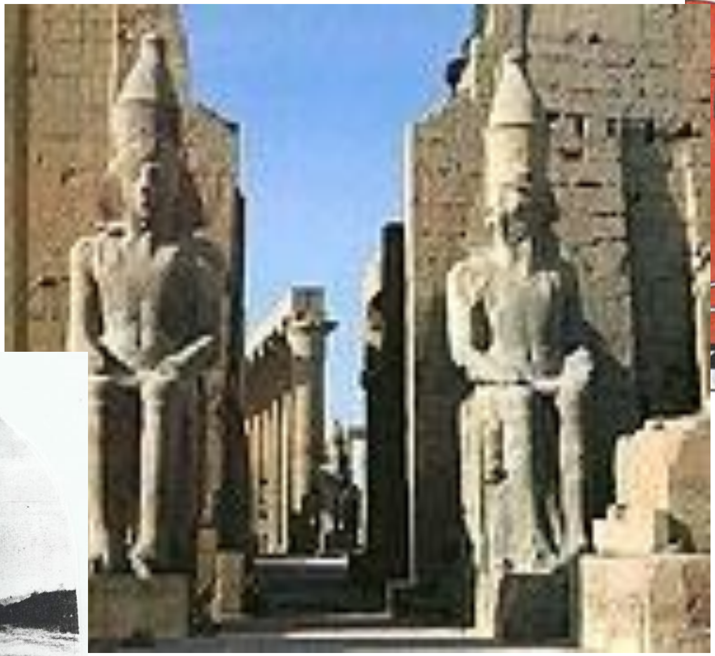
Симметрия в искусстве



- Прекрасные симметрии демонстрируют произведения искусства: архитектуры, живописи, скульптуры и т.д.
- Элементы симметрии можно увидеть в общих планах зданий, архитектуры фасадов, в оформлении внутренних помещений, колоннах, потолках и т.д.

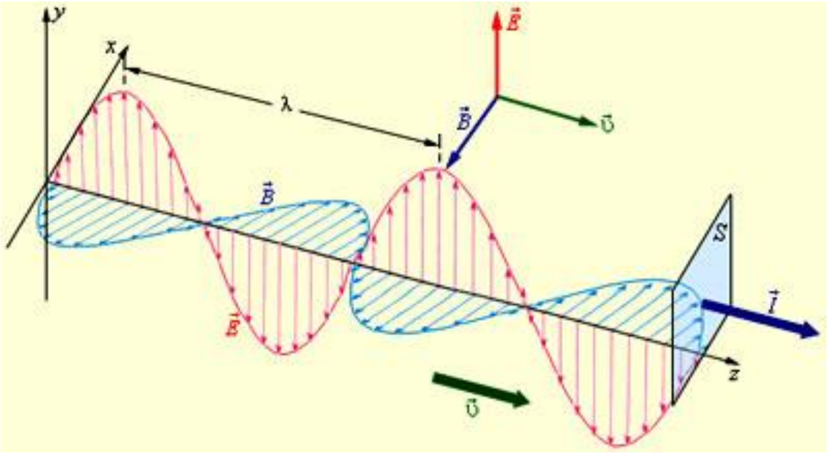
Искусство

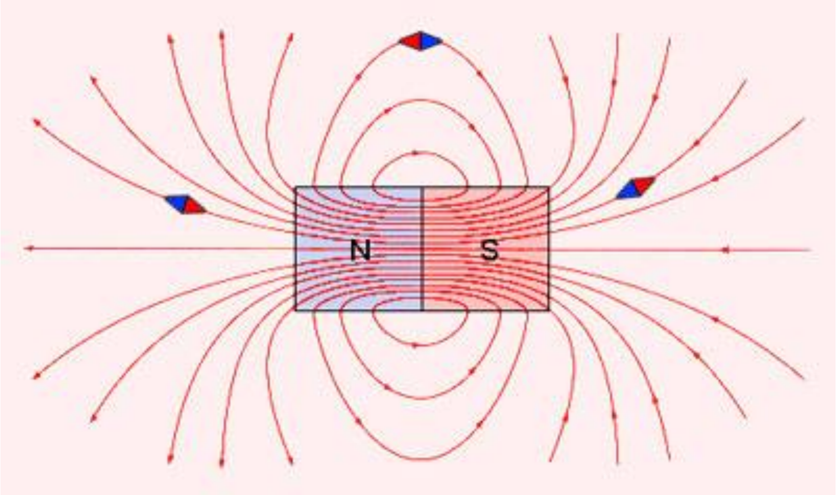


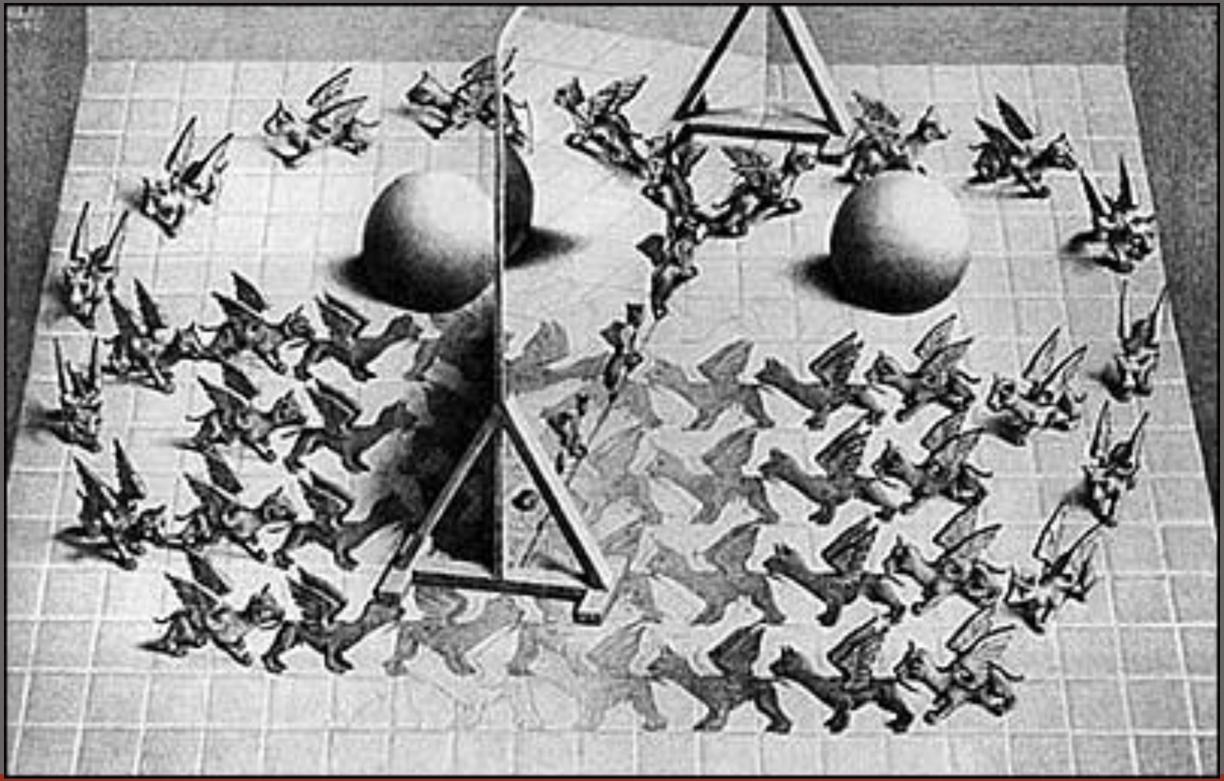


Физика

- Различные виды симметрии физических явлений: симметрия электрического и магнитного полей (рис. 1)
- Во взаимно перпендикулярных плоскостях симметрично распространение электромагнитных волн



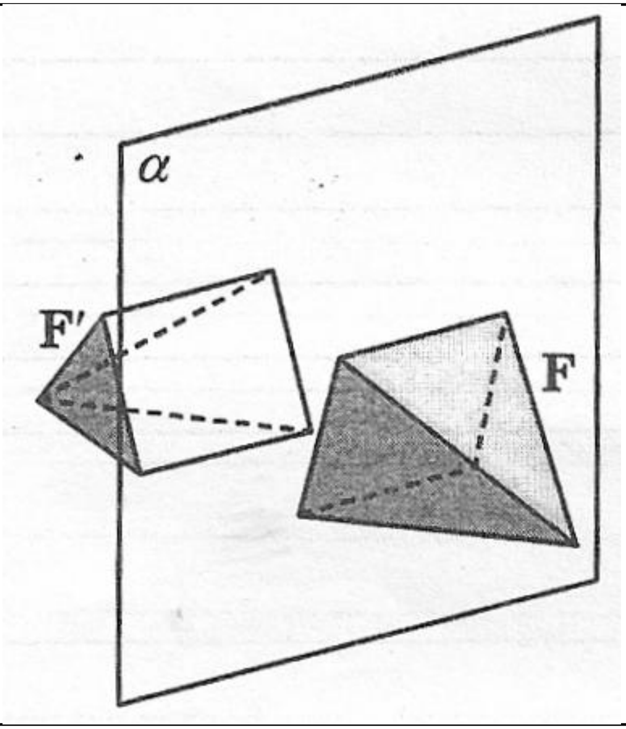




Зеркальная симметрия.

Преобразование фигуры F в фигуру F_1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X_1 фигуры F_1, называется

3.симметрией относительно плоскости (зеркальной симметрией),

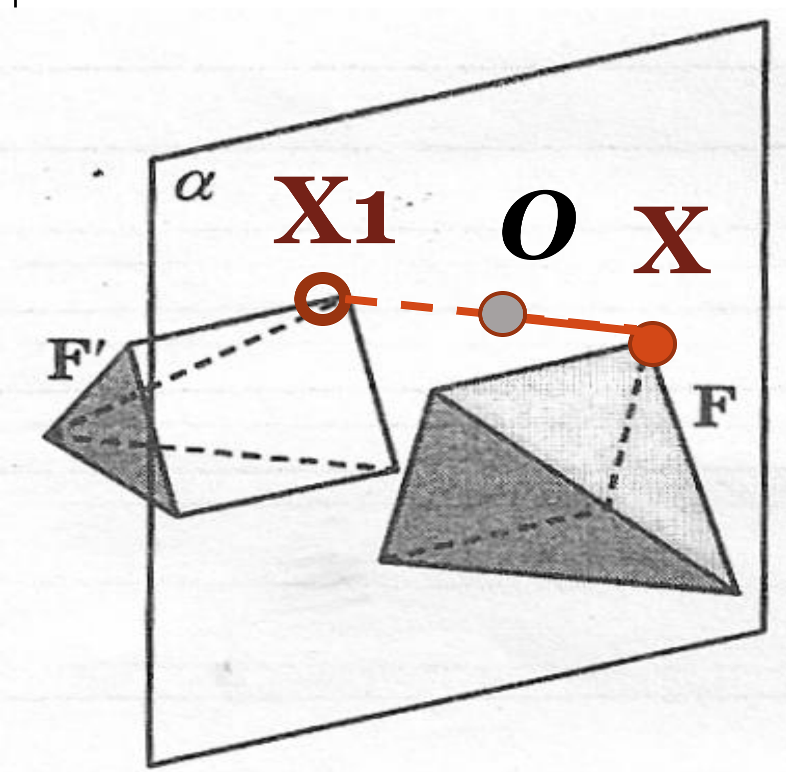


если

Симметрия относительно плоскости α:

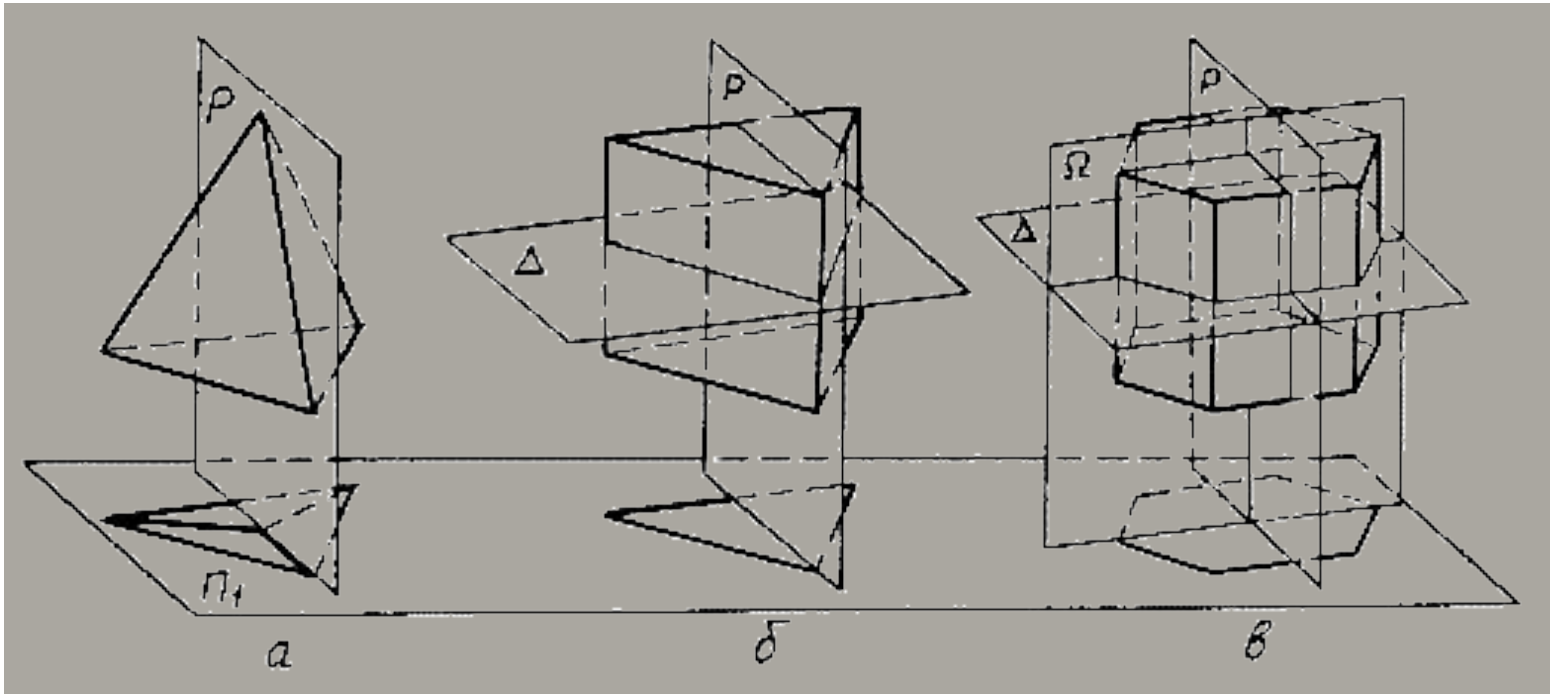
преобразование фигуры F в фигуру F_1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X_1 фигуры F_1,

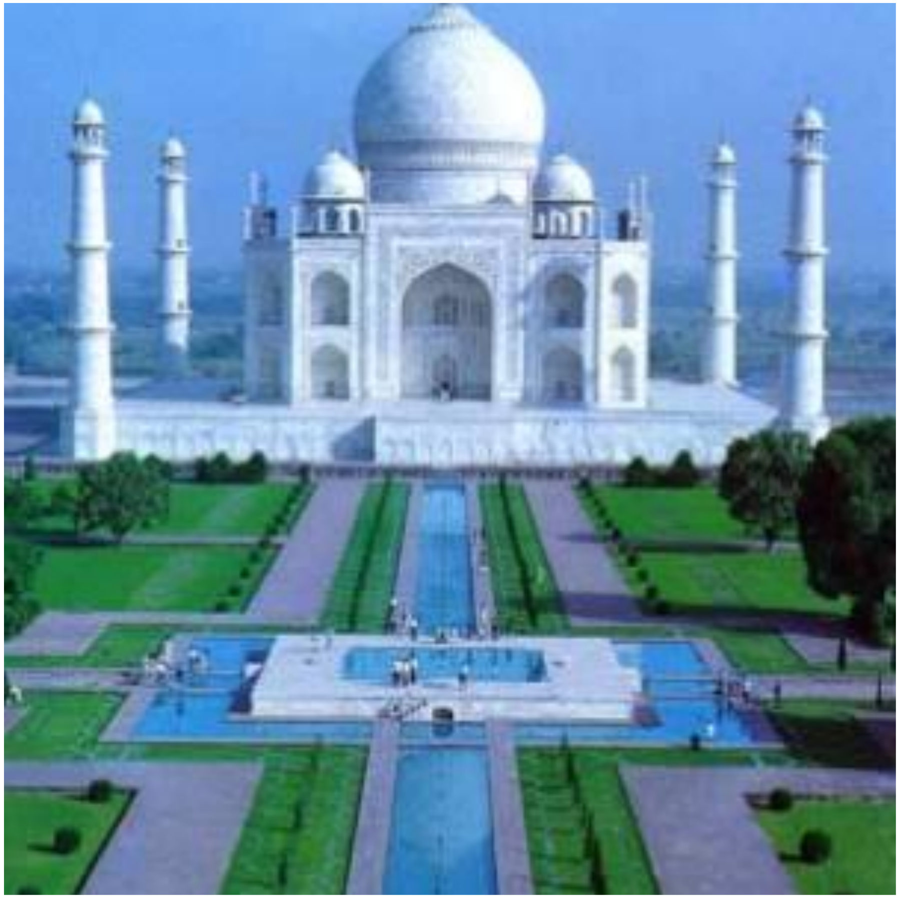
симметричную X относительно плоскости α



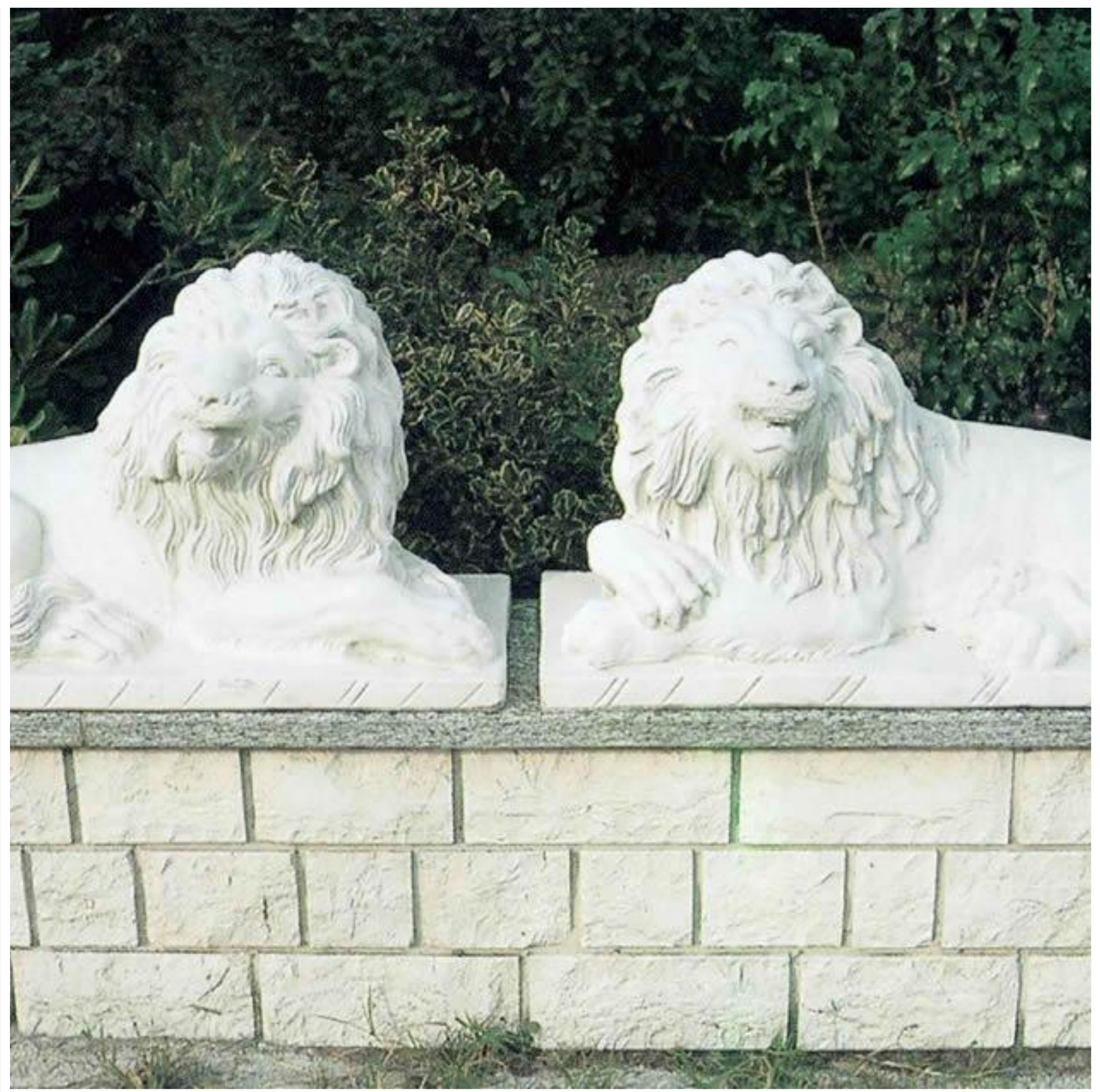
плоскость α перпендикулярна отрезку XX_1 и делит его пополам.

- Предметы могут иметь одну, две, три и т.д. плоскостей симметрии. Например, прямая пирамида, основанием которой является равнобедренный треугольник, симметрична относительно одной плоскости. Призма с таким же основанием имеет две плоскости симметрии. У правильной шестиугольной призмы их семь.



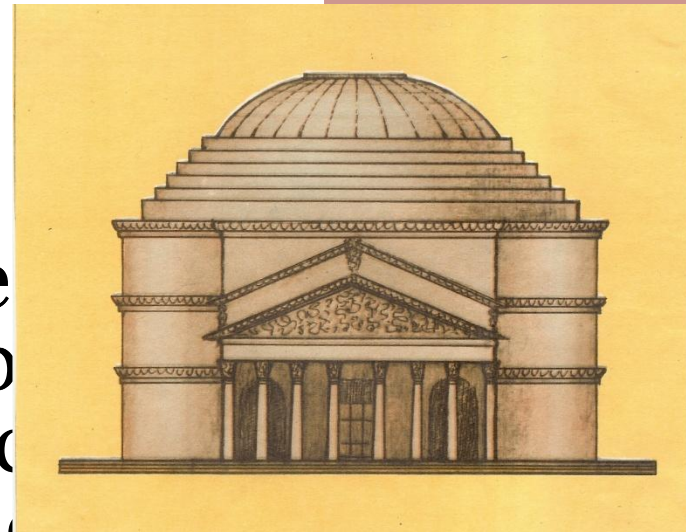


Прекрасные образы симметрии демонстрируют произведения искусства: архитектуры…



…скульптуры.

а



ове

ар нно

ис метрию в

ых сооружениях древние

ем древнегреческие

де

произ дс

закон вл

Выби е ф

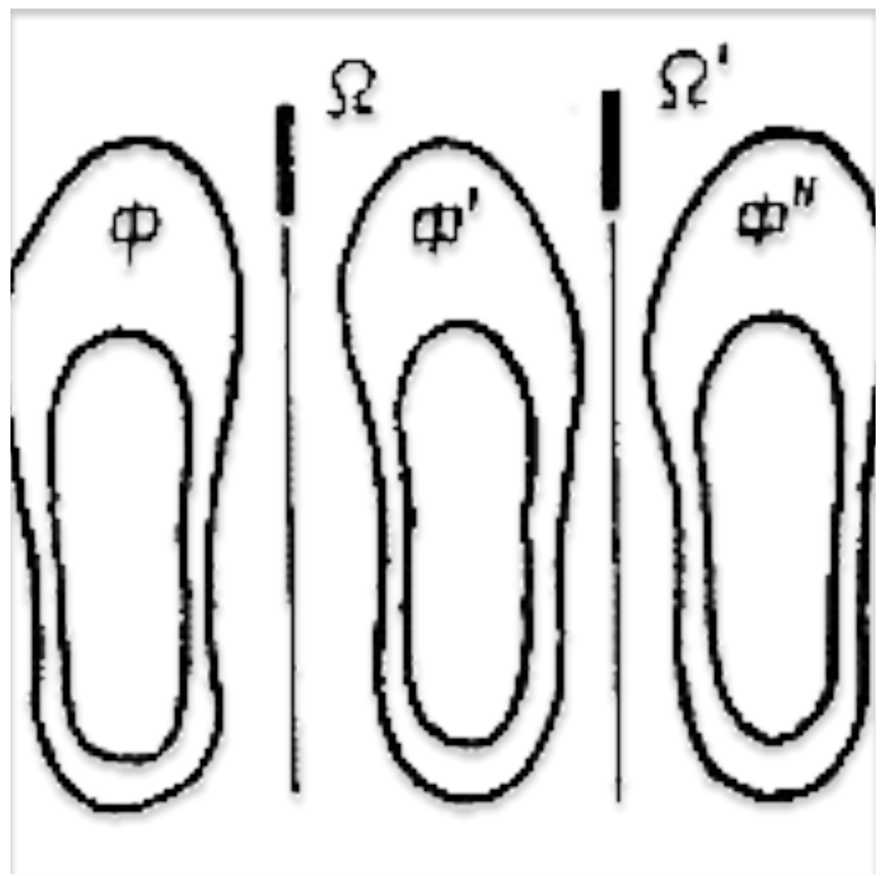
худож ра

пони ар

устой сия

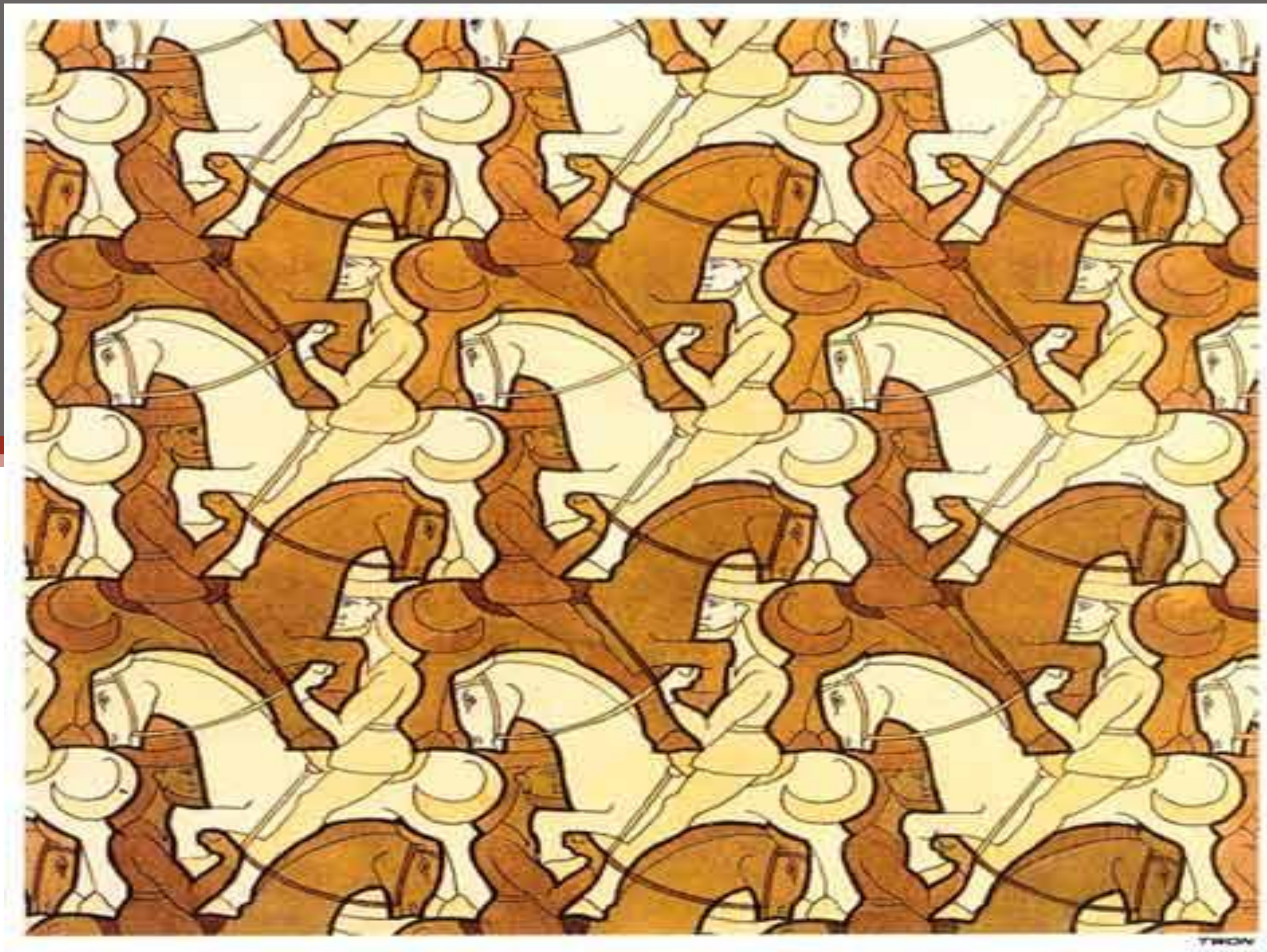
Зеркальная симметрия в жизни

С этим видом симметрии мы сталкиваемся чаще всего, например, когда смотрим в зеркало.

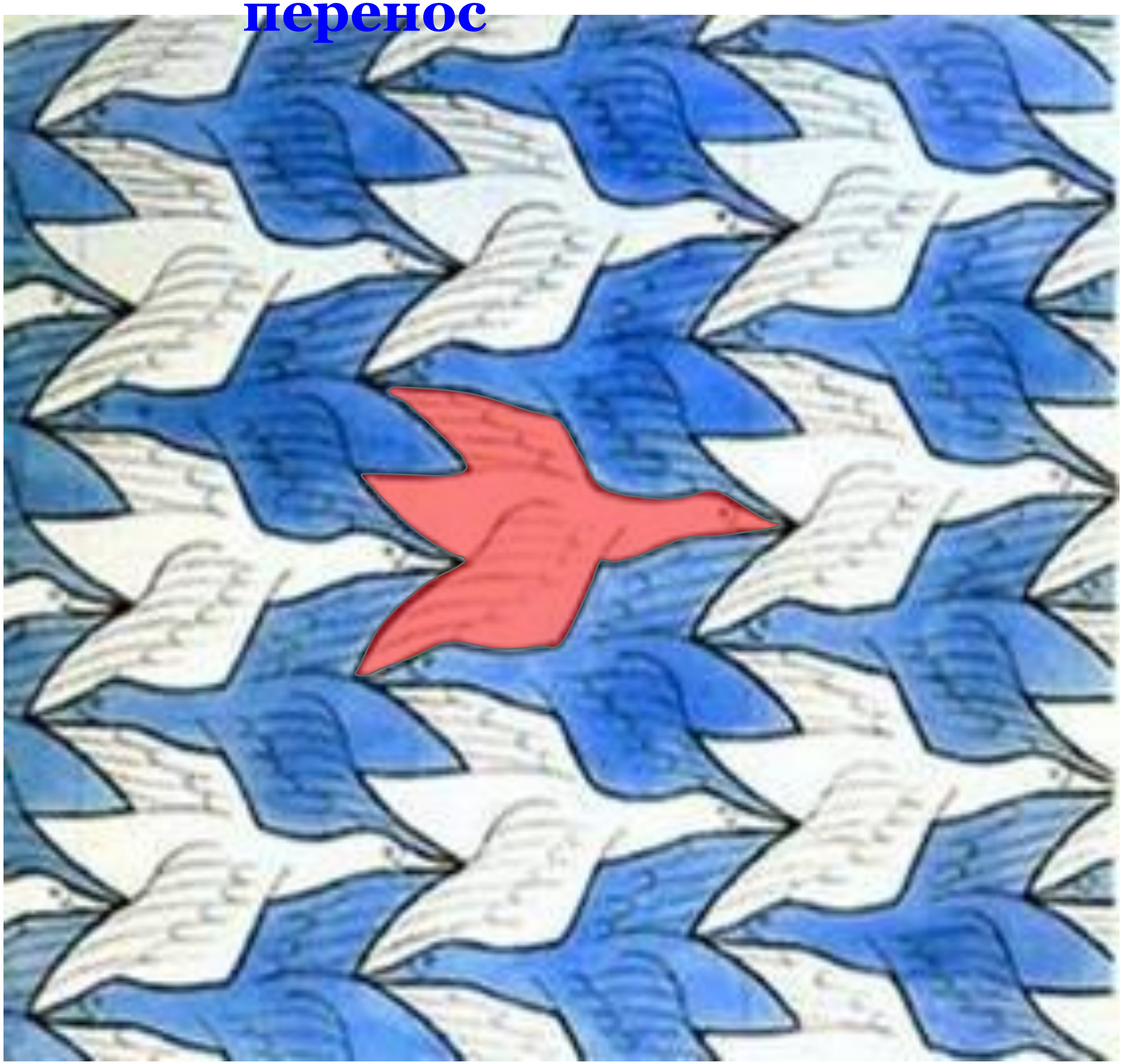


Следует отметить, что две симметричные фигуры или две симметричные части одной фигуры при всем их сходстве, равенстве объемов и площадей поверхностей, в общем случае, неравны, т.е. их нельзя совместить друг с другом. Это разные фигуры, их нельзя заменить друг другом, например, правая перчатка, ботинок и т.д. не годятся для левой руки, ноги.

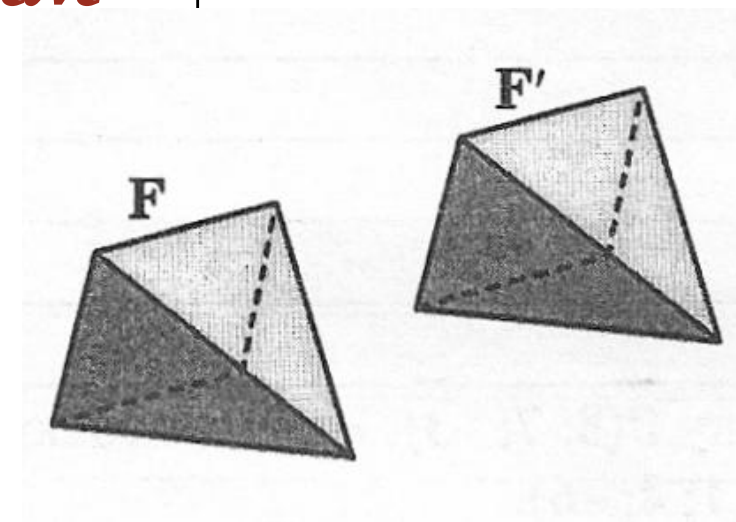
Параллельный перенос



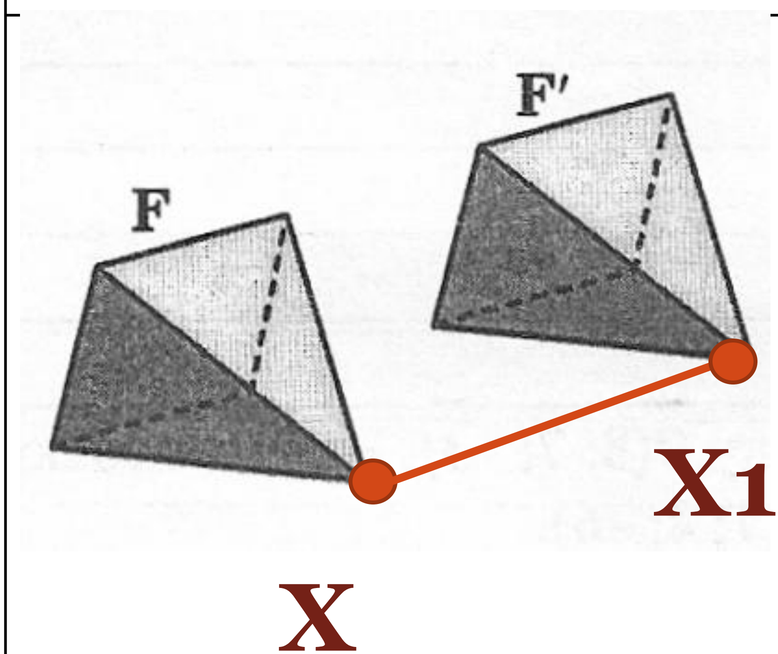
Параллельный перенос



Преобразование фигуры F в фигуру F_1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X_1 фигуры F_1,называется

4. параллельным переносом,		**если**

Параллельный перенос : преобразование фигуры F в фигуру F_1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X_1 фигуры F_1,



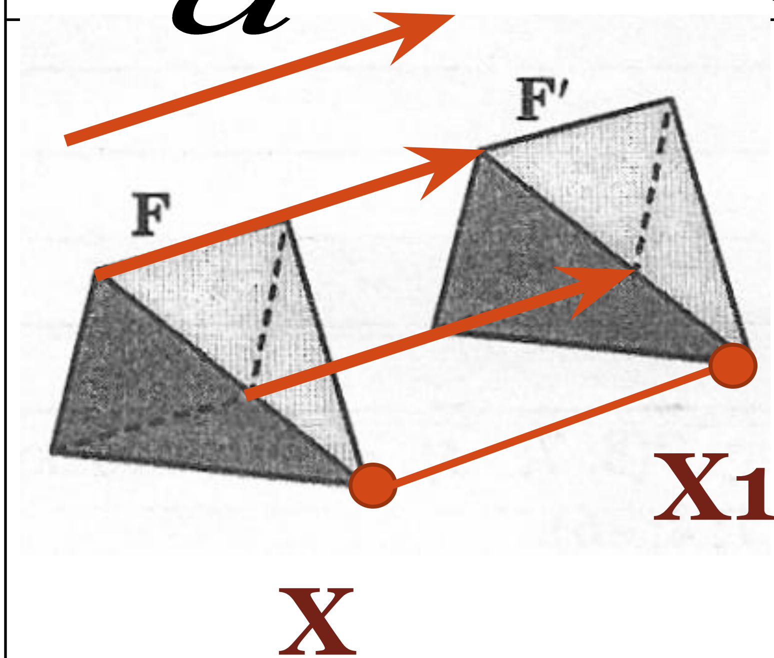
если $X(x;y;z) \rightarrow X_1$, $X_1(x+a;y+b;z+c)$, где числа a; b и c одни и те же для всех точек.

Параллельный перенос на вектор $\vec{a}$

преобразование фигуры F в фигуру F1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X1 фигуры F1,

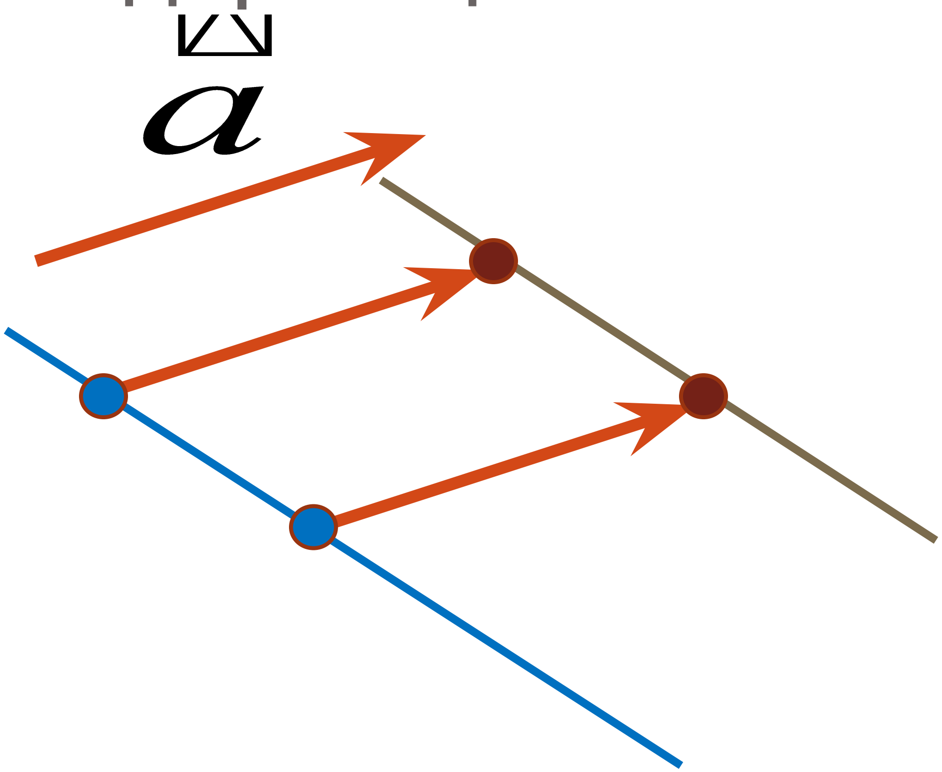
$\vec{a}$

$$\vec{a} = \overrightarrow{XX_1}(a;b;c)$$



Точки смещаются в заданном направлении на заданное расстояние.

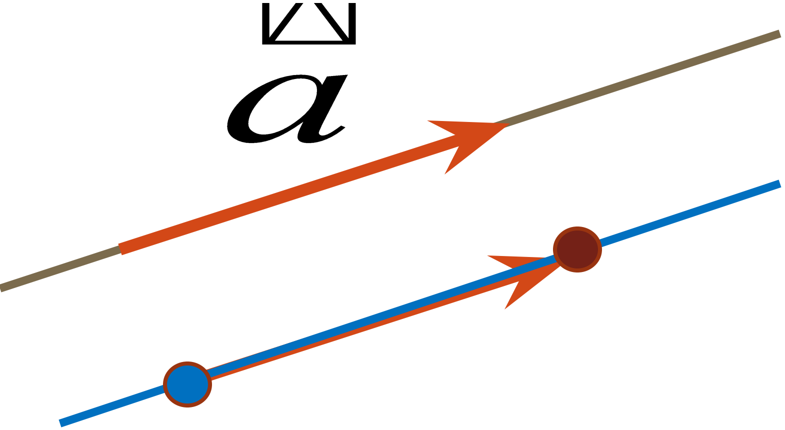
В какую фигуру отображается *при параллельном переносе* прямая, **не** параллельная вектору $\vec{a}$ и **не** содержащая этот вектор?



$$\vec{a} = \overrightarrow{XX_1}(a; b; c)$$

- Прямая переходит в

В какую фигуру отображается *при параллельном переносе* прямая, параллельная вектору $\vec{a}$ или содержащая этот вектор?

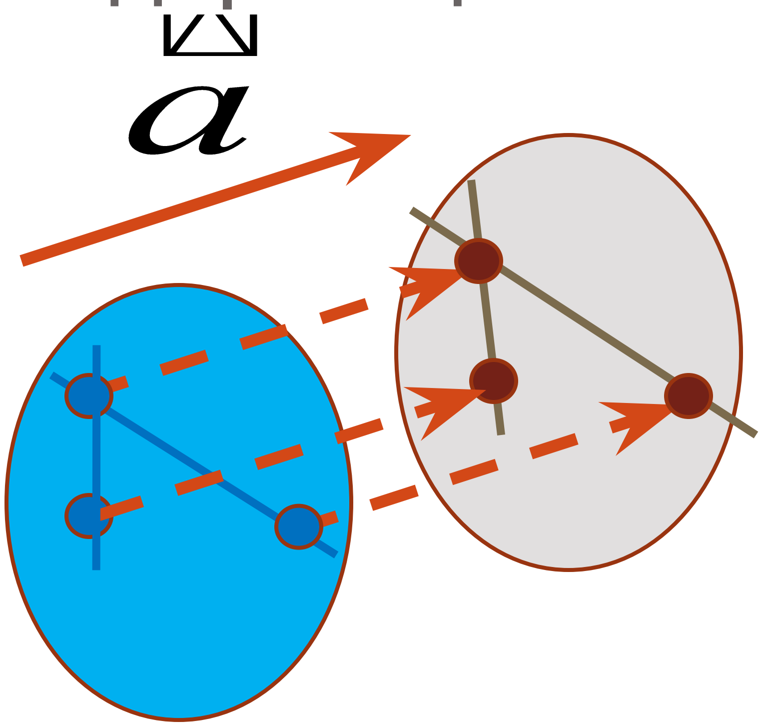


$$\vec{a} = \overrightarrow{XX_1}(a;b;c)$$

- Прямая переходит в

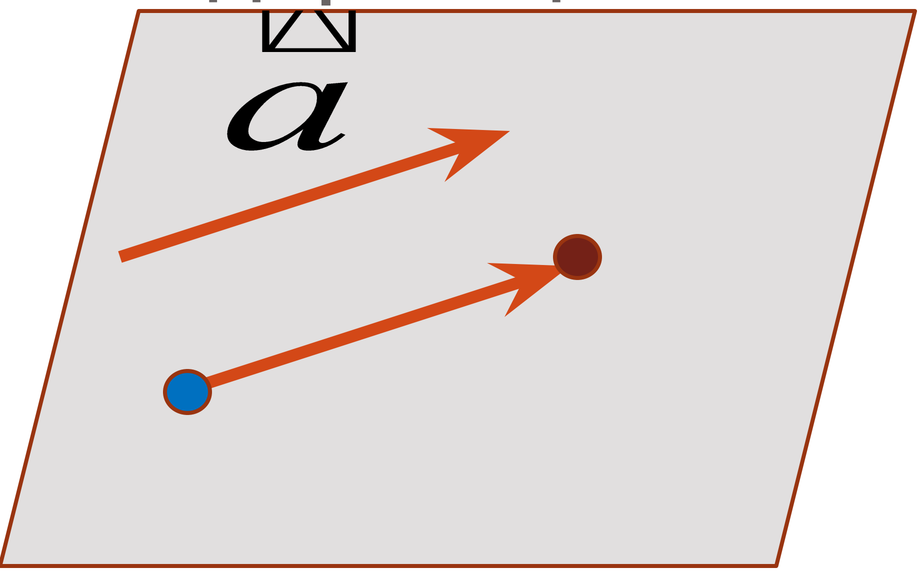
В какую фигуру отображается *при параллельном переносе* плоскость, не параллельная вектору $\vec{a}$ и не содержащая этот вектор?

$$\vec{a} = \overrightarrow{XX_1}(a;b;c)$$



- плоскость переходит в

В какую фигуру отображается *при параллельном переносе* плоскость, параллельная вектору $\vec{a}$ или содержащая этот вектор?



$$\vec{a} = \overrightarrow{XX_1}(a;b;c)$$

- плоскость переходит в

Особые свойства параллельного переноса :

- **При параллельном переносе:**
- **точки смещаются по параллельным (или совпадающим) прямым на одно и то же расстояние.**
- **прямая переходит в параллельную прямую (или в себя).**
- **плоскость переходит в параллельную ей плоскость (либо в себя).**
- **Каковы бы ни были две точки А и A_1, существует один и только один параллельный перенос, при котором точка А переходит в точку A_1.**

Параллельный перенос.

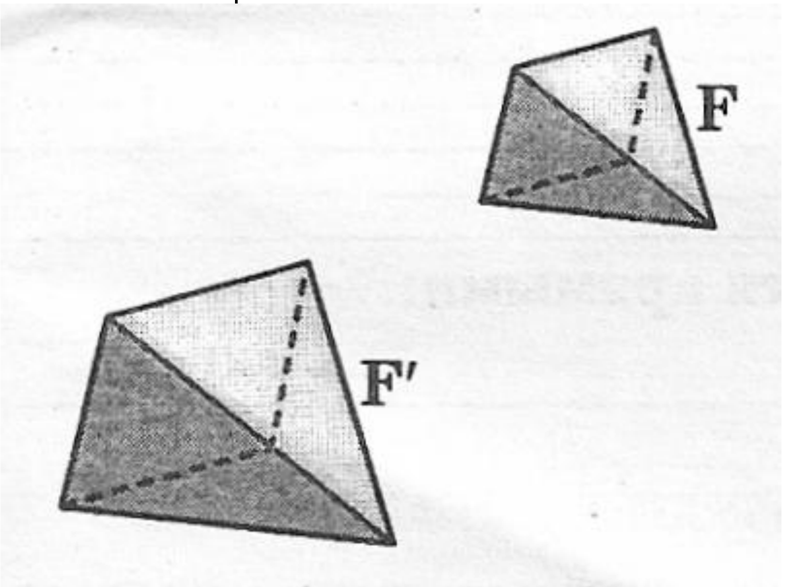
- **Если движение не оставляет ни одной неподвижной точки, то это движение и есть параллельный перенос. Таким образом, при параллельном переносе нет неподвижных точек.**

Реальным примером фигур,
полученных друг из друга параллельным переносом, являются одинаковые окна на фасаде дома. Начертив на плане одно из окон, можно затем получить любое другое окно, сместив все точки первого в одном и том же направлении на одно и то же расстояние.
Это свойство и определяет параллельный перенос.

Применение в жизни

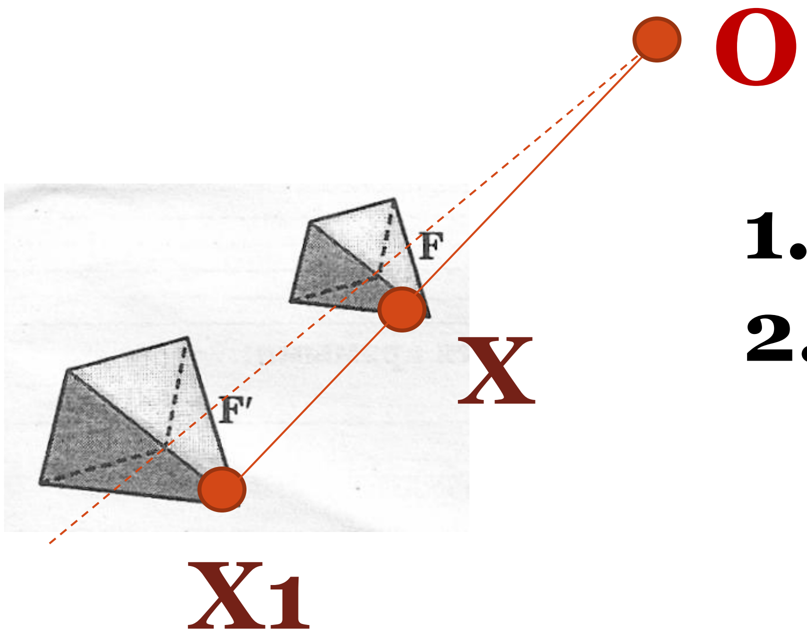
Преобразование фигуры F в фигуру F1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X1 фигуры F1,называется

5. гомотетией,		**если**



Гомотетией с центром О и коэффициентом *k* называется:

преобразование фигуры F в фигуру F1, при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X1 фигуры F1, гомотетичную точке X:



1.X1 лежит на луче OX

2.OX1=k·OX

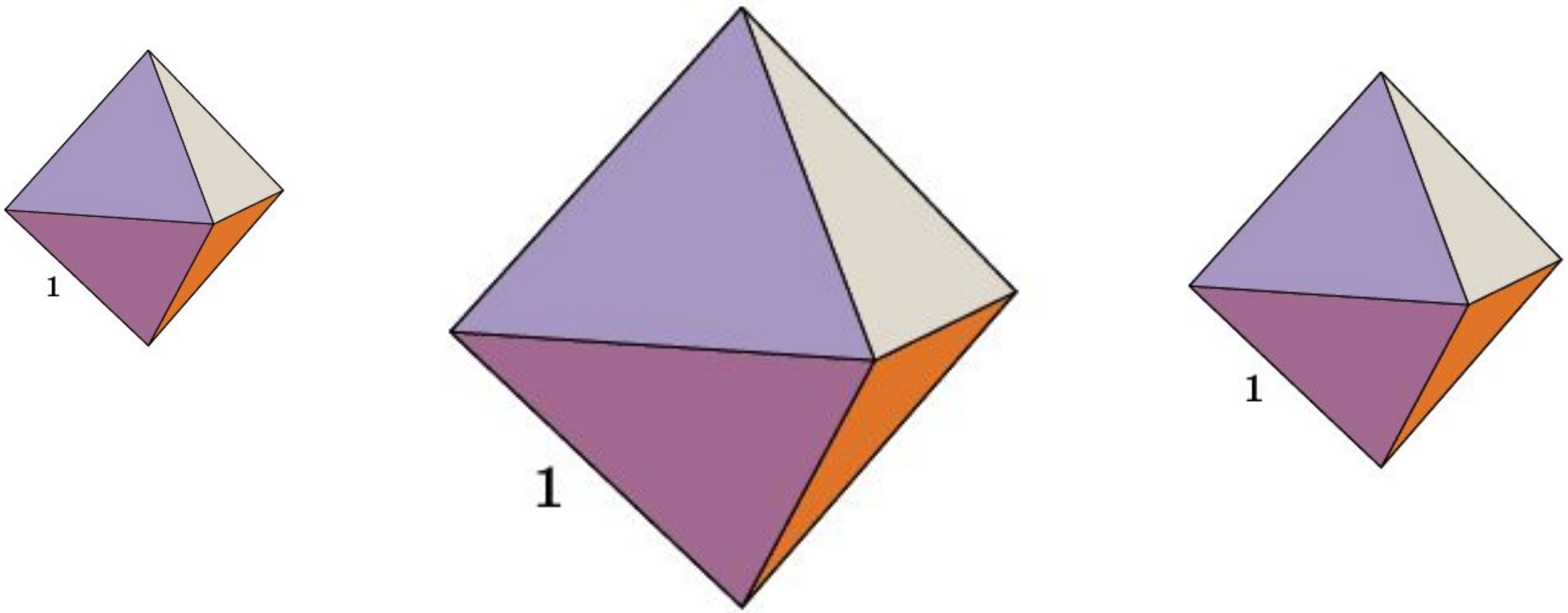
Гомотетия является подобием.

Преобразование подобия с коэффициентом k

- **Преобразование одной фигуры в другую называется *преобразованием подобия с коэффициентом k*, если оно изменяет расстояние между точками в *k* раз. Другими словами, если точки X и Y фигуры F перешли в точки X_1 и Y_1 фигуры F_1, то $XY = k \cdot X_1Y_1$**

Две фигуры называются подобными, если они переводятся одна в другую

- **с помощью преобразования подобия.**



Как можно задать преобразование пространства?

	указать
При центральной симметрии	
При осевой симметрии	
При зеркальной симметрии	
При параллельном переносе	
При гомотетии	

Какие точки при преобразовании остаются ***неподвижными***, т.е. совпадают со своим образом?

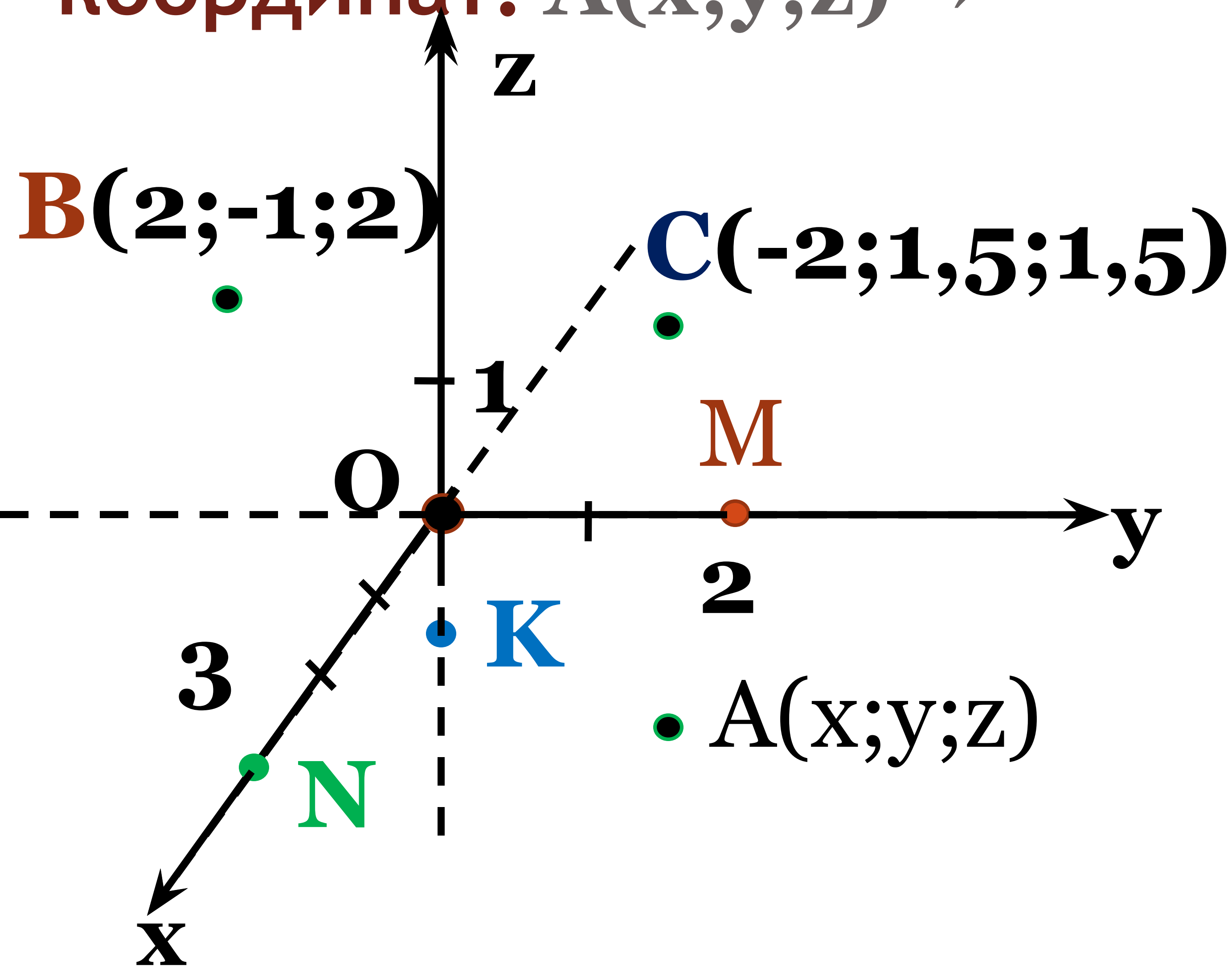
При центральной симметрии	
При осевой симметрии	
При зеркальной симметрии	
При параллельном переносе	
При гомотетии	

Преобразования симметрии в координатах :

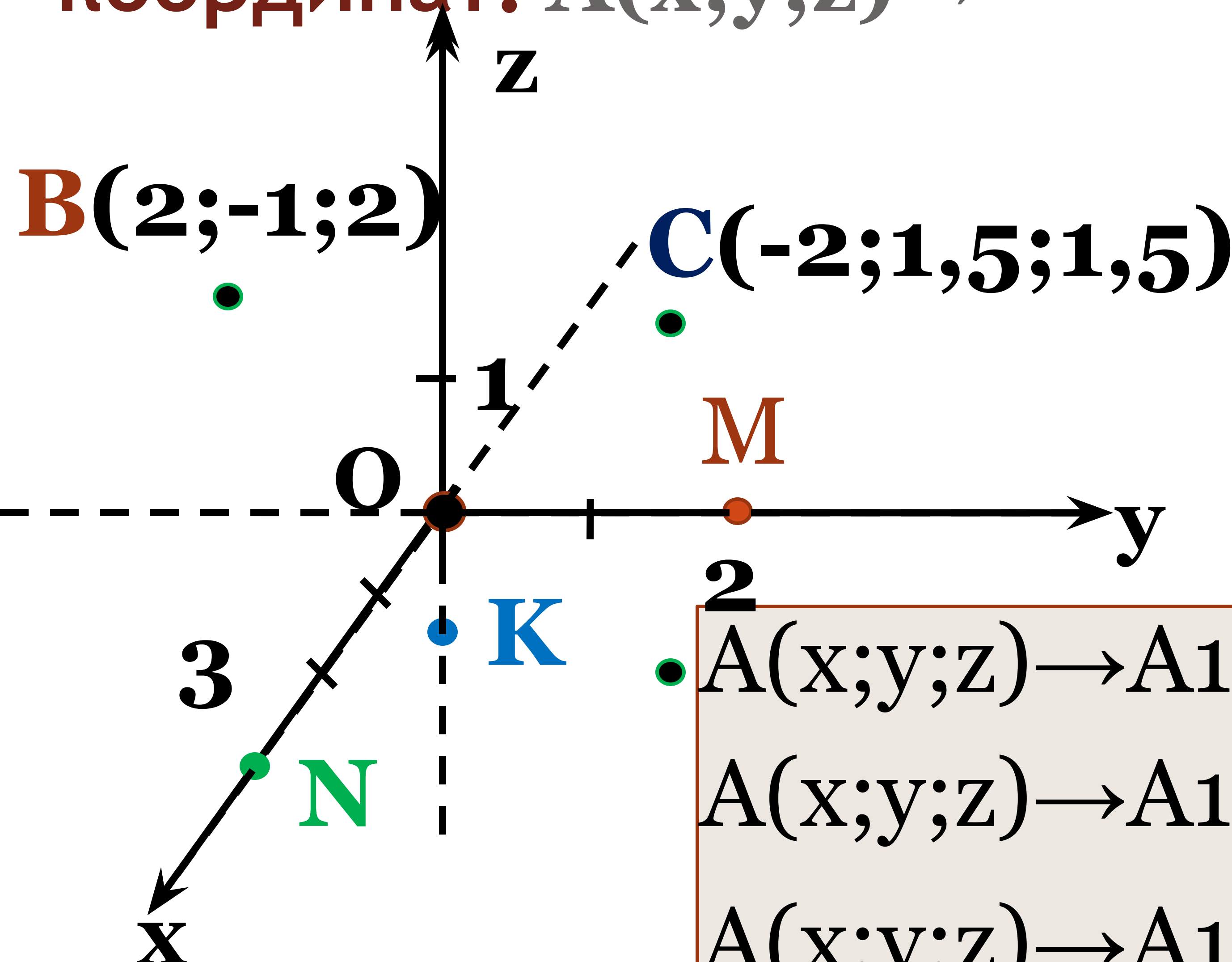
При заданном преобразовании S – симметрии относительно

начала координат	$A(x;y;z) \to$	$A_1(\ \ ;\ \ ;\ \ )$
Оси Ох	$A(x;y;z) \to$	$A_1(\ \ ;\ \ ;\ \ )$
Оси Оу	$A(x;y;z) \to$	$A_1(\ \ ;\ \ ;\ \ )$
Оси Оz	$A(x;y;z) \to$	$A_1(\ \ ;\ \ ;\ \ )$
Плоскости хОу	$A(x;y;z) \to$	$A_1(\ \ ;\ \ ;\ \ )$
Плоскости хОу	$A(x;y;z) \to$	$A_1(\ \ ;\ \ ;\ \ )$
Плоскости хОу	$A(x;y;z) \to$	$A_1(\ \ ;\ \ ;\ \ )$
точки М(a;b;c)	$A(x;y;z) \to$	$A_1(\ \ ;\ \ ;\ \ )$

Симметрия относительно начала координат: A(x;y;z)→



Симметрия относительно осей координат: A(x;y;z)→

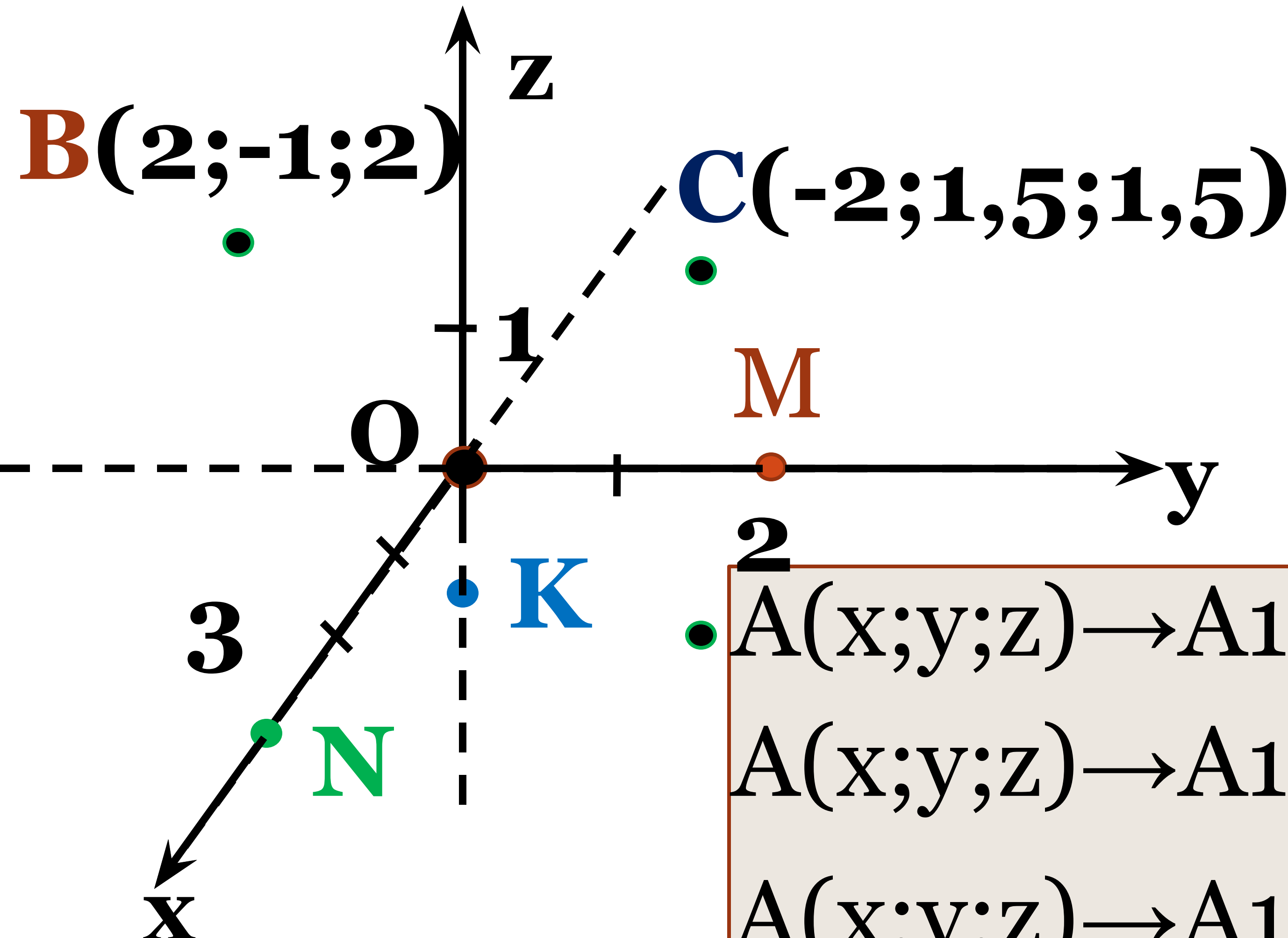


A(x;y;z)→A1(; ;)

A(x;y;z)→A1(; ;)

A(x;y;z)→A1(; ;)

Симметрия относительно координатных плоскостей:



$A(x;y;z) \rightarrow A1(\ ;\ ;\ )$

$A(x;y;z) \rightarrow A1(\ ;\ ;\ )$

$A(x;y;z) \rightarrow A1(\ ;\ ;\ )$

При заданном преобразовании S – симметрии относительно

начала координат	$A(x;y;z) \to$	$A_1(-x;-y;-z)$
Оси Ox	$A(x;y;z) \to$	$A_1(x;-y;-z)$
Оси Oy	$A(x;y;z) \to$	$A_1(-x;y;-z)$
Оси Oz	$A(x;y;z) \to$	$A_1(-x;-y;z)$
Плоскости xOy	$A(x;y;z) \to$	$A_1(x;y;-z)$
Плоскости xOz	$A(x;y;z) \to$	$A_1(x;-y;z)$
Плоскости yOz	$A(x;y;z) \to$	$A_1(-x;y;z)$
точки M(a;b;c)	$A(x;y;z) \to$	$A_1(\quad;\quad;\quad)$

При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{(a;b;c)}$

$$A(x;\, y;\, z) \rightarrow A_1(x+a;\, y+b;\, z+c)$$