

7. Сферическую оболочку воздушного шара делают из материала, квадратный метр которого имеет массу 1 кг. Шар наполняют гелием при атмосферном давлении 10^5 Па. Определите минимальную массу оболочки, при которой шар начнет подниматься. Температура гелия и окружающего воздуха одинакова и равна 0°C . (Площадь сферы – $S=4\pi r^2$, объем шара – $V=4\pi r^3/3$)

Дано:

$$a = m_0 / S = 1 \text{ кг/м}^2$$

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ К}$$

He

$$m_0 - ?$$

Решение:

На шар действуют: сила тяжести и сила Архимеда. По II закону Ньютона:

$$F_A = m_{\text{He}}g + m_0g \quad \rho_{\text{в}}gV = \rho_{\text{He}}Vg + aSg$$

$$\rho_{\text{в}}g \frac{4\pi r^3}{3} = \rho_{\text{He}} \frac{4\pi r^3}{3} g + 4\pi r^2 a g$$

$$\frac{r^2}{3} (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{He}}) = ar^2$$

Отсюда: $r = \frac{3a}{(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{He}})}$

Плотности гелия и воздуха вычислим из уравнения состояния газа:

$$pV = \frac{m}{M}RT \quad \rho = \frac{m}{V} \quad \rho = \frac{pM}{RT}$$

$$r = \frac{3a}{\frac{p}{RT} (M_{\text{в}} - M_{\text{He}})} \approx 2,7 \text{ м} \quad m_0 = a \cdot S = 4\pi r^2 a \approx 92 \text{ кг}$$



8. Теплоизолированный сосуд объемом $V=2 \text{ м}^3$ разделен теплоизолирующей перегородкой на две равные части. В одной части сосуда находится 2 моль гелия, а в другой – такое же количество моль аргона. Температура гелия 300 К, аргона 600 К. Определите парциальное давление аргона в сосуде после удаления перегородки.

Дано:
 $V=2 \text{ м}^3$
 $\nu = 2 \text{ моль}$
 $T_{He} = 300 \text{ К}$
 $T_{Ar} = 600 \text{ К}$
 $p_{Ar} - ?$

Решение:

До удаления перегородки внутренняя энергия газов:

$$u_1 = \frac{3}{2} \nu R (T_1 + T_2)$$

После удаления перегородки установится общая температура T :

$$u_2 = \frac{3}{2} \cancel{\nu} R T$$

Т.к. сосуд теплоизолированный, то выполняется закон сохранения энергии:

$$u_1 = u_2 \quad \frac{3}{2} \cancel{\nu} R (T_1 + T_2) = 3 \cancel{\nu} R T$$

Отсюда: $\frac{T_1 + T_2}{2} = T \quad T = 450 \text{ К}$

Из закона Дальтона: $p_{Ar} \cdot V = \nu R T \quad p_{Ar} = 3735 \text{ Па}$

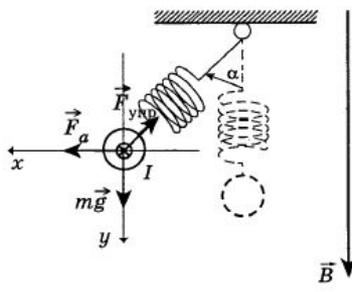
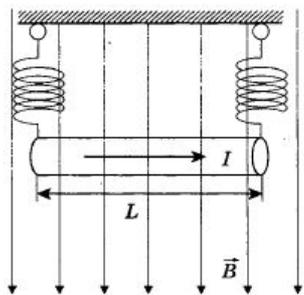


9. По прямому горизонтальному проводнику длиной 1 м с площадью поперечного сечения $1,25 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$, подвешенному с помощью двух одинаковых невесомых пружин жесткостью 100 Н/м, течет ток 10 А. Какой угол составляют оси пружин с вертикалью при включении вертикального магнитного поля с индукцией 0,1 Тл, если абсолютное удлинение каждой из пружин при этом составляет $7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$? (Плотность материала проводника $8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.)

Дано:

$L = 1 \text{ м}$
 $S = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$
 $k = 100 \text{ Н/м}$
 $I = 10 \text{ А}$
 $B = 0,1 \text{ Тл}$
 $\Delta l = 7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
 $\rho = 8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
 $\alpha - ?$

Решение:



$$\begin{cases} \text{Ось X} & -F_{\text{упр}} \cos \alpha = mg \\ \text{Ось Y} & -F_{\text{упр}} \sin \alpha = ILB \end{cases}$$

$$F_{\text{упр}} = -2k\Delta l$$

$$\begin{cases} 2k\Delta l \cos \alpha = mg \\ 2k\Delta l \sin \alpha = ILB \end{cases}$$

Разделим уравнение (1) на уравнение (2):

$$\text{tg} \alpha = \frac{ILB}{mg}$$

Масса провода:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot L \cdot S$$

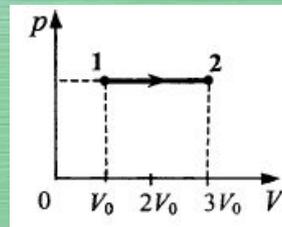
Окончательно:

$$\text{tg} \alpha = \frac{ILB}{\rho L S g}$$

$$\text{tg} \alpha = 1 \quad \alpha = 45^\circ$$



10. На рисунке изображено изменение состояния 1 моль идеального одноатомного газа. Начальная температура газа 27°C . Какое количество теплоты сообщено газу в этом процессе



Дано:

$$\nu = 1 \text{ моль}$$

$$T = 27^{\circ}\text{C} = 300 \text{ K}$$

Q - ?

Решение:

$$\text{В состоянии 1: } pV_0 = \nu RT_1$$

$$\text{В состоянии 2: } p3V_0 = \nu RT_2$$

Отсюда: $3 = \frac{T_2}{T_1} \quad T_2 = 3T_1$

Количество теплоты, полученное системой в изобарном процессе:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \quad Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + p \Delta V \quad Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \nu R \Delta T$$

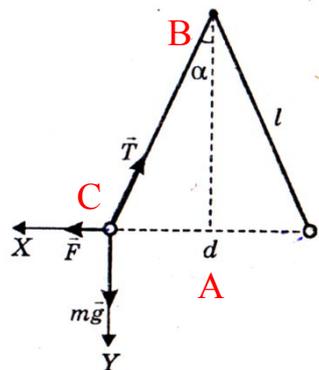
$$Q_{12} = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) \quad Q_{12} = \frac{5}{2} \nu R \cancel{2} T_1$$

$$Q_{12} = 5 \nu R T_1 = 12500 \text{ Дж}$$



11. Два алюминиевых шарика радиусом 7 мм каждый подвешены на диэлектрических нитях длиной 0,5 м и соприкасаются. Шарикам сообщили заряд, после чего они оттолкнулись друг от друга на расстояние 10 см между поверхностями. Определить заряд, сообщенный шарикам. Шарики находятся в воздухе.

Дано:
 $R=7 \text{ мм}=0,007 \text{ м}$
 $L=0,5 \text{ м}$
 $d = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$
 $q - ?$



Решение:
 Силы, действующие на один из шариков по II закону Ньютона:

$$\begin{cases} \text{Ось OX} \{ F - T \sin \alpha = 0 \\ \text{Ось OY} \{ mg - T \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} F = T \sin \alpha \\ mg = T \cos \alpha \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Выразим T из уравнения (2) и подставим в уравнение (1):

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$F = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

По закону Кулона:
$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = k \frac{\frac{q}{2} \cdot \frac{q}{2}}{(2R + d)^2} = k \frac{q^2}{4(2R + d)^2}$$

Из треугольника ABC:
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{AB} \quad AC = \frac{d}{2} = \frac{0,1 \text{ м}}{2} = 0,05 \text{ м} \quad AB = \sqrt{L^2 - \frac{d^2}{4}} = 0,49 \text{ м}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,1$$

$$F = \rho \cdot V \cdot \operatorname{tg} \alpha = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 3,88 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \quad 4(2R + d)^2 = 0,052 \text{ м}^2$$

$$q = \sqrt{\frac{F r^2}{k}} = \sqrt{\frac{3,88 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot 0,052 \text{ м}^2}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}}} = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$$

