Преобразование иррациональных выражений.

Раскрытие скобок

- $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 5\sqrt{3}) =$

$42 + 15\sqrt{6} - 14\sqrt{6} - 30$

$= 12 + \sqrt{6}$

Ответ: $12+\sqrt{6}$

Умножение корней

$$\sqrt{3-\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{12+6\sqrt{3}}$$

Приведем первый множитель к 4ой степени:

$$\sqrt{3-\sqrt{3}}=\sqrt[4]{(3-\sqrt{3})^2}=\sqrt[4]{9-6\sqrt{3}+3}=\sqrt[4]{12-6\sqrt{3}}$$

Перемножим радикалы:

$$\sqrt[4]{12-6\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{12+6\sqrt{3}}=\sqrt[4]{\left(12-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(12+6\sqrt{3}\right)}$$

$$=\sqrt[4]{144-36\cdot 3}=\sqrt[4]{144-108}=\sqrt[4]{36}=\sqrt[4]{6^2}=\sqrt{6}$$

Сократить дробь

$$\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x}-2\sqrt[6]{xy}+\sqrt[3]{y}}$$

К числителю и знаменателю применим формулы сокращенного умножения

$$\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=\sqrt[6]{x^2}-\sqrt[6]{y^2}=\left(\sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}\right)\left(\sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{y}\right)$$

$$\sqrt[3]{x}-2\sqrt[6]{xy}+\sqrt[3]{y}=\sqrt[6]{x^2}-2\sqrt[6]{xy}+\sqrt[6]{y^2}=\left(\sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}\right)^2$$

Сократим получившиеся выражение:

$$\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x}-2\sqrt[6]{xy}+\sqrt[3]{y}}=\frac{\left(\sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}\right)\left(\sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{y}\right)}{\left(\sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}\right)^2}=\frac{\sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{y}}{\sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}}$$

Выражения вида $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ ***называют двойными радикалами или сложными радикалами. Преобразовать двойной радикал – это значит избавиться от внешнего радикала.***

Как преобразовать выражение?

$$\sqrt{4-\sqrt{7}}$$

1. $(4-\sqrt{7})\rangle 0$

2. $a^2 \pm 2ab + b^2 = \left(a \pm b\right)^2$

3. $\sqrt{a^2} = |a|$

$$4-\sqrt{7}=\frac{1}{2}\left(8-2\sqrt{7}\right)=$$

$$\frac{1}{2}\left(7-2\sqrt{7}+1\right)=$$

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{7}^{2}-2\cdot\sqrt{7}\cdot 1+1^{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{7}-1\right)^{2}$$

$$\sqrt{4-\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{7}-1\right)^2} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}}\left|\sqrt{7}-1\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{7}-1\right) =$$

>0

$$= \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}}$$

Формула сложного радикала

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}},$$

если $a^2 \geq b$

$$\boxed{\sqrt{4 - \sqrt{7}}} = \boxed{\sqrt{\frac{4 + \sqrt{4^2 - 7}}{2}} - \sqrt{\frac{4 - \sqrt{4^2 - 7}}{2}} =}$$

Решение:

$$\boxed{\sqrt{4-\sqrt{7}}} = \sqrt{\frac{4+\sqrt{9}}{2}} - \sqrt{\frac{4-\sqrt{9}}{2}} =$$

$$\boxed{a^2 - b =}$$

$$\boxed{4^2 - 7 = 9}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}}$$

Метод неопределенных коэффициентов

$$Пусть\_\sqrt{61+28\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}.$$

$$Тогда (a+b\sqrt{3})^2 = 61+28\sqrt{3}.$$

$$Значит, a^2 + 2ab\sqrt{3} + 3b^2 = 61+28\sqrt{3}.$$

$$отсюда \begin{cases} a^2+3b^2=61 \\ 2ab=28 \end{cases} \left\{ a^2+3b^2=61, ab=14 \right.$$

$$Выпишем\_все\_пары\_чисел(a;в),\_для\_которых\_ав=14,$$

$$Из\_этих\_пар\_выберем\_те, которые\_удовлетворяют\_условиям$$

$$a^2+3в^2=61\_и\_a+в\sqrt{3}\geq 0.$$

$$Это\_пара\_(7;2)$$

$$Значит\_\sqrt{61+28\sqrt{3}} = 7+2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$$

Как?

Привести подкоренное выражение к квадрату

Применить метод неопределен-ных коэф-фициентов

Применить формулу сложного радикала