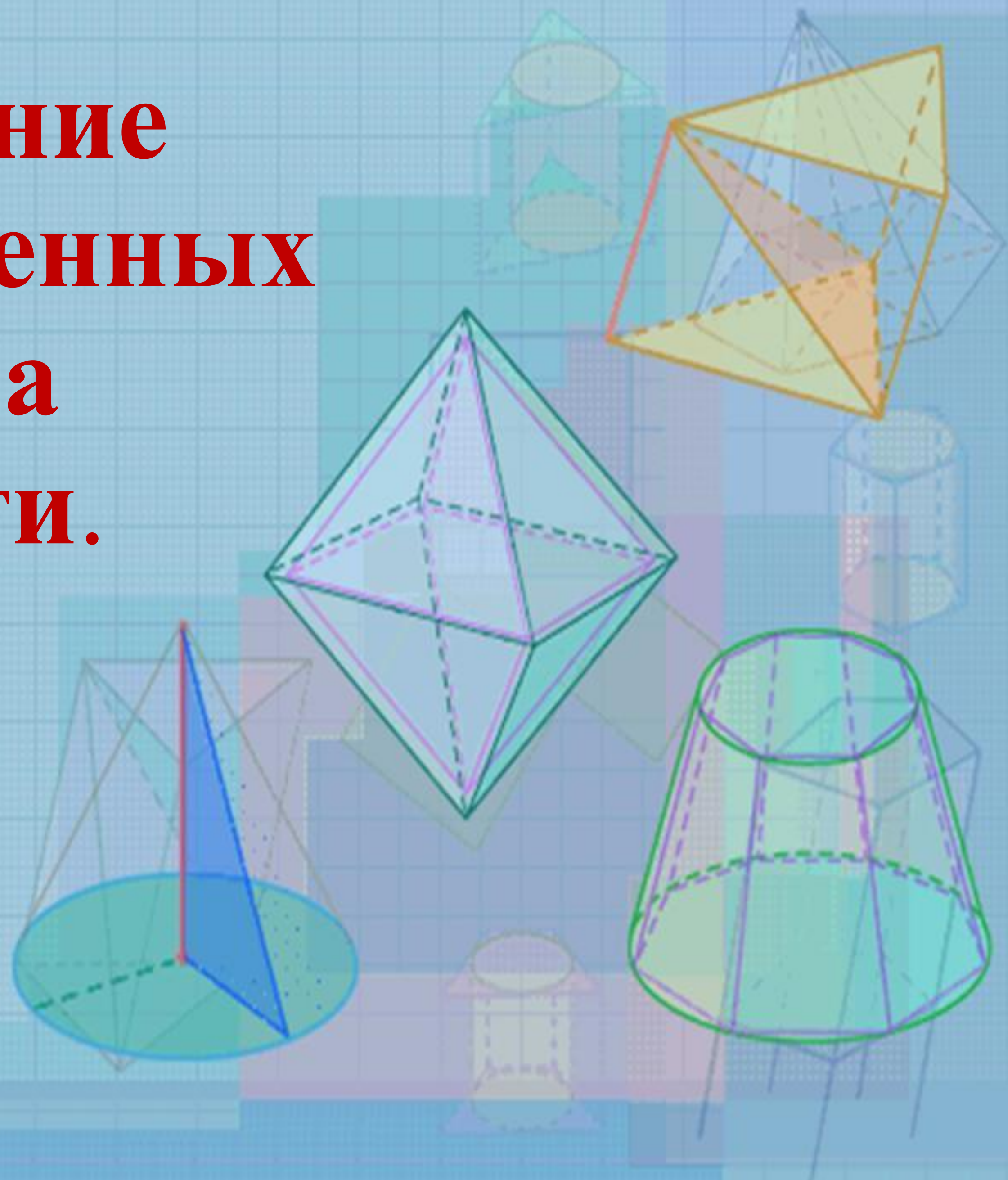
Изображение пространственных фигур на плоскости.

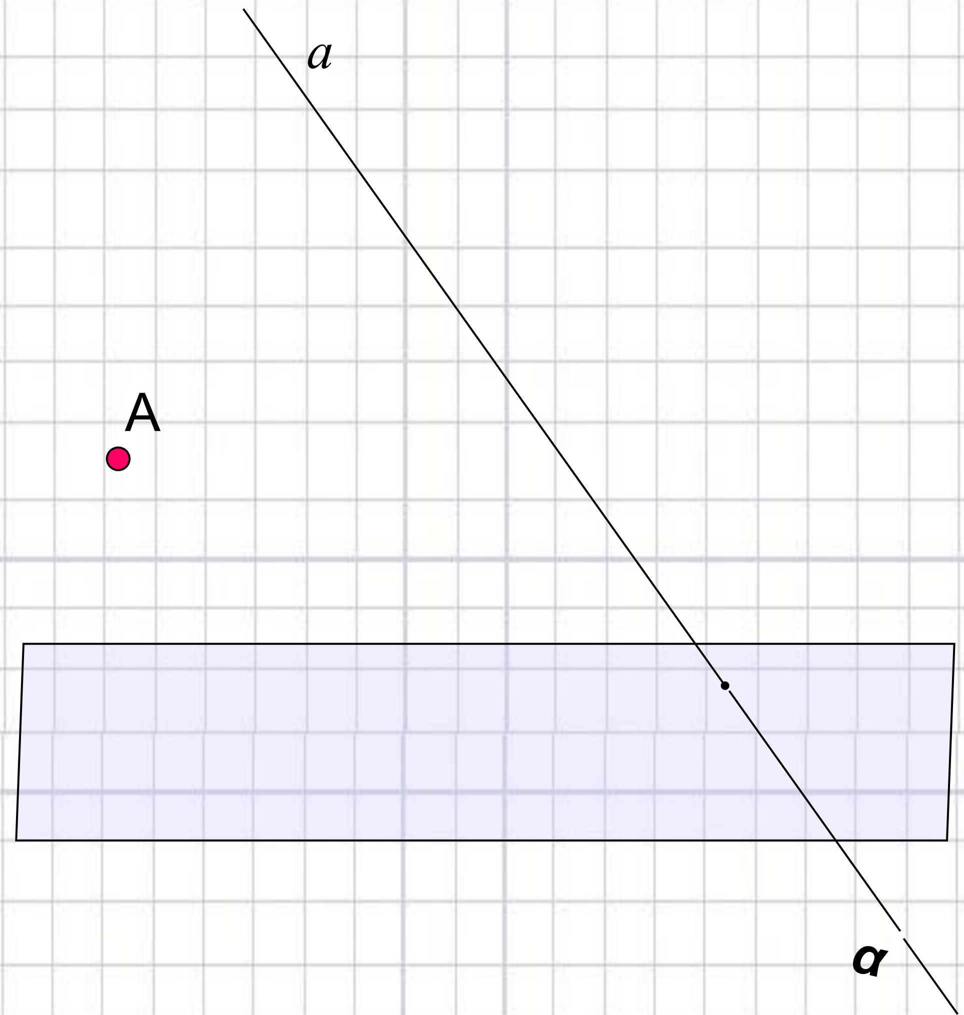


При изучении *стереометрии* – геометрии в пространстве необходимо уметь изображать геометрические фигуры на плоскости (на странице тетради, на доске и т.д.).

Каким образом пространственную фигуру (например, куб) можно «уложить» в плоскость?

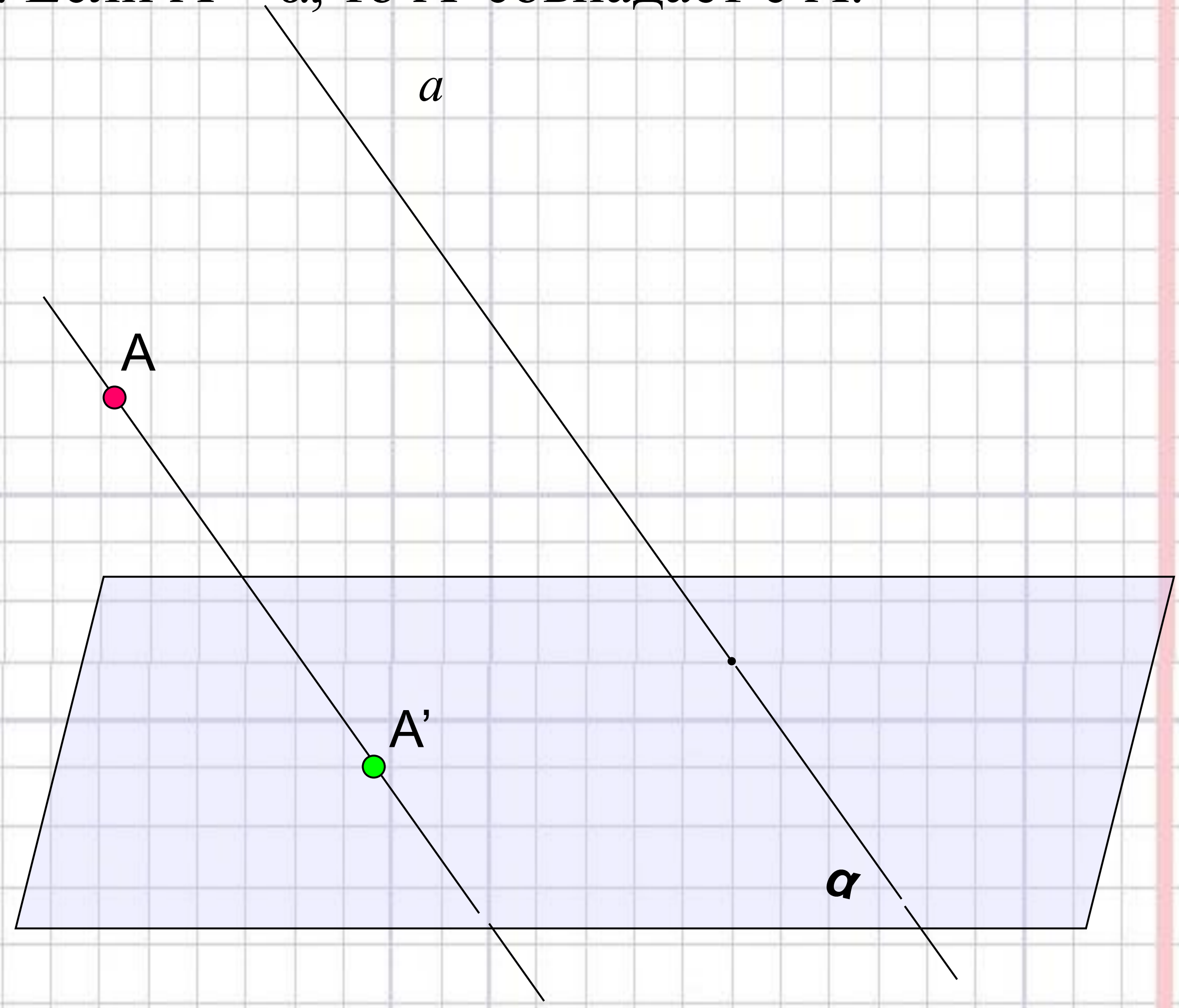
Для решения этой задачи применяется *метод параллельного проектирования*. Выясним его суть на примере простейшей геометрической фигуры – точки в пространстве : точки А.

Выберем в пространстве произвольную плоскость α (её мы будем называть *плоскостью проекций* и любую прямую *a* пересекает ***α*** (она задает *направление параллельного проектирования*).

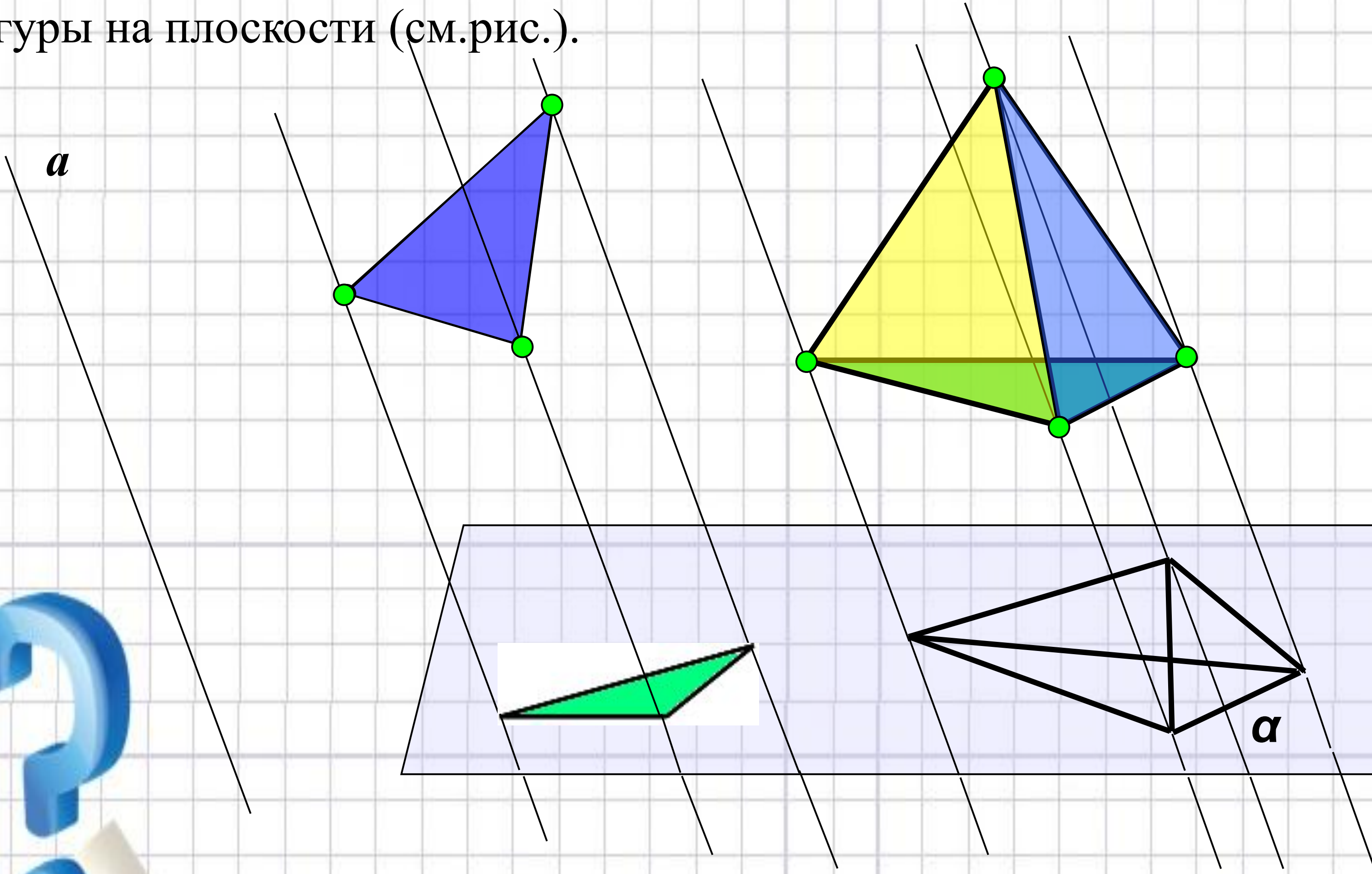


Проведем через точку А прямую, параллельную прямой *а*.

Точка А' пересечения этой прямой с плоскостью и есть *проекция* точки А на плоскость α. Точку А ещё называют *прообразом*, а точку А' – *образом*. Если А $\in$ α, то А' совпадает с А.

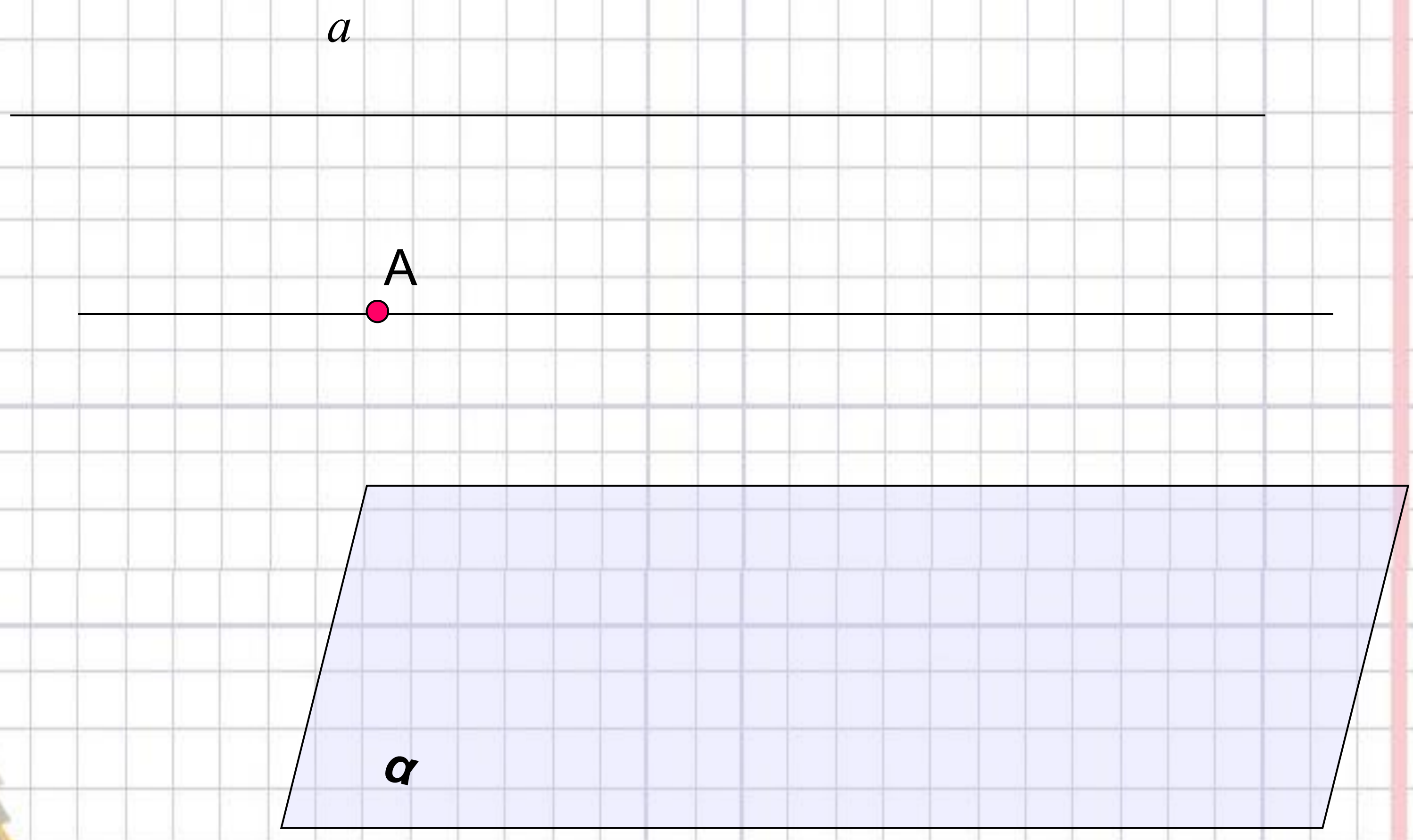


Рассматривая любую геометрическую фигуру как множество точек, можно построить в заданной плоскости проекцию данной фигуры. Таким образом можно получить изображение (или «проекцию») любой плоской или пространственной фигуры на плоскости (см.рис.).

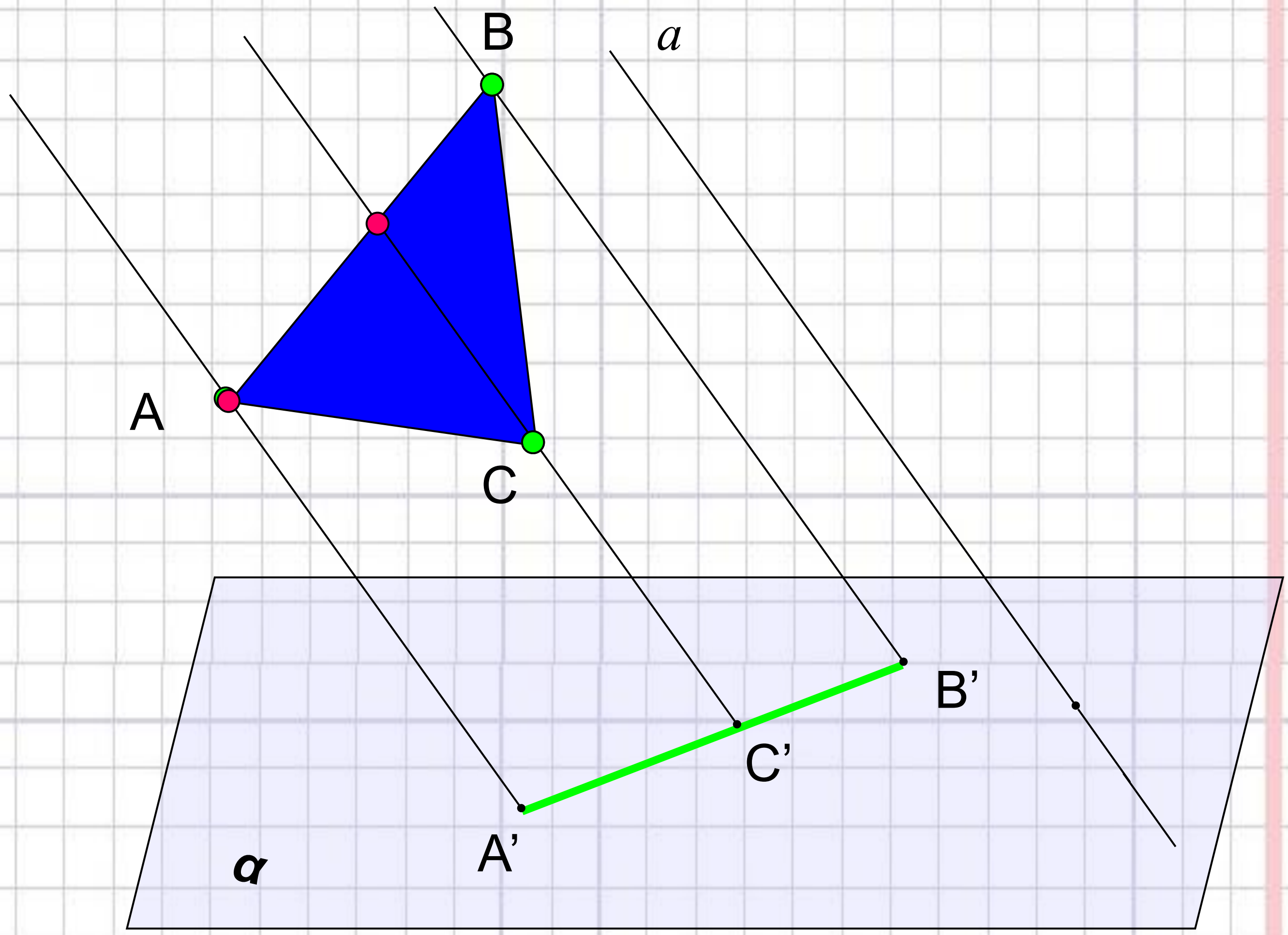


Наглядным примером параллельного проектирования является отбрасываемая любым объектом(*прообраз*) в пространстве тень(*образ*) от солнечных лучей (*направление параллельного проектирования*) на Земле(*плоскость проекций*).

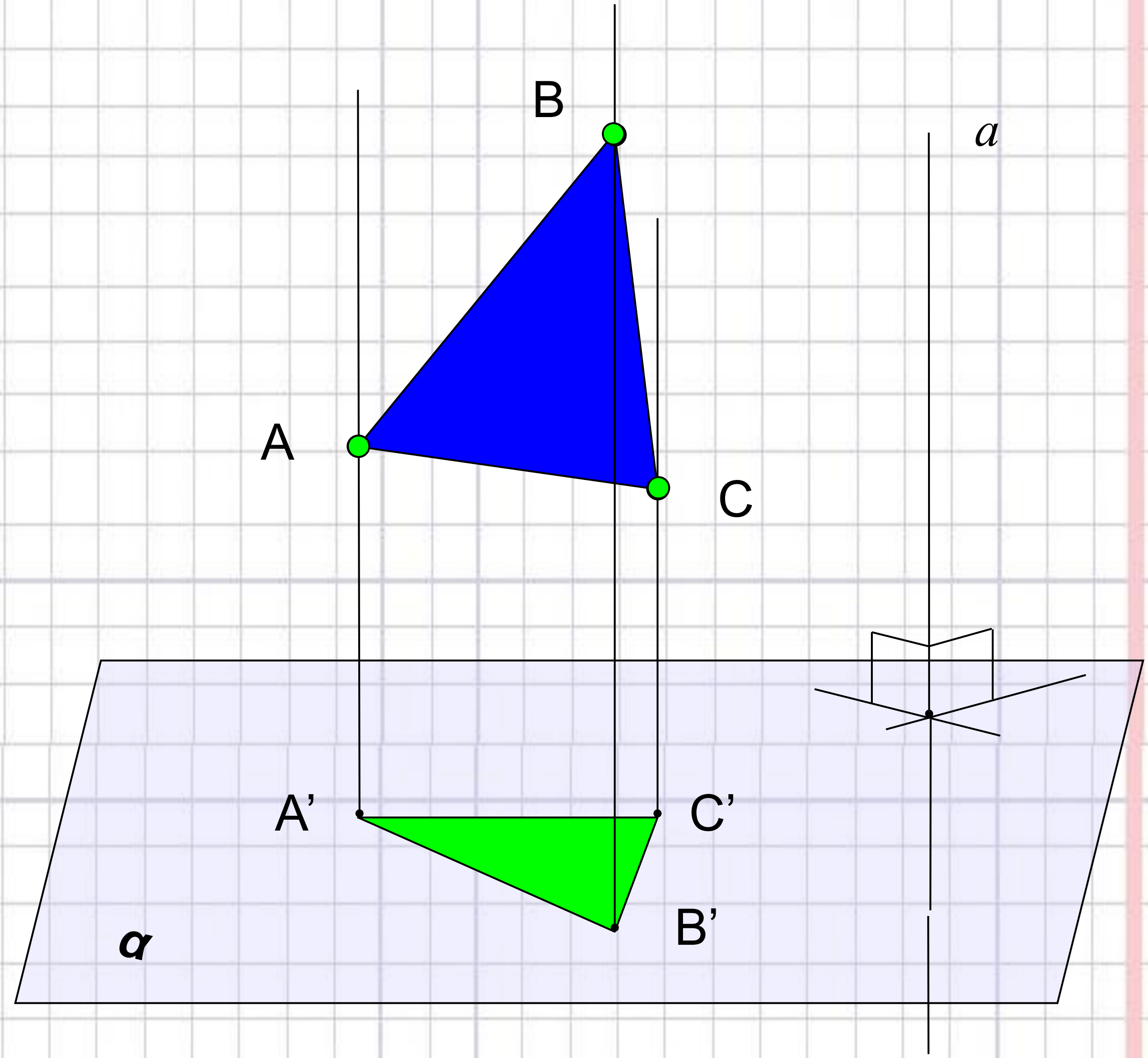
Примечание 1. При параллельном проектировании **<u>не выбирают</u>** направление параллельного проектирования параллельно плоскости проекции **(самостоятельно обоснуйте почему).**



Примечание 2. При параллельном проектировании плоских фигур **<u>не выбирают</u>** направление параллельного проектирования **параллельно плоскости,** которой принадлежит эта плоская фигура, т.к. получающаяся при этом проекция не отражает свойства данной плоской фигуры.

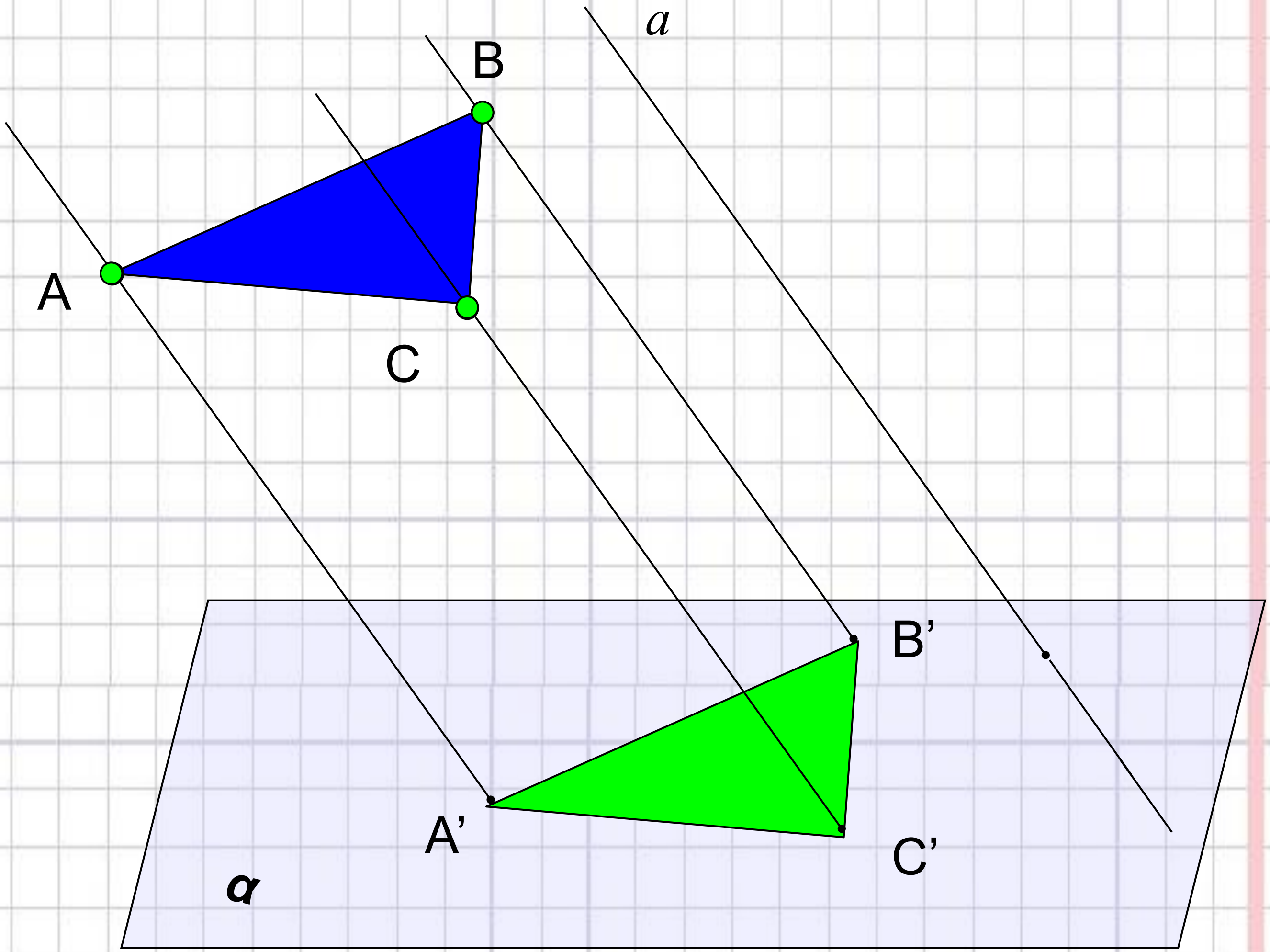


Примечание 3. Если направление параллельного проектирования перпендикулярно плоскости проекций, то такое параллельное проектирование называется **ортогональным** *(прямоугольным)* **проектированием**.



Примечание 4. Если плоскость проекций и плоскость, в которой лежит данная фигура параллельны (α||(ABC)), то получающееся при этом изображение…

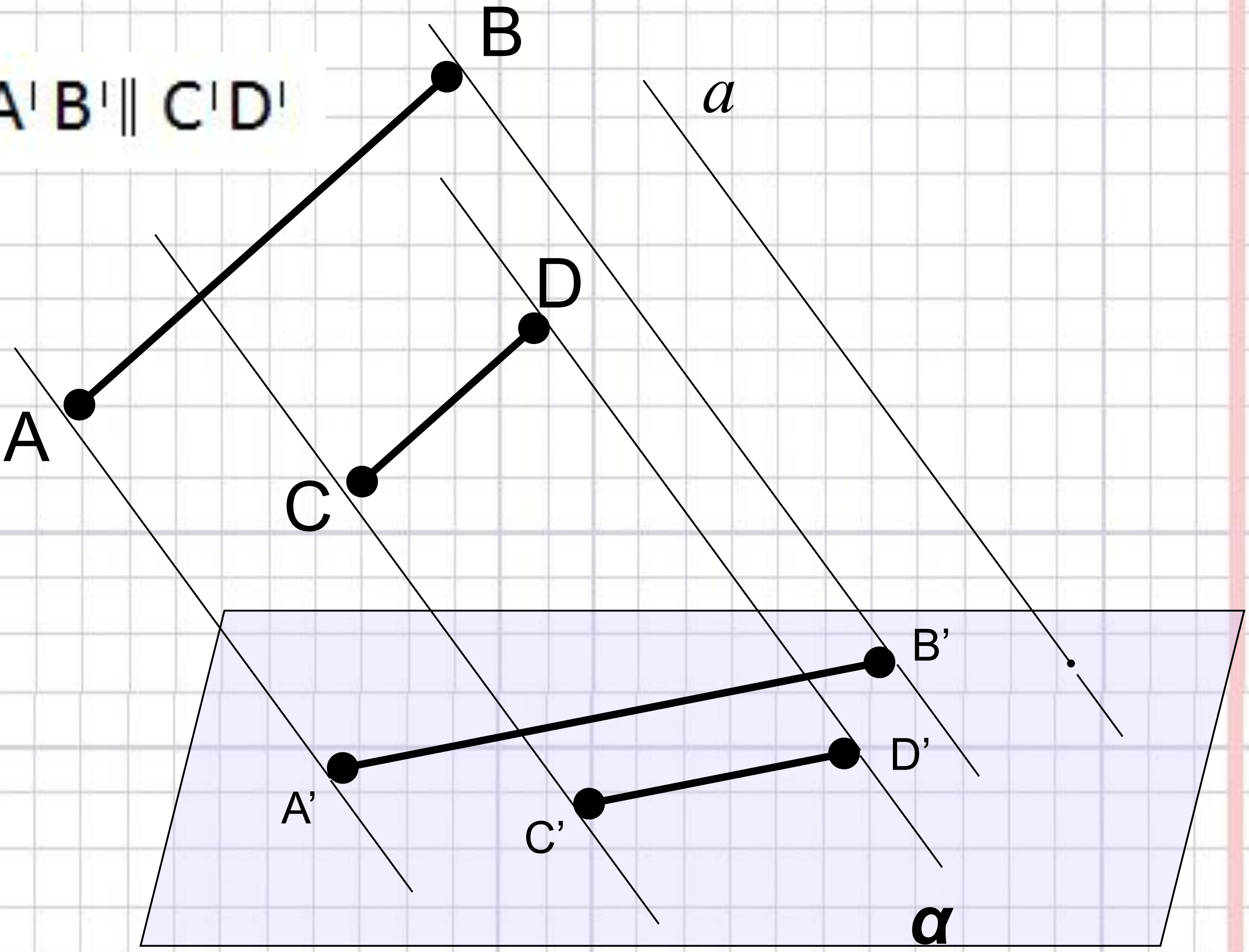
...правильно – **равно прообразу!**



Параллельное проектирование обладает свойствами:

1) параллельность прямых (отрезков, лучей) **сохраняется**;

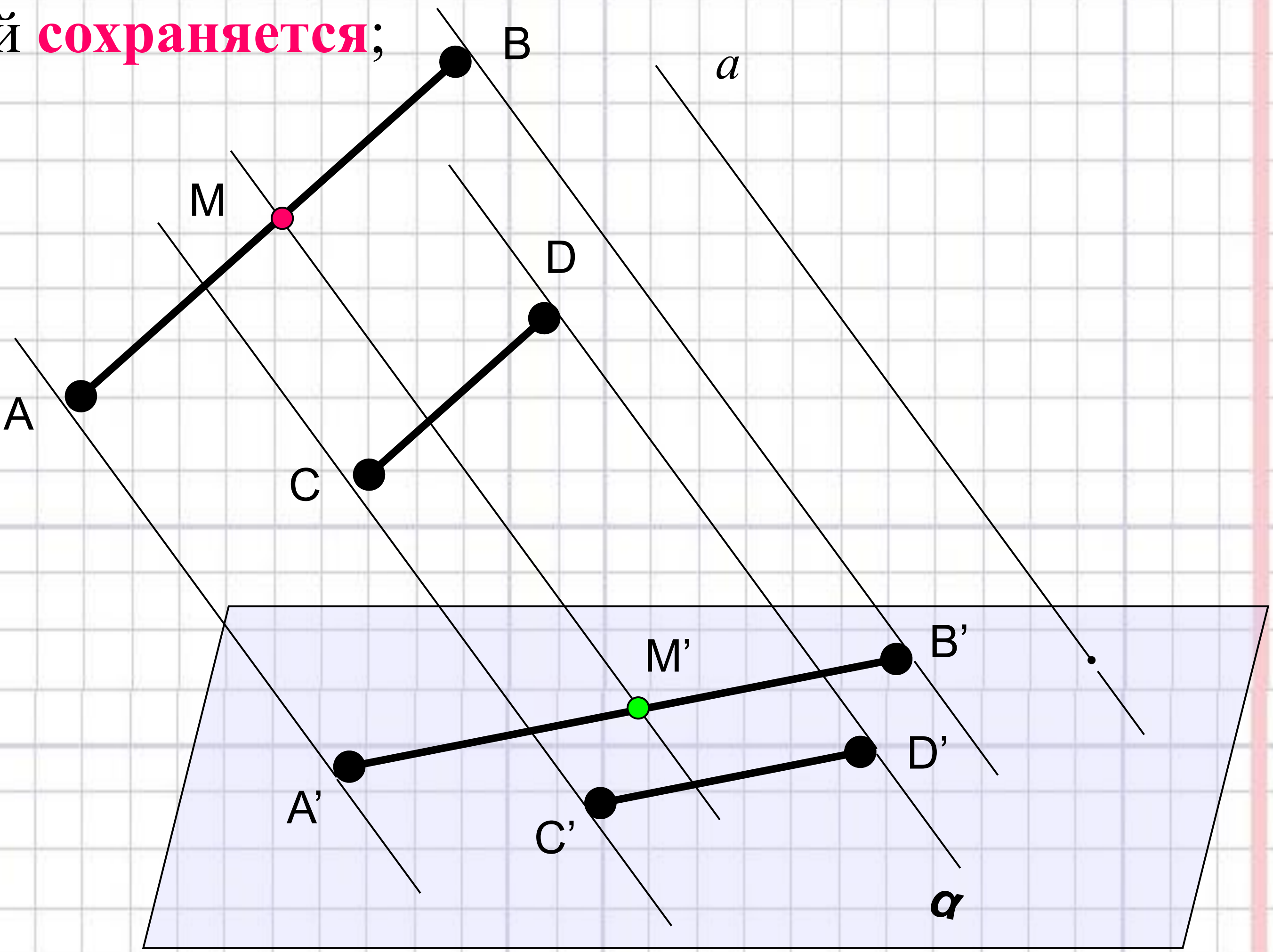
$AB \parallel CD \Rightarrow A'B' \parallel C'D'$



Параллельное проектирование обладает свойствами:

1) параллельность прямых (отрезков, лучей) **сохраняется**;

2) отношение длин отрезков, лежащих на параллельных или на одной прямой **сохраняется**;



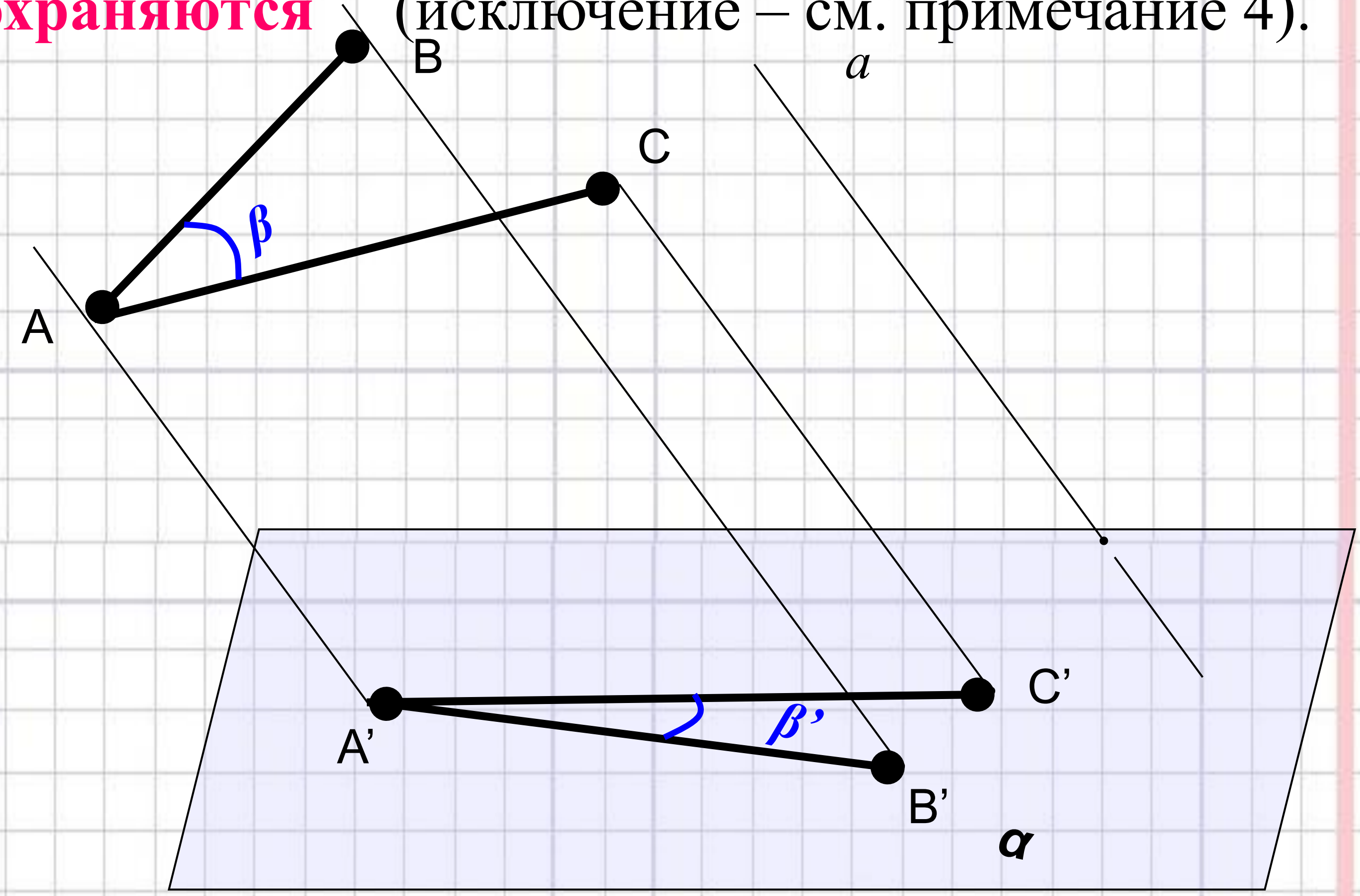
Если, например, AB=2CD, то A’B’=2C’D’ или $\frac{AM}{MB} = \frac{A'M'}{M'B'}$

Параллельное проектирование обладает свойствами:

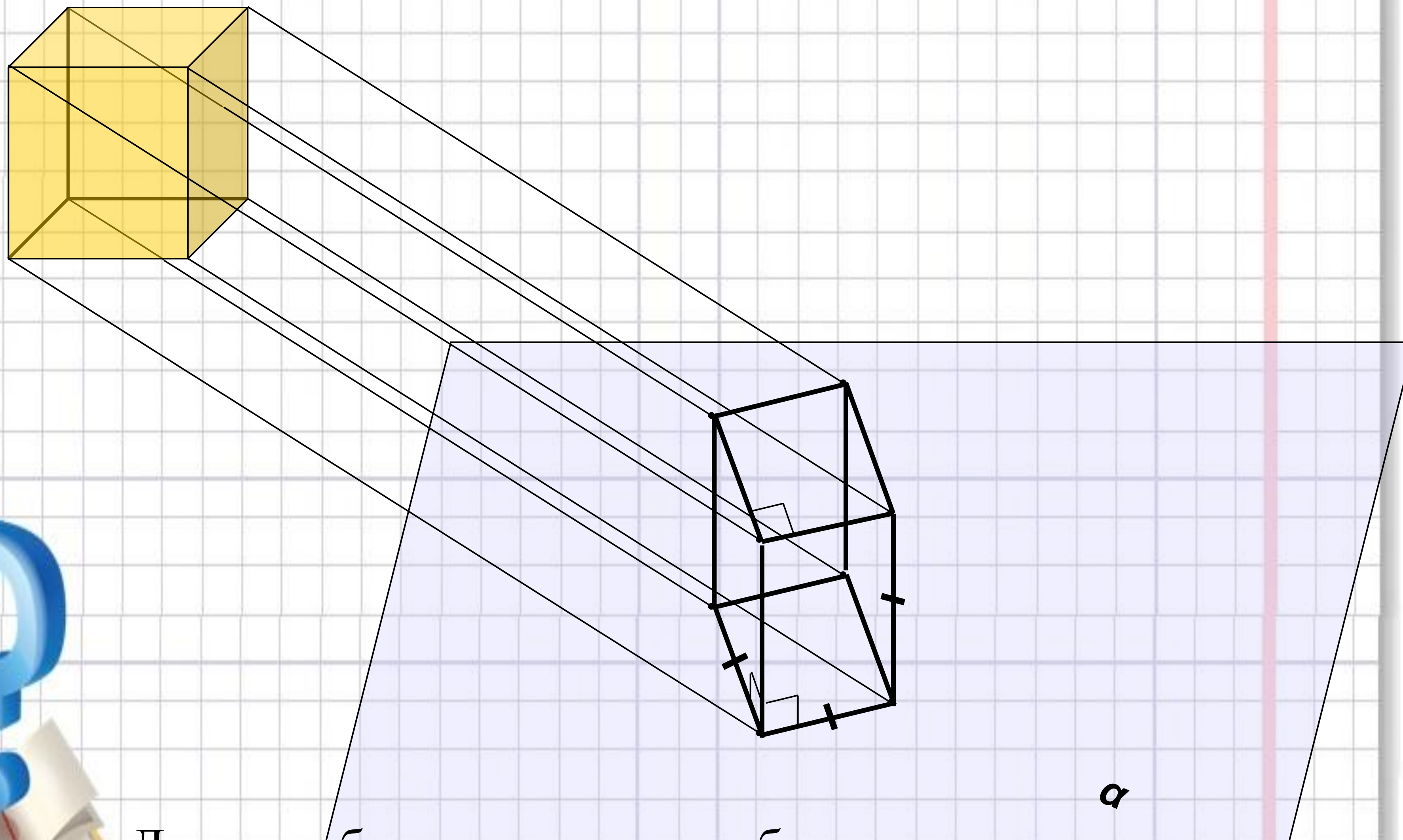
1)параллельность прямых (отрезков, лучей) **сохраняется**;

2) отношение длин отрезков, лежащих на параллельных или на одной прямой **сохраняется**;

3) Линейные размеры плоских фигур(длины отрезков, величины углов) **не** **сохраняются** (исключение – см. примечание 4).

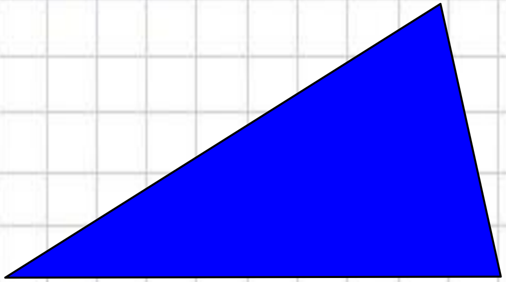


Итак, построим изображение куба:

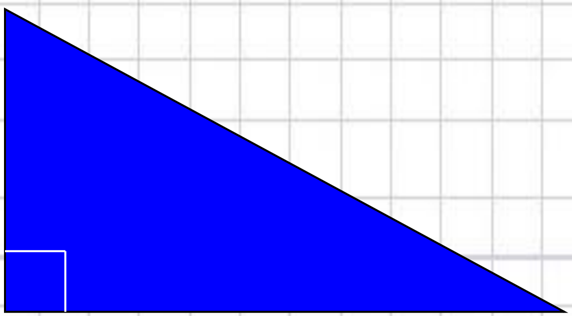


Далее разберем примеры изображения некоторых плоских фигур…

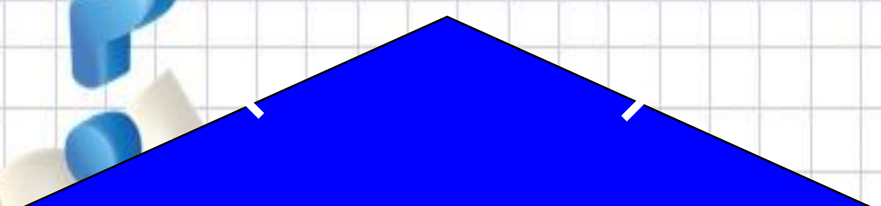
Фигура в пространстве



Произвольный треугольник

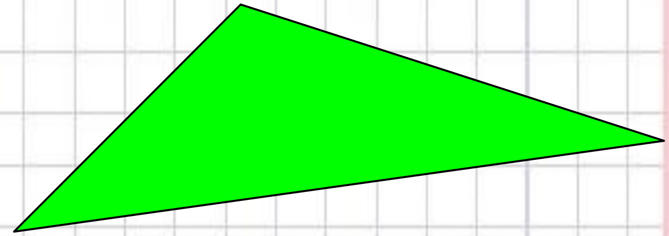


Прямоугольный треугольник

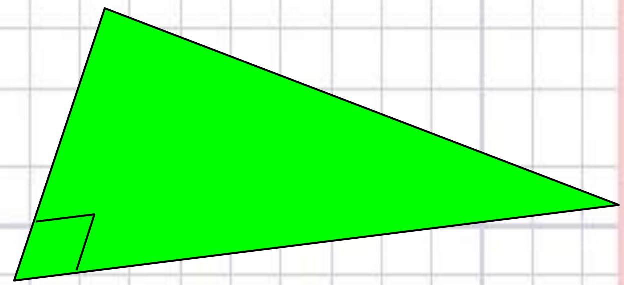


Равнобедренный треугольник

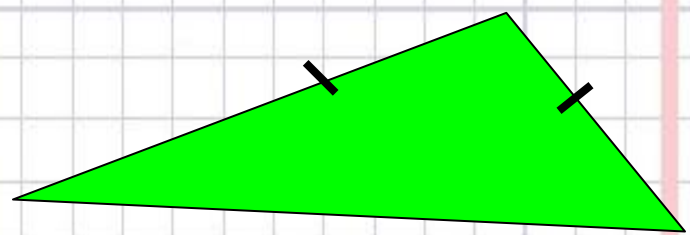
Её изображение на плоскости



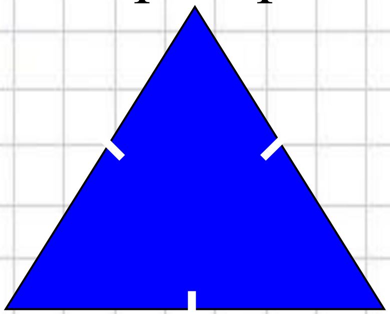
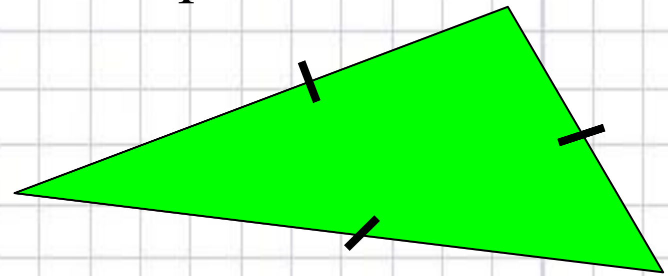
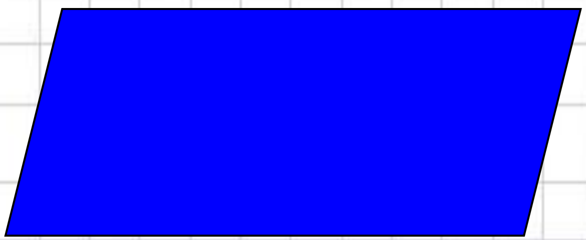
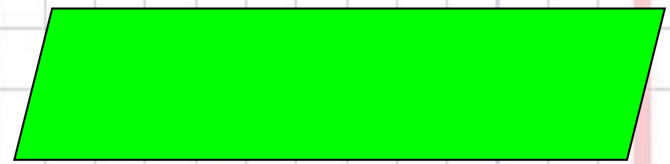
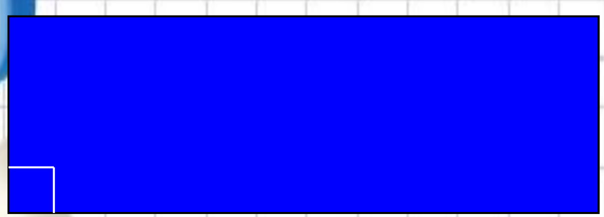
Произвольный треугольник



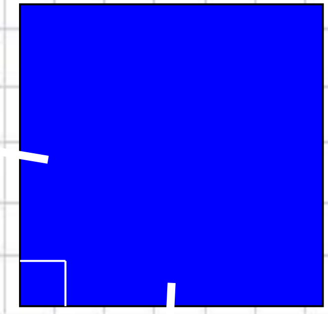
Произвольный треугольник



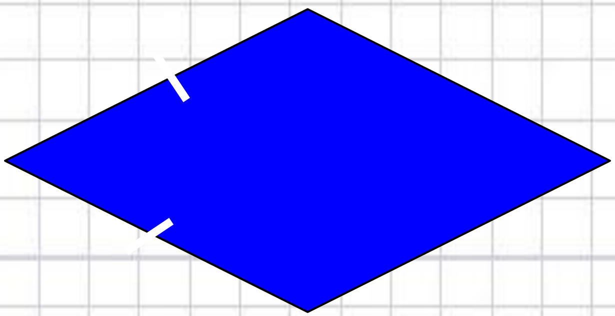
Произвольный треугольник

Фигура в пространстве	Её изображение на плоскости
	
Равносторонний треугольник	Произвольный треугольник
	
Параллелограмм	Произвольный параллелограмм
	
Прямоугольник	Произвольный параллелограмм

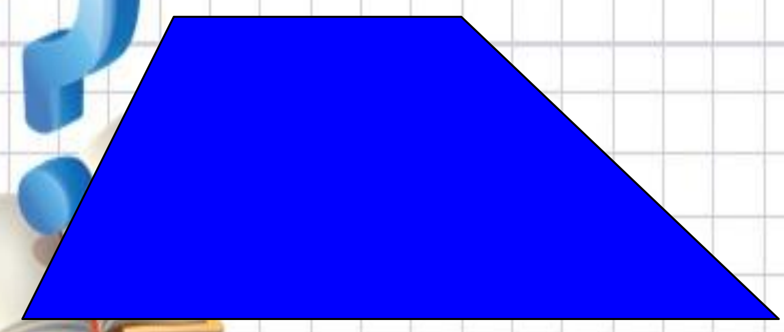
Фигура в пространстве



Квадрат

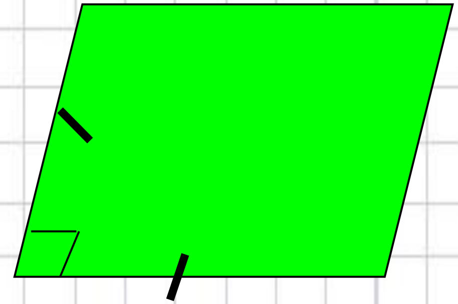


Ромб

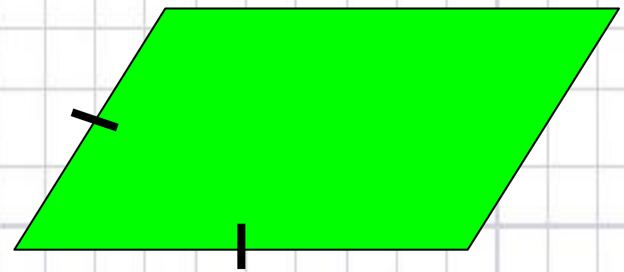


Трапеция

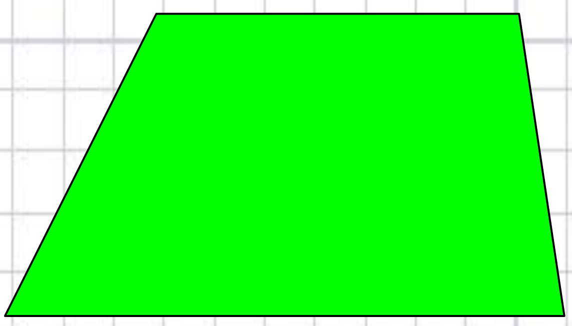
Её изображение на плоскости



Произвольный параллелограмм

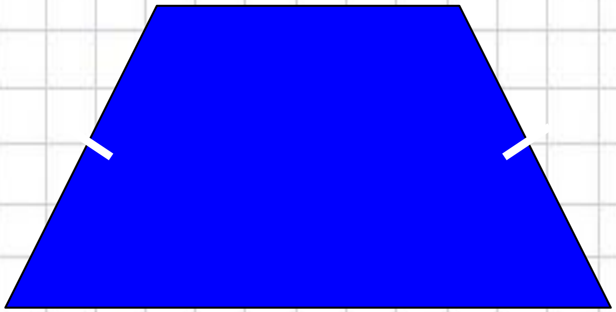


Произвольный параллелограмм

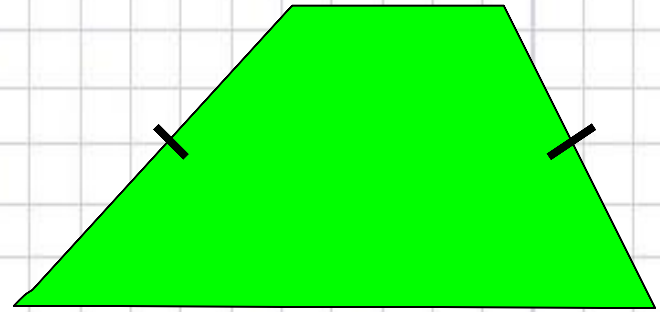


Произвольная трапеция

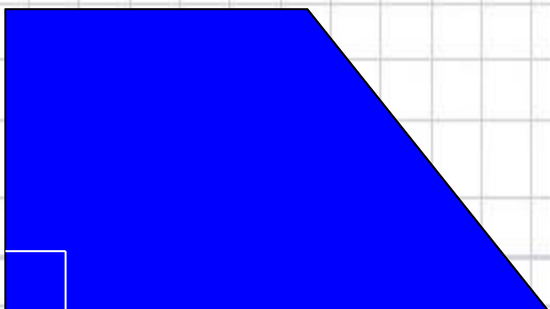
Фигура в пространстве | Её изображение на плоскости



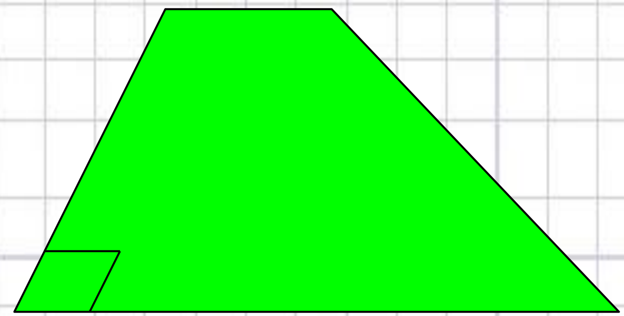
Равнобокая трапеция



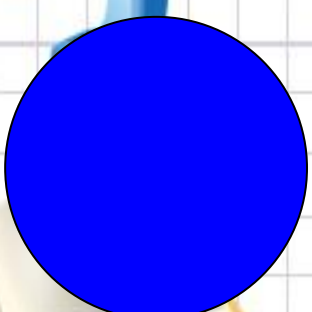
Произвольная трапеция



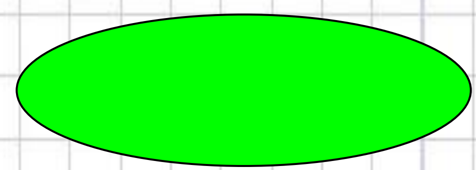
Прямоугольная трапеция



Произвольная трапеция

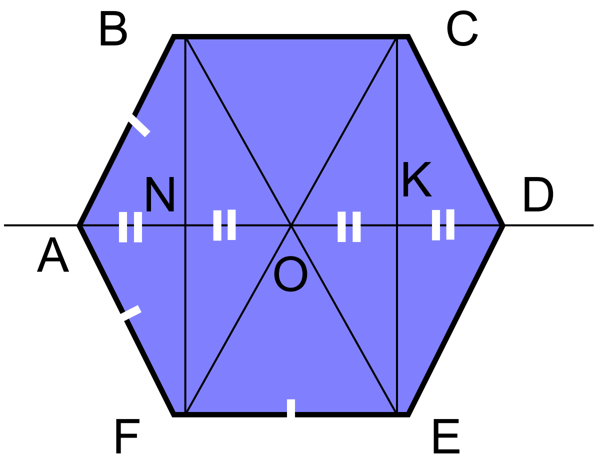


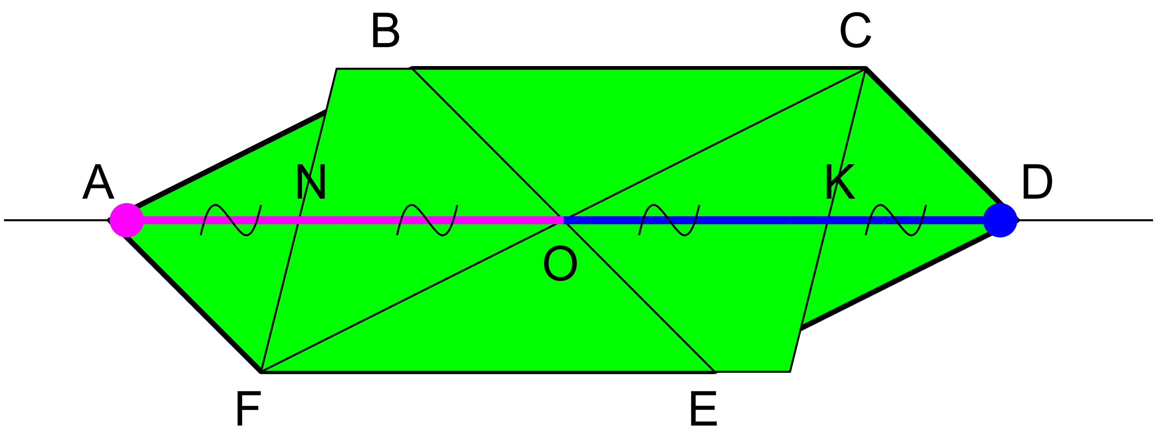
Круг (окружность)



Овал (эллипс)

Разберемся, как построить изображение правильного шестиугольника.



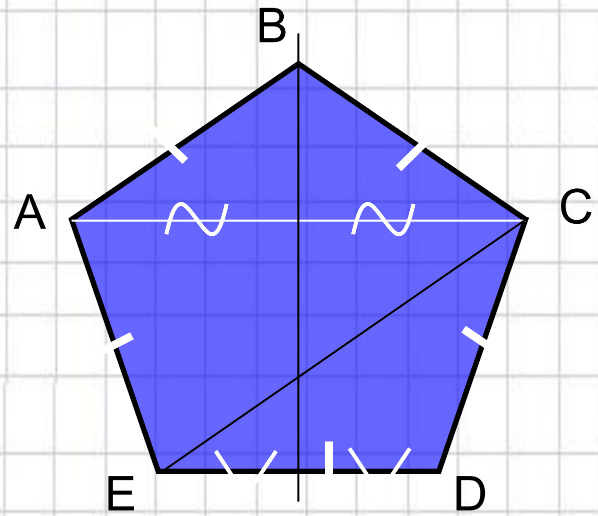


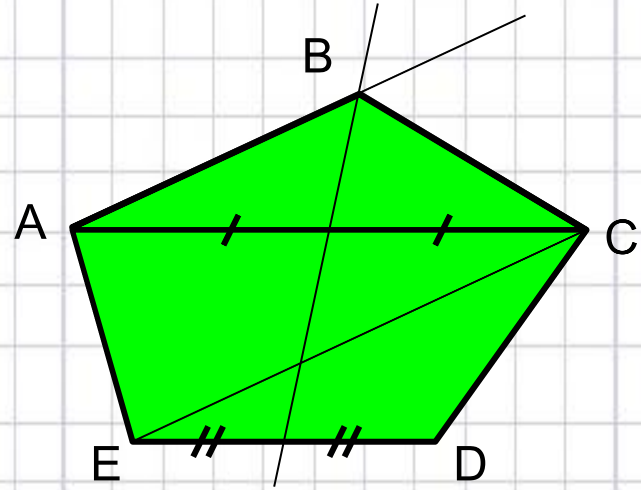
Разобьем правильный шестиугольник на три части: прямоугольник FBCE и два равнобедренных треугольника ΔFAB и ΔCDE. Построим вначале изображение прямоугольника FBCE – произвольный параллелограмм FBCE. Осталось найти местоположение двух оставшихся вершин – точек A и D.

Вспомнив свойства правильного шестиугольника, заметим, что: 1) эти вершины лежат на прямой, проходящей через центр прямоугольника и параллельной сторонам BC и FE; 2) OK=KD и ON=NA.

Значит, 1) находим на изображении точку O и проводим через неё прямую, параллельную BC и FE, получив при этом точки N и K;

2) откладываем от точек N и K от центра O на прямой такие же отрезки – в итоге получаем две оставшиеся вершины правильного шестиугольника A и D.





Попробуйте самостоятельно построить изображение *правильного пятиугольника*.

Подсказка: разбейте фигуру на две части – равнобокую трапецию и равнобедренный треугольник, а затем воспользуйтесь некоторыми свойствами этих фигур и ,конечно же, свойствами параллельного проектирования.

Решение. Просмотрите ход построения…

Спасибо за внимание!