Системы счисления в заданиях ОГЭ и ЕГЭ 2016

Учитель информатики МОУ-Лицея №2

Безлюдная Ирина Сергеевна

16.03.2016

Важно знать:

Принципы кодирования чисел в позиционных системах счисления:

чтобы перевести число из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры числа на N в степени, равной ее разряду.

(Например, $\mathbf{1\,2\,3\,4\,5_N = 1\cdot N^4 + 2\cdot N^3 + 3\cdot N^2 + 4\cdot N^1 + 5\cdot N^0}$)

$N^0 = 1$!!!

Важно знать:

- последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N,
- две последние цифры – это остаток от деления на N^2, и т.д.

Важно знать:

Число вида x^N в p-ой системе счисления записывается как единица и N нулей:

$$x^N = 1(\underbrace{000\ldots000}_{N})$$

Пример:

$$2^N = 1\underbrace{(000\ldots000)}_{N}$$

$$2^5 = 100000$$

$$3^N = 1\underbrace{(000\ldots000)}_{N}$$

$$3^4 = 1000$$

Важно знать:

Число вида $(x^N-1)_p$ в p-ой системе счисления записывается как N старших цифр (а) данной p-ой системы счисления :

$$(x^N-1)_p = \underbrace{aaa\ldots aaaa}_{N}$$

Пример:

$$(2^{100}-1)_2 = \underbrace{111\ldots11}_{100}$$

$$(3^{50}-1)_3 = \underbrace{222\ldots22}_{50}$$

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $\mathbf{4^{2020} + 2^{2017} - 15}$?

Решение.

1. Приведём все числа к степеням двойки:

$$4^{2020} + 2^{2017} - 15 = (2^2)^{2020} + 2^{2017} - 16 + 1 = 2^{4040} + (2^{2017} - 2^4) + 1_2$$

2. Вспомним, что

- число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}$$

- число 2^N–2^K при $K < N$ записывается как N–K единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$

3. Число $\mathbf{2^{2017} - 2^4}$ запишется как 2013 единиц и 4 нуля.

4. прибавление (2^{4040} +1) даст ещё две единицы, всего получается

2013 + 2 = 2015 единиц

Ответ: **2015.**

Найдите сумму цифр числа в троичной системе счисления, результат представить в десятичной системе счисления:

$$3^{100} + 3^{50} - 2$$

Решение.

1. $3^{100} + 3^{50} - 2 = 3^{100} + 3^{50} - 1 - 1 = \underbrace{10\ldots0}_{100} + \underbrace{2\ldots2}_{50} - 1$

2. $50 \cdot 5 = 100$

Ответ: **100.**

Найдите сумму цифр числа в пятеричной системе счисления, результат представить в десятичной системе счисления:

$125^{40}-25^{20}+5^{10}-17$

Решение.

1. $125^{40}-25^{20}+5^{10}-17 = 5^{120} - 5^{40} + 5^{10} - 32_5 =$
$= 5^{40}(5^{80}-1)+(5^{10}-1) - 32_5$

$\underbrace{4\ldots4}_{80}\underbrace{0\ldots0}_{40}$ $\underbrace{4\ldots4}_{10}$

2. $88\cdot4+3+1=356$

Ответ: **356**

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Число

$$X = (8^8 + 4^4 - 1) \cdot 16^2 + 2^2 - 1$$

перевели из десятичной в двоичную систему счисления. Сколько нулей получилось в двоичной записи числа?

Ответ: 22

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Число

$$X = (32^8 + 8^4 - 1) \cdot 16^{16} - 1$$

перевели из десятичной в двоичную систему счисления. Сколько нулей получилось в двоичной записи числа?

Ответ: 29

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Сколько значащих нулей будет в записи данного числа, если его перевести в двоичную систему счисления:

$$(2^{32}-8^{8})\cdot 4^{16}+64^{2}-1$$

Ответ: 44

Сколько единиц будет в записи данного числа, если его перевести в двоичную систему счисления:

$$(2^{32}-8^{8})\cdot 4^{16}+64^{2}-1$$

Ответ: 20

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

Сколько единиц будет в записи данного числа, если его перевести в двоичную систему счисления:

$$(8^5+16^{13})\cdot 4^8-32^2+1$$

Ответ: 23

КЕГЭ

Сколько единиц содержится в двоичной записи результата выражения?

$$(2\cdot10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012}?$$

Ответ: 4019

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Решите следующий пример. В ответе укажите получившееся число в нужной системе счисления.

$$23_{10}+1E_{16}-40_8=?_2$$

Ответ: 10101

Решите уравнение $121_x + 1 = 101_7$

Ответ запишите **в троичной** системе счисления.

Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

- переведём все числа в десятичную систему счисления:

$$121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1, \quad 101_7 = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$$

- собирая всё в одно уравнение получаем

$$x^2 + 2x + 1 + 1 = 50 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 2x - 48 = 0$$

- это уравнение имеет два решения, 6 и -8; основание системы счисления – натуральное число, поэтому ответ: 6
- переводим ответ в троичную систему: $6 = 2 \cdot 3^1 = 20_3$.

Ответ: 20.

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Укажите основание позиционной системы счисления X, в которой будет справедливо следующее равенство:

$$13_x + 31_x = 110_x$$

Ответ: 4

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 4 и 6 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Решение. Необходимо найти минимальное натуральное десятичное число, которое делится без остатка на 4 и на 6.

Ответ: 12

Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями
3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0.
Какое ***минимальное*** *натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?*

Ответ: **15**.

*Укажите, **сколько** всего **раз встречается** цифра **2** в записи чисел 10, 11, 12, …, 17 в системе счисления с основанием 5.*

Решение

запишем первое и последнее число в заданном диапазоне в системе счисления с основанием 5:

$10 = 20_5$, $17 = 32_5$.

заметим, что оба они содержат цифру 2, так что, 2 цифры мы уже нашли

между 20_5 и 32_5 есть еще числа

21_5, 22_5, 23_5, 24_5, 30_5, 31_5.

в них 5 цифр 2 (в числе 22_5 – сразу две двойки), поэтому всего цифра 2 встречается 7 раз

таким образом, верный **ответ: 7**.

Найти сумму восьмеричных чисел $17_8+170_8+1700_8+...+1700000_8$, перевести ***в (16)-ую систему*** *счисления. Найдите в записи числа, равного этой сумме,* ***третью цифру слева****.*

- **Решение:**
- Несложно выполнить прямое сложение восьмеричных чисел, там быстро обнаруживается закономерность:

+	1	7	0	0	0	0	0
		1	7	0	0	0	0
			1	7	0	0	0
				1	7	0	0
					1	7	0
						1	7
	2	1	1	1	1	0	7

- $17_8 + 170_8 = 207_8$
- $17_8 + 170_8 + 1700_8 = 2107_8$
- $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 = 21107_8$
- $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 = 211107_8$
- $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 + 1700000_8 = 2111107_8$
- Переведем последнюю сумму через триады в двоичный код (заменяем каждую восьмеричную цифру на 3 двоичных):
- 10001001001001000111_2
- Теперь разбиваем цепочку на тетрады (группы из 4-х двоичных цифр), начиная справа, и каждую тетраду представляем в виде шестнадцатеричной цифры
- $\underbrace{1000}_{8}\underbrace{1001}_{9}\underbrace{0010}_{2}\underbrace{0100}_{4}\underbrace{0111}_{7}{}_2$

Ответ (третья цифра слева): **2**.