



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

8 класс

Ключевые слова

- система счисления
- цифра
- алфавит
- позиционная система счисления
- основание
- развёрнутая форма записи числа
- свёрнутая форма записи числа
- двоичная система счисления
- восьмеричная система счисления
- шестнадцатеричная система счисления



Общие сведения

Система счисления - это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Цифры - знаки, при помощи которых записываются числа.

Алфавит системы счисления - совокупность цифр.



Вав
Ег
Древнеславянская система счисления

1	2	3	4	5	6	7	8	9	- 30
·Ѥ·	·Ѧ·	·Ѣ·	·Ѥ·	·Ѧ·	·Ѣ·	·Ѣ·	·Ѥ·	·Ѧ·	·Ѣ·
10	20	30	40	50	60	70	80	90	·Ѣ·
·Ѣ·	·Ѧ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѣ·	·Ѥ·	·Ѣ·	·Ѥ·	·Ѣ·	·Ѣ·
100	200	300	400	500	600	700	800	900	·Ѣ·
·Ѥ·	·Ѣ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·
11	12	13	14	15	16	17	18	19	·Ѣ·
·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·	·Ѥ·
222		319		431		988			
·Ѥ·Ѥ·Ѥ·		·Ѥ·Ѥ·Ѥ·		·Ѥ·Ѥ·Ѥ·		·Ѥ·Ѥ·Ѥ·			
222		319		431		988			
1000		2000		20000		43000			
·Ѥ·		·Ѥ·		·Ѥ·		·Ѥ·			
10000		300000		4000000		80000000			
·Ѥ·Ѥ·Ѥ·Ѥ·Ѥ·		·Ѥ·Ѥ·Ѥ·Ѥ·Ѥ·		·Ѥ·Ѥ·Ѥ·Ѥ·Ѥ·		·Ѥ·Ѥ·Ѥ·Ѥ·Ѥ·			



лени
пения

Узловые и алгоритмические числа

Системы счисления различаются выбором узловых чисел и способами образования алгоритмических чисел.

Узловые числа обозначаются цифрами.



Алгоритмические числа получаются в результате каких-либо операций из узловых чисел.

$$5 \times 100 + 4 \times 10 + 8 = 548$$
A mathematical equation illustrating the formation of an algorithmic number. On the left, three node numbers are shown: 5 (in yellow), 4 (in blue), and 8 (in pink). Each is multiplied by powers of 10: 5 is multiplied by 100, 4 is multiplied by 10, and 8 is multiplied by 1. An equals sign follows the multiplication terms, and the result is 548, which is also formed by three balloons: 5 (yellow), 4 (blue), and 8 (pink).

Унарная система счисления

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.



Узелки, дощечки

Примеры узелков, дощечки



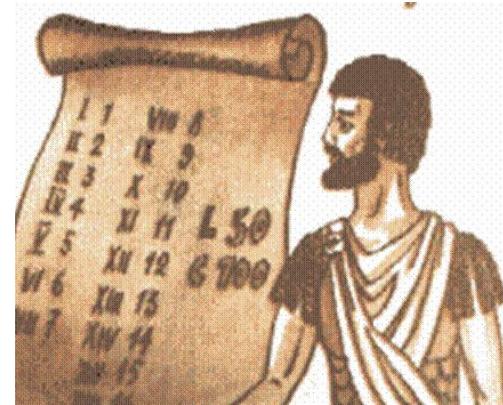
Зарубки, камушки

Непозиционная система счисления

Система счисления называется **непозиционной**, если количественный эквивалент (количественное значение) цифры в числе не зависит от её положения в записи числа.

Римская система счисления

1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L		



Здесь **алгоритмические** числа получаются путём сложения и вычитания **узловых** чисел с учётом следующего правила: каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению, а каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

Позиционная система счисления

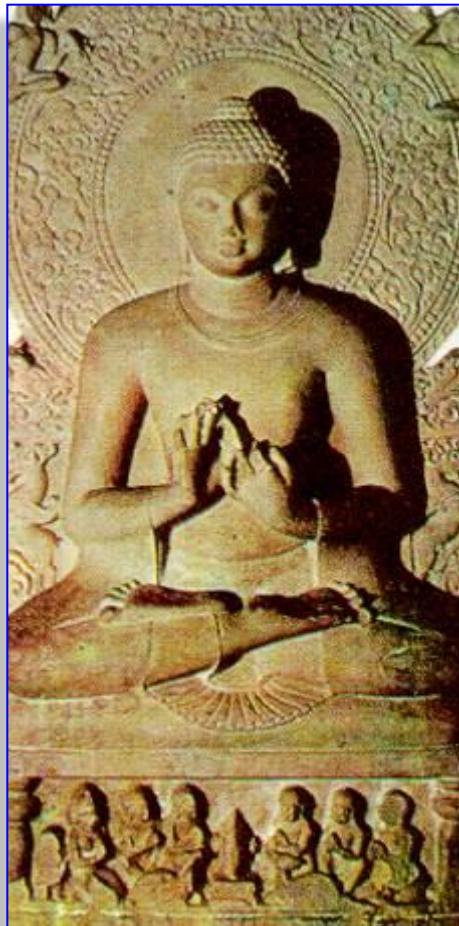
Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

Основание позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Алфавит десятичной системы составляют цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Десятичная система счисления

Цифры **1234567890** сложились
в Индии около **400 г. н. э.**



Арабы стали
пользоваться
подобной нумерацией
около **800 г. н. э.**



Примерно в **1200 г. н. э.** эту нумерацию
начали применять в Европе.

Современные цифры	Арабские цифры	Индийские цифры
0	•	०
1	۱	۱
2	۲	۲
3	۳	۳
4	۴	۴
5	۵	۵
6	۶	۶
7	۷	۷
8	۸	۸
9	۹	۹

Основная формула

В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

Здесь:

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» i -го разряда.

Такая запись числа называется **развёрнутой формой записи**.

Развёрнутая форма

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

Примеры записи чисел в развёрнутой форме:

$$2012 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

$$0,125 = 1 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$$

$$14351,1 = 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1}$$