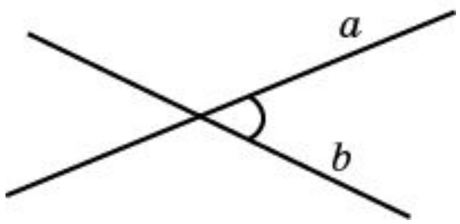
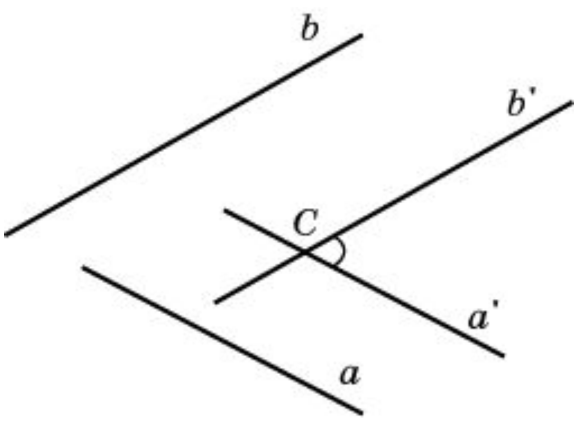
# УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ

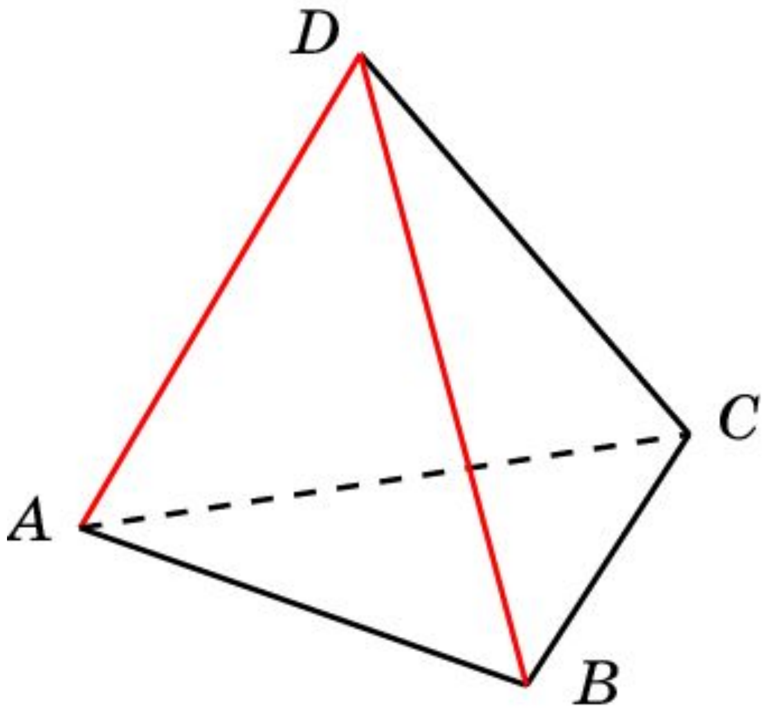



Углом между двумя пересекающимися прямыми в пространстве называется наименьший из углов, образованных лучами этих прямых с вершиной в точке их пересечения.



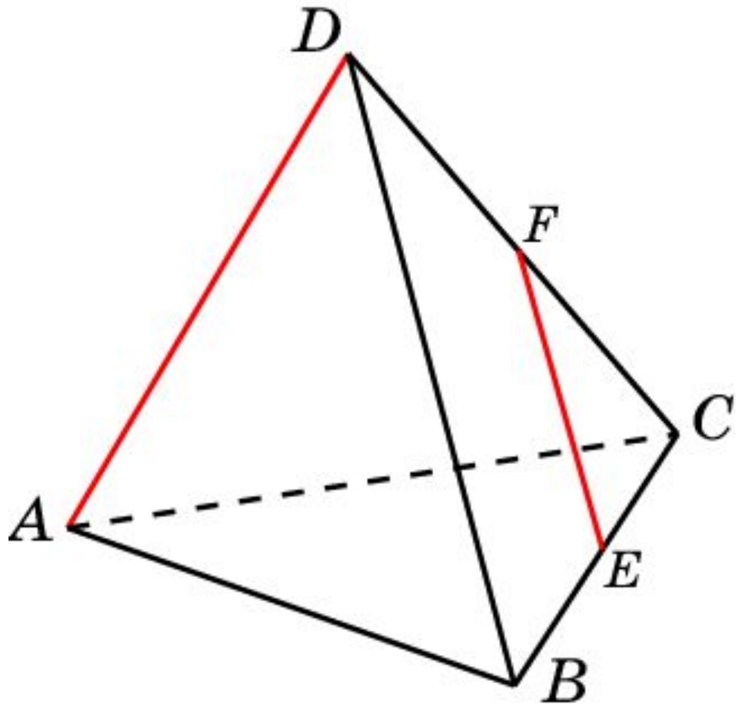

Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным.

В правильном тетраэдре *ABCD* найдите угол между прямыми *AD* и *BD*.



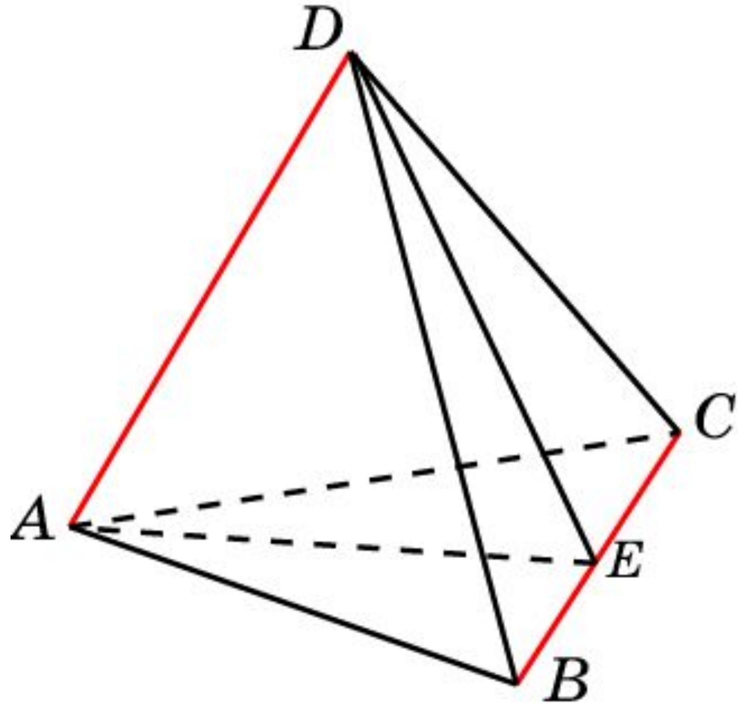

Ответ: 60°.

В правильном тетраэдре $ABCD$ точки $E$ и $F$ – середины ребер $BC$ и $CD$. Найдите угол между прямыми $AD$ и $EF$.




Ответ: $60^{\circ}$.

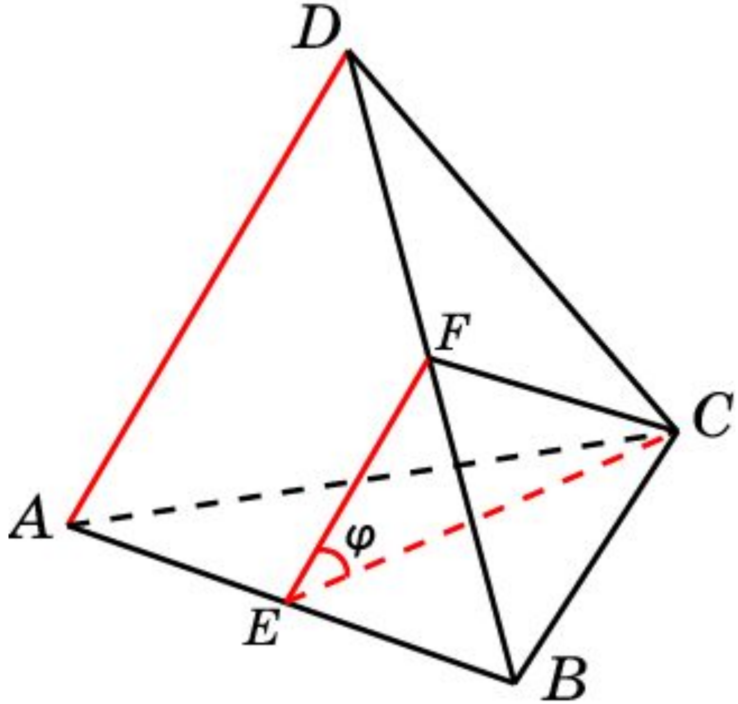
В правильном тетраэдре *ABCD* найдите угол между прямыми *AD* и *BC*.




Решение. Через середину *E* ребра *BC* и прямую *AD* проведем плоскость. Она будет перпендикулярна *BC*, т.к. *AE* и *DE* перпендикулярны *BC*. Следовательно, *AD* перпендикулярна *BC*, т.е. искомый угол равен $90^{\circ}$.

Ответ: $90^{\circ}$.

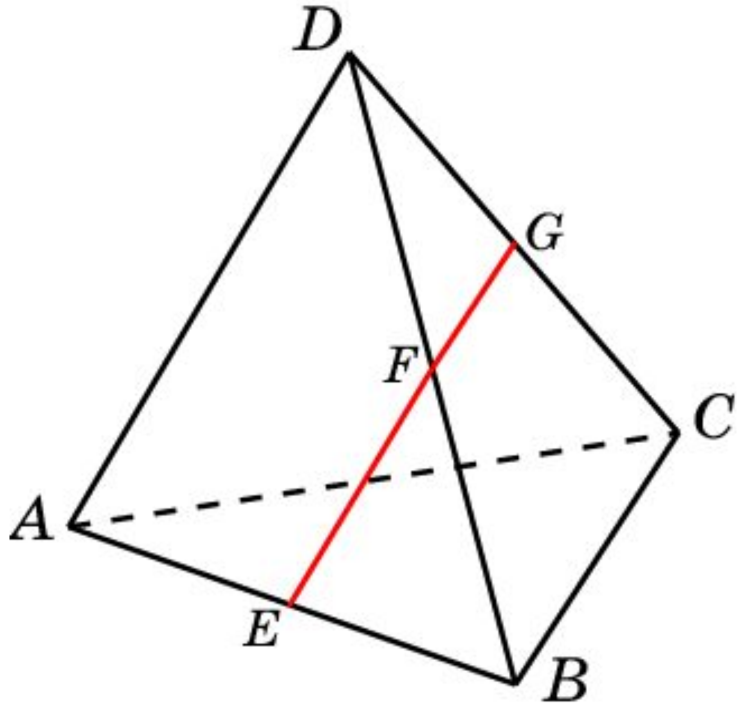
В правильном тетраэдре $ABCD$ точка $E$ – середина ребра $AB$. Найдите угол между прямыми $AD$ и $CE$.




Решение. Через точку $E$ проведем прямую $EF$, параллельную $AD$. Искомым углом $\varphi$ будет угол $CEF$. В треугольнике $CEF$ имеем $EF = \frac{1}{2}$, $CE = CF = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Следовательно, $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Ответ: $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

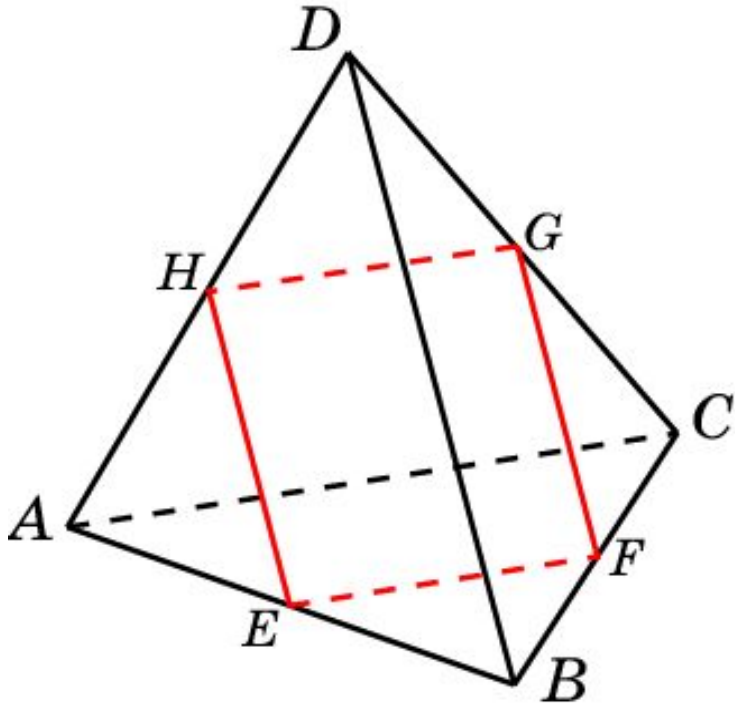
В правильном тетраэдре $ABCD$ точки $E$, $F$, $G$ – середины ребер $AB$, $BD$, $CD$. Найдите угол $EFG$.




Решение. Прямые $EF$ и $FG$ параллельны прямым $AD$ и $BC$. Следовательно, угол между ними равен $90^{\circ}$.

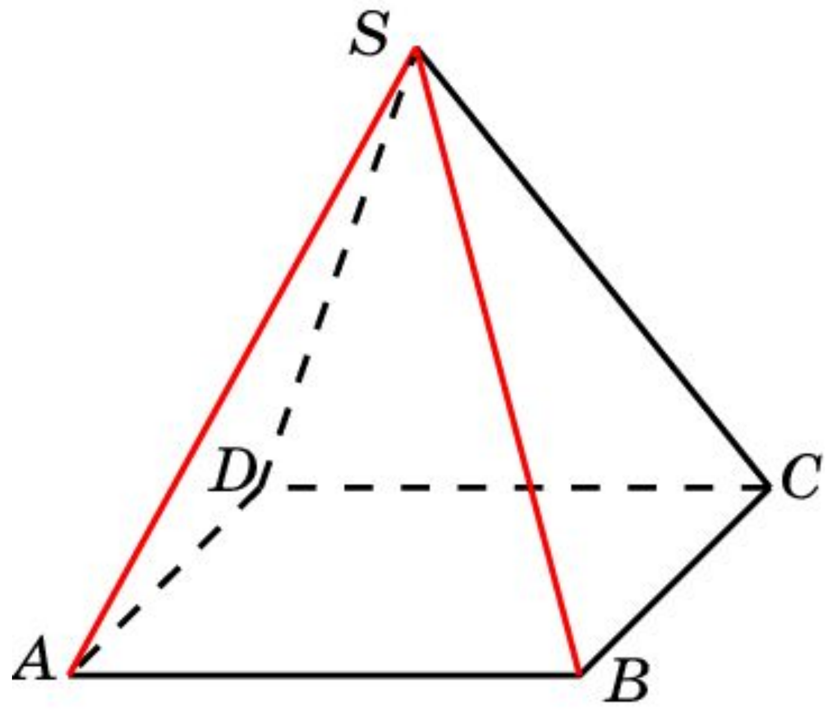
Ответ: $90^{\circ}$.

В правильном тетраэдре $ABCD$ точки $E$, $F$, $G$, $H$ – середины ребер $AB$, $BC$, $CD$, $DA$. Найдите углы четырехугольника $EFGH$.



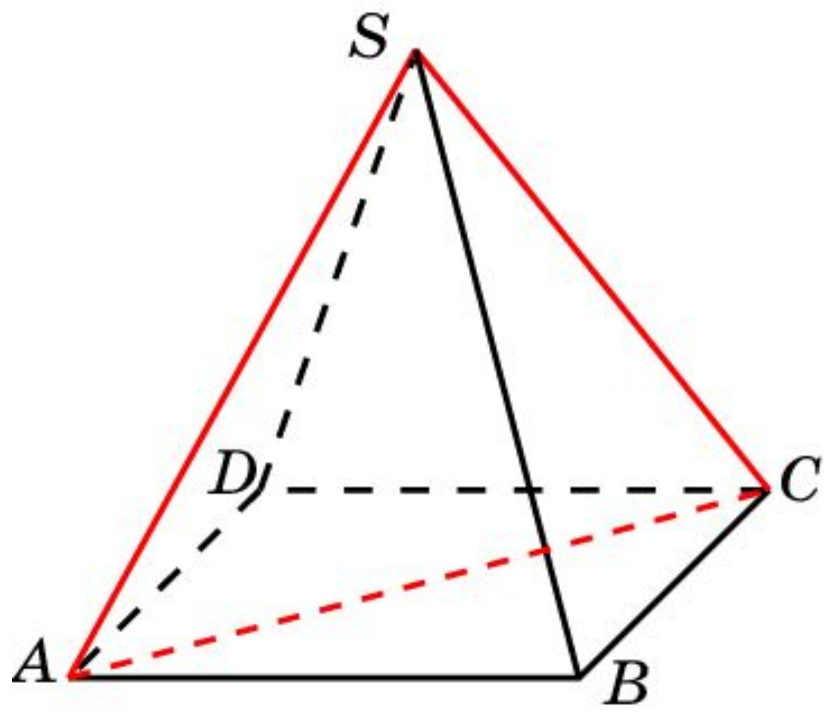

Ответ: 90°.

В правильной пирамиде *SABCD*, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми *SA* и *SB*.




Ответ: 60°.

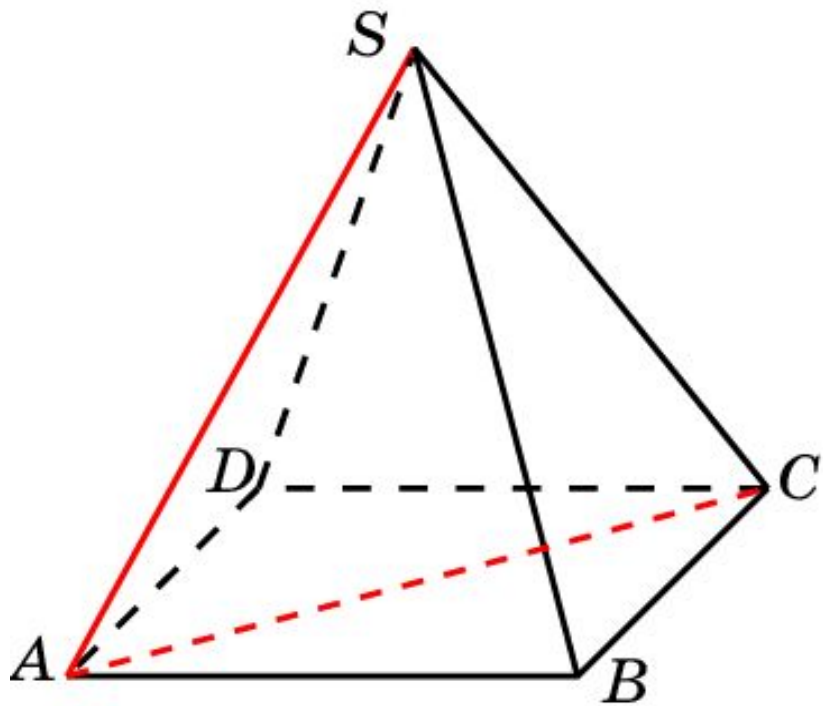
В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми $SA$ и $SC$.




Решение. В треугольнике $SAC$ $SA = SC = 1$, $AC = \sqrt{2}$ Следовательно, искомый угол равен 90°.

Ответ: 90°.

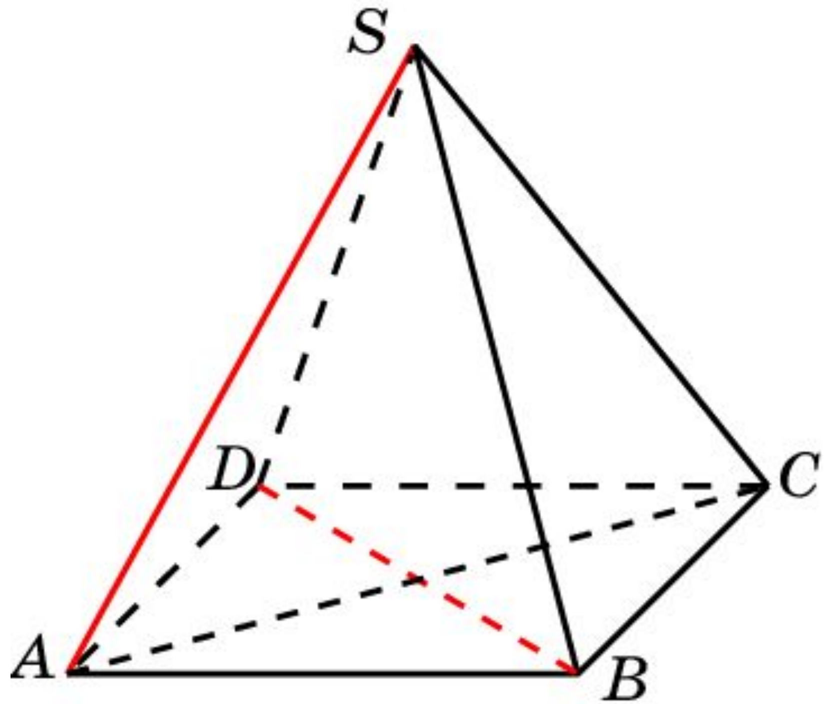
В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми $SA$ и $AC$.




Решение. В треугольнике $SAC$ $SA = SC = 1$, $AC = \sqrt{2}$ Следовательно, искомый угол равен 45°.

Ответ: 45°.

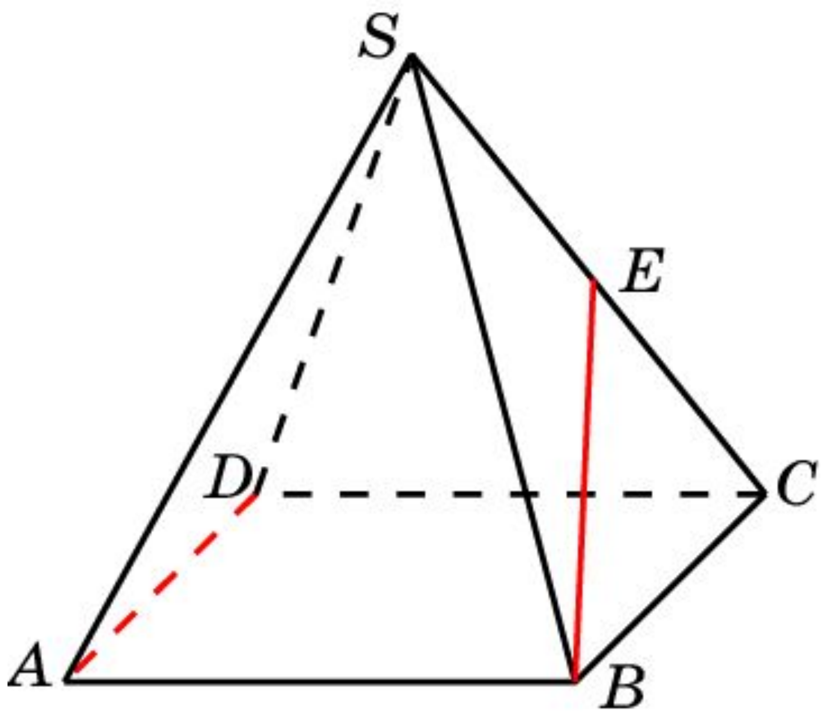
В правильной пирамиде *SABCD*, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми *SA* и *BD*.




Решение. Прямая *AC* является ортогональной проекцией прямой *SA* на плоскость *ABC*. Она перпендикулярна *BD*. Следовательно, *SA* и *BD* также перпендикулярны.

Ответ: 90$^{\circ}$.

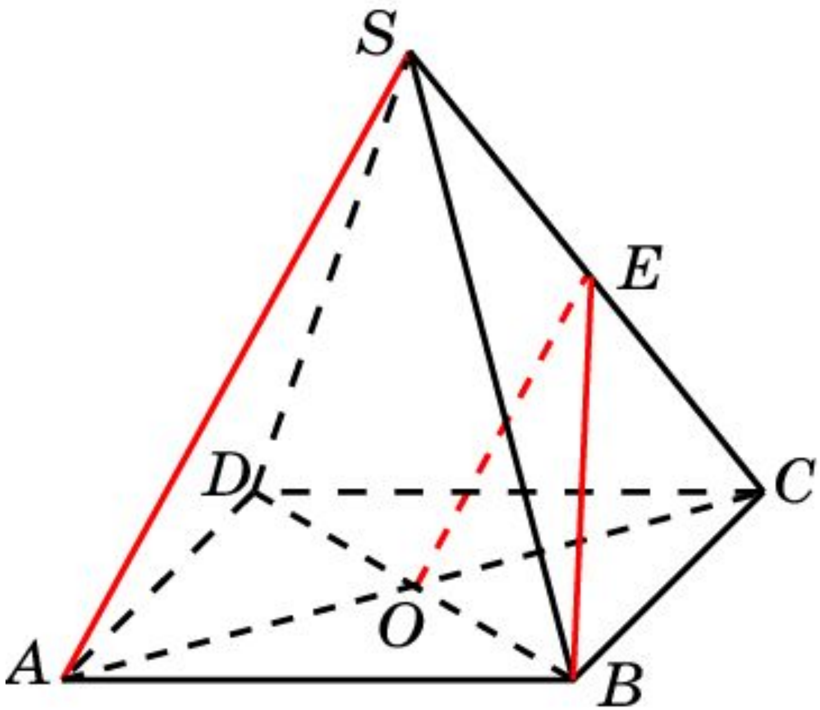
В правильной пирамиде *SABCD*, все ребра которой равны 1, точка *E* – середина ребра *SC*. Найдите угол между прямыми *AD* и *BE*.




Решение. Искомый угол равен углу *CBE*. Он равен 30°.

Ответ: 30°.

В правильной пирамиде *SABCD*, все ребра которой равны 1, точка *E* – середина ребра *SC*. Найдите угол между прямыми *SA* и *BE*.



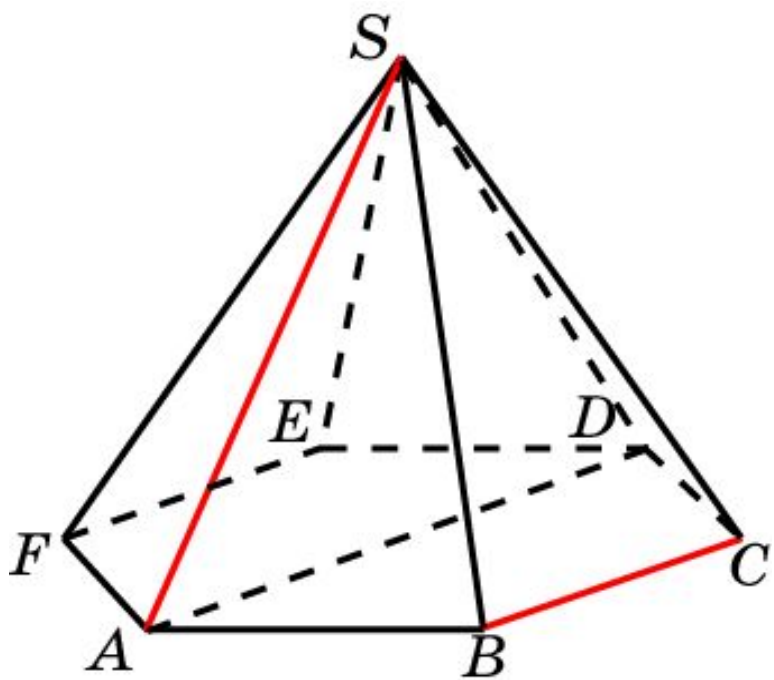

Решение. Через точку *E* проведем прямую, параллельную *SA*. Она пересечет основание в точке *O*. Искомый угол $\varphi$ равен углу *OEB*. В прямоугольном треугольнике *OBE* имеем:

$OB = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $OE = \dfrac{1}{2}$. Следовательно,

$$tg\varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Ответ: $tg\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

В правильной 6-ой пирамиде *SABCDEF*, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите угол между прямыми *SA* и *BC*.




Решение: Искомый угол равен углу *SAD*. Треугольник *SAD* – равносторонний, следовательно, $\angle SAD = 60^\circ$.

Ответ: $60^\circ$.